LÊ HOÀNG TUẤN - BÙI CÔNG THÀNH

SỨC BỀN VẬT LIỆU

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

LÊ HOÀNG TUẤN - BÙI CÔNG THÀNH

SỨC BỀN VẬT LIỆU

TẬP I

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

LỜI GIỚI THIỆU

Để đáp ứng yêu cầu học tập của sinh viên trong giai đoạn hiện nay, trong khi chờ đợi một quyển giáo trình hoàn chỉnh, Bộ Môn Sức Bền Kết Cấu đồng ý tổ chức in tập bài giảng môn Sức Bền Vật Liệu mà các giảng viên của Bộ Môn đang giảng dạy.

Tập bài giảng này dựa trên chương trình chuẩn của Bộ đã ban hành, kết hợp với kinh nghiệm giảng dạy lâu năm của các giảng viên, có thể giúp các sinh viên hiểu được lý thuyết cơ bản của môn Sức Bền Vật Liệu.

Trân trọng giới thiệu.

Chủ nhiệm bộ môn Sức Bền Kết Cấu

G.S. PHAN NGỌC CHÂU

LỜI NÓI ĐẦU

Hiện nay nhu cầu học tập, nâng cao kiến thức của sinh viên, cũng như của nhiều người công tác trong nhiều lĩnh vực sản xuất, quốc phòng ngày càng tăng. Môn Sức Bền Vật Liệu là môn kỹ thuật cơ sở phục vụ rộng rãi cho nhiều ngành kỹ thuật, nên việc biên soạn giáo trình này là cần thiết góp phần nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập.

Nội dung giáo trình này cơ bản là phù hợp với chương trình giảng dạy trong trường Đại Học Bách Khoa TP Hồ Chí Minh mà các cán bộ giảng dạy của Bộ Môn Sức Bền Kết Cấu đã, đang và sẽ giảng dạy cho sinh viên các thành phần (chính qui cũng như tại chức).

Giáo trình gồm 2 phần:

Phần 1 trình bày các vấn đề cơ bản đối với hầu hết các ngành kỹ thuật và phù hợp với số tiết giảng trên lớp trong một học kỳ (75 tiết).

Phần 2 sẽ gồm các chương có tính chất chuyên đề và tùy thuộc vào các ngành khác nhau mà giảng dạy và học tập. Trong mỗi chương đều có nhiều thí dụ cho từng vấn đề và cuối chương có thêm một số bài tập từ dễ đến khó để sinh viên dễ dàng học tập và rèn luyện kỹ năng tính toán của mình.

Chúng tôi mong rằng với giáo trình này, sinh viên sẽ hiểu được những điều đơn giản nhất của môn Sức Bền Vật Liệu. Trường hợp cần nghiên cứu sâu hơn đề nghị độc giả tham khảo thêm các sách được nêu ở phần tài liệu phụ lục.

CÁC TÁC GIẢ

CHƯƠNG MỞ ĐẦU

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. ĐỐI TƯỢNG - NHIỆM VỤ - ĐẶC ĐIỂM CỦA MÔN SBVL

1.1 Đối tượng:

Môn học SBVL là một môn học nằm trong ngành cơ học vật rắn biến dạng. Khác với cơ học lý thuyết, khảo sát sự cân bằng và chuyển động của vật rắn tuyệt đối, môn SBVL khảo sát vật thể thực, tức là vật rắn có biến dạng.

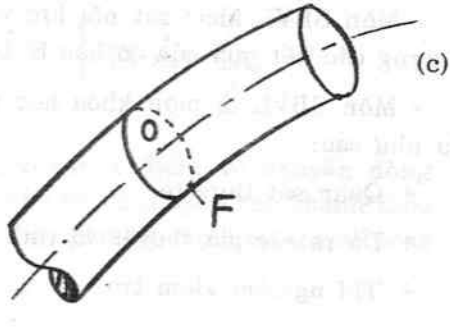
Hình dáng vật thể nghiên cứu trong SBVL

Vật thể thực có kích thước theo 3 phương và được phân làm 3 loại:

- Khối: kích thước theo 3 phương gần như nhau
- Tấm, vỏ: kích thước theo 2 phương lớn hơn phương còn lại nhiều lần
- Thanh: kích thước theo 1 phương lớn hơn 2 phương kia nhiều lần

SBVL nghiên cứu thanh và hệ thanh

Định nghĩa thanh: Một diện tích F di động sao cho trọng tâm O trượt trên đường cong (C) và F vuông góc với (C) thì F sẽ quét trong không gian 1 hình khối: thanh (hình 1-1)



Hình 1-1

CHƯƠNG MỞ ĐẦU

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. ĐỐI TƯỢNG - NHIỆM VỤ - ĐẶC ĐIỂM CỦA MÔN SBVL

1.1 Đối tượng:

Môn học SBVL là một môn học nằm trong ngành cơ học vật rắn biến dạng. Khác với cơ học lý thuyết, khảo sát sự cân bằng và chuyển động của vật rắn tuyệt đối, môn SBVL khảo sát vật thể thực, tức là vật rắn có biến dạng.

Hình dáng vật thể nghiên cứu trong SBVL

Vật thể thực có kích thước theo 3 phương và được phân làm 3 loại:

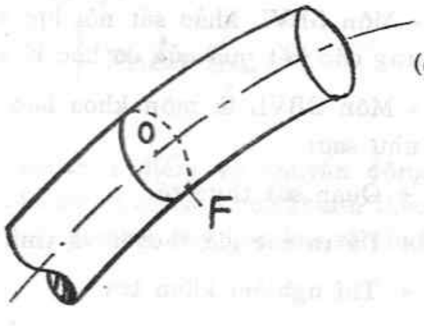
- Khối: kích thước theo 3 phương gần như nhau

- Tấm, vỏ: kích thước theo 2 phương lớn hơn phương còn lại nhiều lần

- Thanh: kích thước theo 1 phương lớn hơn 2 phương kia nhiều lần

SBVL nghiên cứu thanh và hệ thanh

Định nghĩa thanh: Một diện tích F di động sao cho trọng tâm O trượt trên đường cong (C) và F vuông góc với (C) thì F sẽ quét trong không gian 1 hình khối: thanh (hình 1-1)



Hình 1-1

- (C): gọi là trục thanh

- F : mặt cắt ngang

Các loại thanh: thẳng, cong, mặt cắt ngang thay đổi...

Khung: hệ gồm nhiều thanh, phẳng hay không gian

Trong tính toán thường biểu diễn thanh bằng trục của nó.

1.2 Nhiệm vụ:

Nghiên cứu sự làm việc của vật liệu dưới tác dụng của nguyên nhân ngoài, để đề ra phương pháp tính toán thiết kế chi tiết máy hay công trình . thỏa mãn 2 điều kiện:

- An toàn: công trình hay chi tiết phải bảo đảm:
  - + Độ bền: không được gãy nứt
  - + Độ cứng: không được biến dạng quá mức
  - + Độ ổn định: không mất hình thức biến dạng ban đầu
- Rẻ tiền

Hai điều kiện trên mâu thuẫn nhau nên chúng thúc đẩy môn học phát triển.

Từ nhiệm vụ trên ta thấy trong SBVL có các bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra các điều kiện về độ bền, độ cứng, độ ổn định.
- Xác định kích thước, hình dáng hợp lý của công trình hay chi tiết.
- Xác định giá trị tải trọng cho phép tác dụng.

1.3 Đặc điểm

- Môn SBVL khảo sát nội lực và biến dạng của vật thực, nhưng vẫn áp dụng các kết quả của cơ học lý thuyết.

- Môn SBVL là môn khoa học thực nghiệm với phương pháp nghiên cứu như sau:

  + Quan sát thực tế

  + Đề ra các giả thuyết và tính toán

  + Thí nghiệm kiểm tra

2. CÁC NGUYÊN NHÂN NGOÀI TÁC DỤNG LÊN VẬT THỂ

2.1 Ngoại lực

Định nghĩa: Ngoại lực là tác dụng của môi trường bên ngoài hay các vật thể khác lên vật thể đang xét.

Phân loại: ngoại lực gồm

+ Tải trọng: đã biết trước.

+ Phản lực: phát sinh nơi tiếp giáp giữa 2 vật thể, tùy thuộc tải trọng

Tải trọng bao gồm lực phân bố tác dụng liên tục trên thể tích hay bề mặt (có cường độ bằng giá trị lực / đơn vị thể tích hay diện tích, thứ nguyên là [lực / chiều dài ^{3}] hay [lực / chiềudài ^{2}]) hoặc là lực phân bố trên chiều dài. Ngoài ra còn có lực tập trung, mômen (ngẫu lực).

Tính chất tải trọng

Tải trọng tĩnh: tăng từ từ không kể lực quán tính

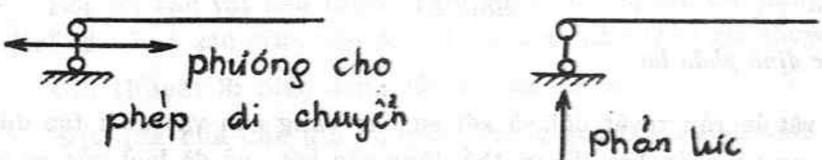
Tải trọng động: tăng đột ngột, hay kể đến quán tính

2.2 Các nguyên nhân khác

Bao gồm sự gia tăng của nhiệt độ, sự chế tạo không chính xác các chi tiết hay sự lún của các gối tựa trong công trình

2.3 Các loại liên kết phẳng và phản lực liên kết

a) Gối di động (Khớp di động, liên kết thanh)

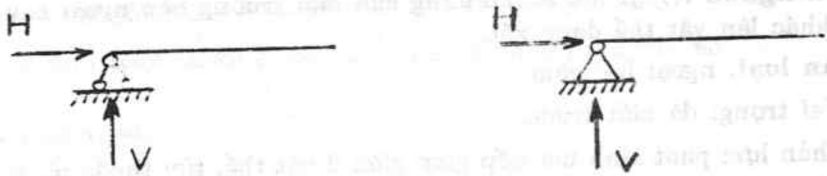


Hình 1.2

Liên kết cho phép thanh quay xung quanh 1 điểm và chuyển động thẳng theo 1 phương nào đó. Liên kết hạn chế sự di chuyển của thanh theo phương vuông góc với phương di động nên theo phương này liên kết sẽ phát sinh một phản lực như hình 1.2

b) Gối cố định (Khớp, bản lề)

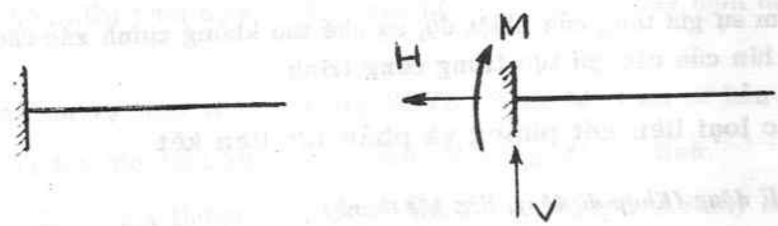
Liên kết cho phép thanh quay xung quanh một điểm và hạn chế mọi chuyển động thẳng trong mặt phẳng. Liên kết này phát sinh phản lực theo một phương bất kỳ trong mặt phẳng. Trong tính toán ta thường phân phản lực này thành 2 thành phần vuông góc nhau. Xem hình 1.3



Hình 1.3

c) Ngàm

Liên kết hạn chế mọi chuyển động (quay, thẳng) trong mặt phẳng. Tại ngàm phát sinh một mômen phản lực và một phản lực theo phương bất kỳ, phản lực này thường phân làm hai thành phần vuông góc nhau. Xem hình 1-4



Hình 1.4

d) Xác định phản lực

Xem vật là rắn tuyệt đối và xét sự cân bằng của vật dưới tác dụng của tải trọng và phản lực. Ta có thể dùng các kết quả đã biết của cơ học lý thuyết, cụ thể có các dạng phương trình cân bằng sau:

- Dạng 1: $\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum M_C = 0$ với X, Y là 2 phương bất kỳ không song song, C là điểm bất kỳ.

- Dạng 2: $\sum U = 0, \sum M_A = 0, \sum M_B = 0$ với U là phương bất kỳ không vuông góc với phương nối 2 điểm AB.

- Dạng 3: $\sum M_A = 0, \sum M_B = 0, \sum M_C = 0$ với A, B, C là 3 điểm không thẳng hàng.

3. CÁC GIẢ THUYẾT CƠ BẢN

Vì đối tượng khảo sát là vật thực, cho nên nếu xét đến mọi tính chất thực thì bài toán sẽ rất phức tạp. Do vậy để quá trình suy luận hay tính toán được đơn giản mà vẫn bảo đảm được độ chính xác cần thiết ta cần phải lượt bỏ những tính chất không cơ bản và chỉ giữ lại tính chất cơ bản quyết định đến phẩm chất công trình hay chi tiết. Tức là ta đưa ra các giả thuyết. Môn SBVL sử dụng 3 giả thuyết cơ bản sau:

Giả thuyết 1: vật liệu có tính liên tục, đồng chất và đẳng hướng

Vật liệu liên tục nghĩa là không có lổ hổng

Vật liệu đồng chất khi tính chất cơ học và vật lý tại mọi điểm của nó giống nhau

Vật liệu đẳng hướng nghĩa là tính chất cơ học và vật lý xung quanh 1 điểm bất kỳ và theo hướng bất kỳ như nhau

Giả thuyết 2: vật liệu đàn hồi tuyệt đối và tuân theo định luật Húc

Dưới tác dụng của nguyên nhân ngoài, vật thể bị thay đổi hình dạng, kích thước ban đầu. Tuy nhiên khi bỏ các nguyên nhân này đi thì vật thể có khuynh hướng trở về hình dạng và kích thước ban đầu. Đó là tính đàn hồi của vật liệu và vật thể tương ứng gọi là vật thể đàn hồi.

Nếu vật thể có khả năng trở về nguyên hình dạng và kích thước ban đầu ta gọi là vật thể đàn hồi tuyệt đối.

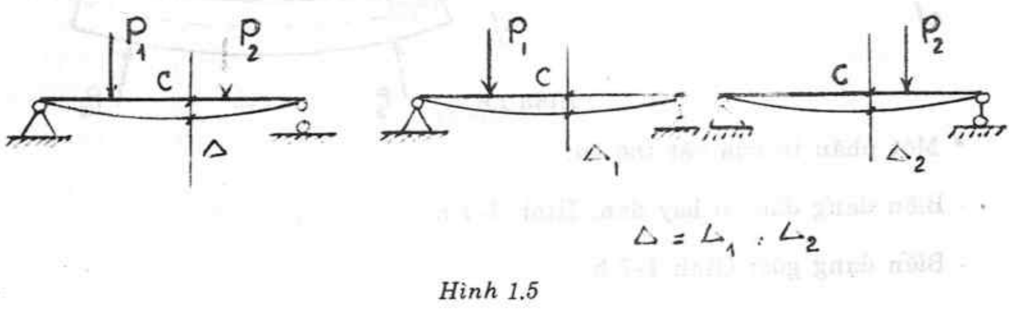
Vật liệu làm việc tuân theo định luật Húc nghĩa là tương quan giữa lực và biến dạng là tương quan bậc nhất

Vật liệu thỏa giả thuyết 2 gọi là vật liệu đàn hồi tuyến tính

Đối với các vật liệu thực (thép, gang...), nếu lực tác dụng nhỏ hơn 1 trị số giới hạn xác định nào đó, có thể xem như thỏa giả thuyết này

Giả thuyết 3: Biến dạng của vật thể là bé.

Kết quả của các giả thuyết: Trong quá trình tính toán ta có thể:



Hình 1.5

- Sử dụng phép tính vi tích phân, tức là có thể nghiên cứu một phân tố bé để suy rộng cho cả vật thể lớn

- Sử dụng sơ đồ không biến dạng, tức là xem điểm đặt của ngoại lực không đổi trong khi vật thể biến dạng

- Áp dụng được **nguyên lý độc lập tác dụng:** "Nếu trên vật thể chịu tác dụng đồng thời nhiều nguyên nhân, thì kết quả là tổng kết quả do từng nguyên nhân tác dụng riêng lẻ gây ra". (hình 1.5).

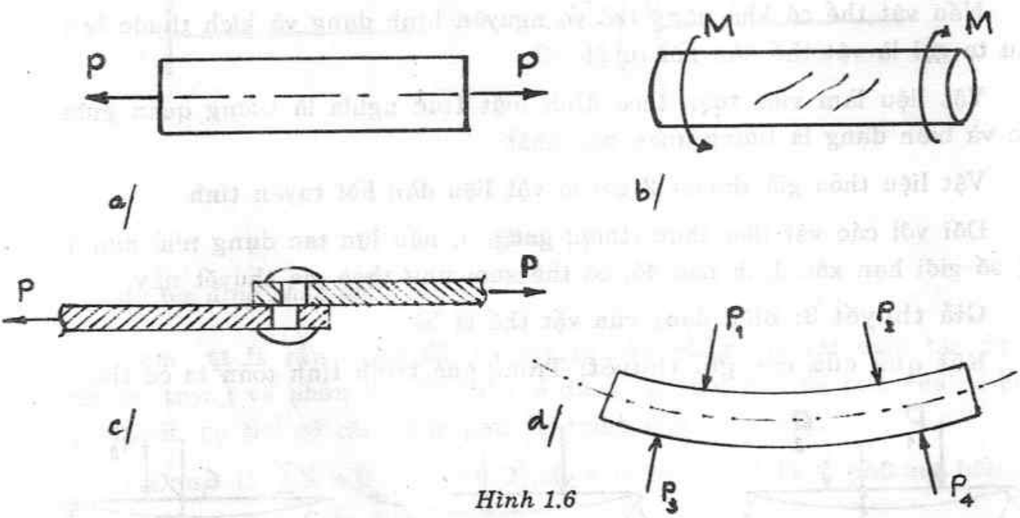
4. CÁC LOẠI BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ

4.1 Biến dạng:

Dưới tác dụng của nguyên nhân ngoài thì

* Vật thể có thể ở vào một trong các loại biến dạng sau:

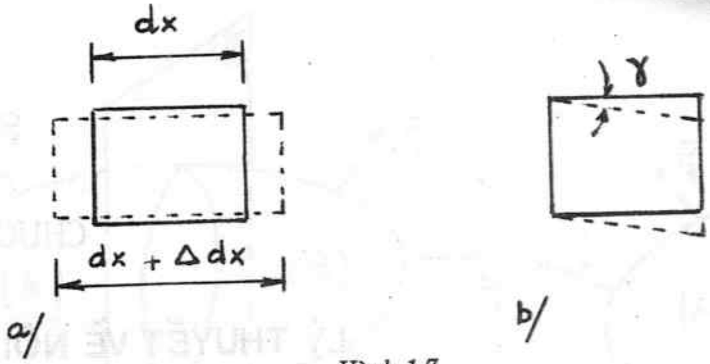
- Biến dạng kéo (nén). Hình 1-6 a
- Biến dạng xoắn. Hình 1-6 b
- Biến dạng trượt. Hình 1-6 c
- Biến dạng uốn. Hình 1-6 d



Hình 1.6

* Một phân tố của vật thể có:

- Biến dạng dài: co hay dãn. Hình 1-7 a
- Biến dạng góc: Hình 1-7 b



Hình 1.7

Δdx: biến dạng dài theo phương x

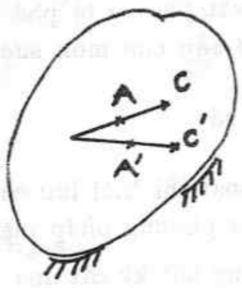
$\varepsilon = \dfrac{\Delta dx}{dx}$: biến dạng tỷ đối theo phương x.

γ : biến dạng góc = độ thay đổi của góc vuông hay góc trượt.

4.2 Chuyển vị:

Tổng quát thì một điểm A trong vật thể sẽ di chuyển đến vị trí mới A' và AA' gọi là chuyển vị dài. Hình 1.8

Nếu xét thêm một điểm C lân cận điểm A, và điểm C cũng di chuyển đến C' thì ta nói góc (AC,A'C') là chuyển vị góc. Xem hình 1.8



Hình1.8

CHƯƠNG I

LÝ THUYẾT VỀ NỘI LỰC

1. KHÁI NIỆM VỀ NỘI LỰC - PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT - ỨNG SUẤT

1.1. Khái niệm về nội lực

Ta biết rằng trong vật thể luôn có các lực liên kết giữa các phân tử vật chất. Khi có ngoại lực tác dụng các phân tử vật chất có khuynh hướng thay đổi vị trí làm cho vật thể bị biến dạng. Khi đó lực liên kết sẽ tăng lên để chống lại biến dạng này

"Độ gia tăng của lực liên kết giữa các phân tử vật chất gọi là nội lực"

Tuy nhiên độ gia tăng này chỉ đến một mức độ nào đó tùy loại vật liệu, nếu lực cứ tăng mãi thì vật liệu sẽ bị phá hoại. Vì thế xác định nội lực là một trong các vấn đề cơ bản của môn sức bền vật liệu.

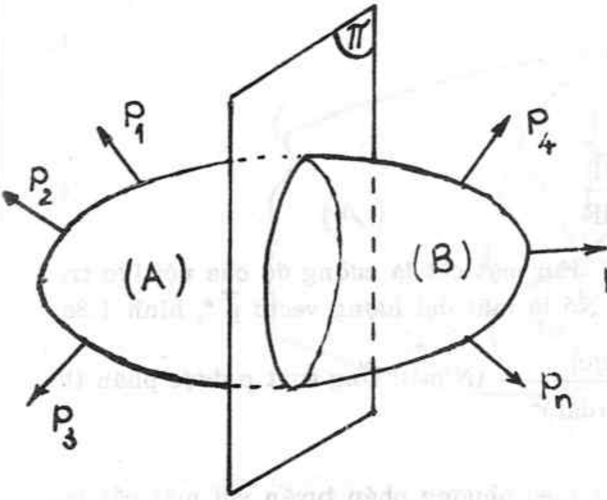
1.2. Phương pháp khảo sát

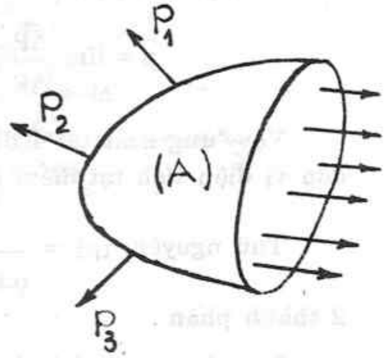
Khi vật thể chưa bị phá hoại thì "nội lực cân bằng với ngoại lực". Vì thế để khảo sát nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt như sau:

Dùng mặt cắt (π) có phương bất kỳ cắt qua vật thể tại điểm cần khảo sát (xem hình 1.1.a). Mặt cắt này sẽ chia vật thể ra làm 2 phần. Xét sự cân bằng của 1 phần nào đó (A chẳng hạn) (xem hình 1.1.b): A cân bằng vì có hệ nội lực của phần B tác dụng lên A (và ngược lại). Hệ nội lực này sẽ phân bố trên toàn mặt cắt.

Hợp lực của chúng là một vectơ $\vec{R}$ bất kỳ nếu đưa về trọng tâm mặt cắt ta sẽ được một vectơ $\vec{R}$ và một mômen M.

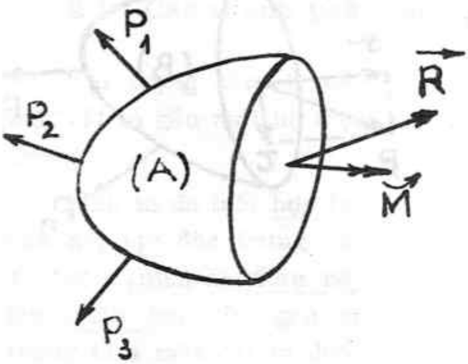
Theo nguyên lý cân bằng thì hệ nội lực trên phần(A) phải bằng với hệ



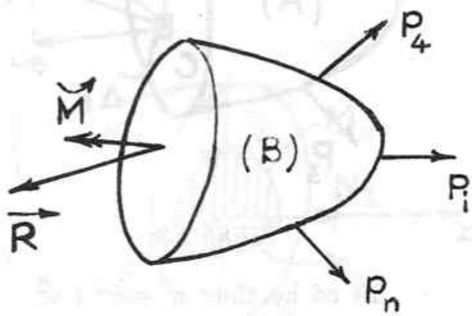


Hình 1.1

nội lực trên phần (B), nghĩa là hợp của hệ nội lực trên phần (B) là cặp vectơ lực và mômen trực đối với $\vec{R}$, M (hình 1-2.a,b)



Hình 1.2a



Hình 1.2b

1.3 Khái niệm về ứng suất

Xét một diện tích rất nhỏ ΔF tại một điểm C trên mặt cắt của phần A. Hợp lực của nội lực trên ΔF là $\vec{\Delta P}$

Ta định nghĩa:

Ứng suất trung bình tại C:

$$\vec{p}_{tb} = \frac{\vec{\Delta P}}{\Delta F} \tag{1.1}$$

* Ứng suất thực tại C:

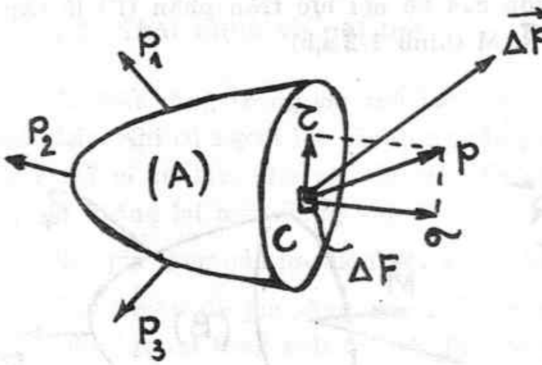
$$\vec{p} = \lim_{\Delta F \to o} \frac{\vec{\Delta P}}{\Delta F} = \frac{\vec{dP}}{dF} \tag{1.2}$$

Vậy "ứng suất tại 1 điểm trên mặt cắt là cường độ của nội lực trên 1 đơn vị diện tích tại điểm đó. Nó là một đại lượng vectơ $\vec{p}$ ", hình 1.3a.

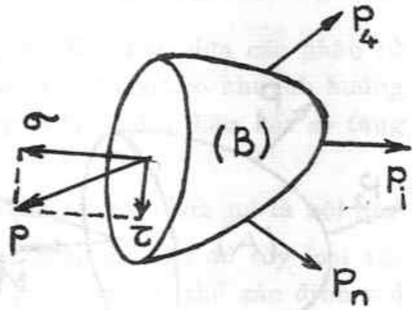
Thứ nguyên: $[p] = \frac{\text{Lực}}{(\text{chiều dài})^2} = (N/m^2)$. Ứng suất p được phân thành 2 thành phần :

* σ: ứng suất pháp hướng theo phương pháp tuyến với mặt cắt tại C

* τ: ứng suất tiếp nằm trong mặt cắt. (Xem hình 1.3a)



Hình 1.3a



Hình 1.3b

Ta có hệ thức $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$

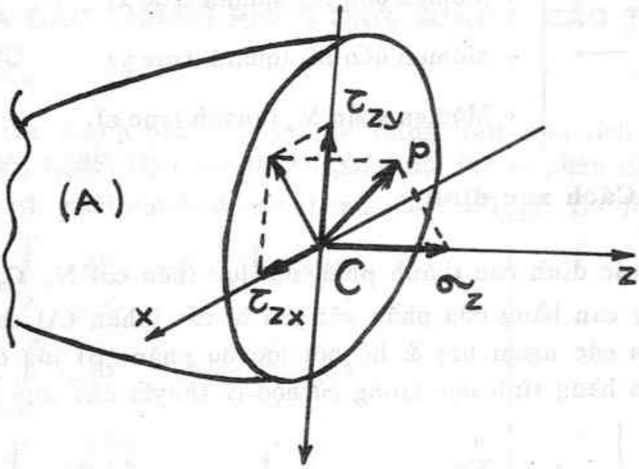
Tương tự đối với phần B cũng có các thành phần ứng suất như thế nhưng ngược chiều (theo nguyên lý tác dụng & phản tác dụng). (Xem hình 1-3-b).

Nếu ta gắn 1 hệ trục tọa độ Cxyz sao cho Cz trùng với phương pháp tuyến của mặt cắt ta sẽ được 3 thành phần ứng suất theo phương các trục tọa độ như sau: (Hình 1.4)

* Ứng suất pháp: σ_z (hướng theo phương z)

* Ứng suất tiếp: τ_{zx} (hướng theo phương x)

* Ứng suất tiếp: τ_{zy} (hướng theo phương y)



Hình 1.4

Thừa nhận: ứng suất pháp gây ra biến dạng dài

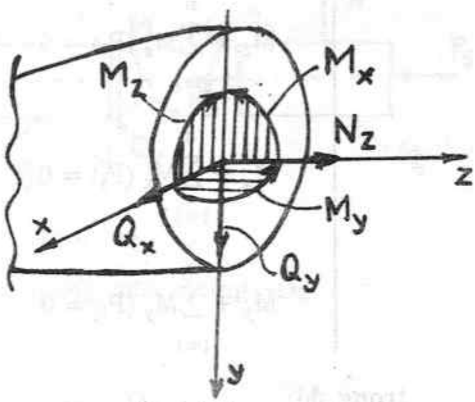
ứng suất tiếp gây ra biến dạng góc.

2. CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC - CÁCH XÁC ĐỊNH

2.1 - Các thành phần nội lực

Tại trọng tâm O của mặt cắt ta gắn một hệ trục Oxyz

Như ta đã biết hợp lực của nội lực đặc trưng cho sự tác dụng của phần này lên phần kia, thu gọn về trọng tâm mặt cắt ta được 1 vectơ lực $\vec{R}$ & 1 mômen M. Chiếu chúng lên 3 trục tọa độ ta được các thành phần nội lực như sau: (Hình 1.5)



Hình 1.5

$\vec{R}$ ⟶
- + Lực dọc N_z (hướng theo trục z)
- + Lực cắt Q_x (hướng theo trục x)
- + Lực cắt Q_y (hướng theo trục y)

$$\vec{M} \longrightarrow \begin{cases} + \text{Mômen uốn } M_x \text{ (quanh trục x)} \\ + \text{Mômen uốn } M_y \text{ (quanh trục y)} \\ + \text{Mômen xoắn } M_z \text{ (quanh trục z)} \end{cases}$$

2.2 Cách xác định

Để xác định các thành phần nội lực (nếu có) N_z, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z, ta xét sự cân bằng của phần vật thể bị cắt (phần (A) chẳng hạn) dưới tác dụng của các ngoại lực & hệ nội lực do phần (B) tác dụng. Các phương trình cân bằng tĩnh học trong cơ học lý thuyết cho ta:

PP đại số

$$\begin{cases} N_z + \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0 \\ Q_y + \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \\ Q_x + \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \\ M_z + \sum_{i=1}^{n} M_z(P_i) = 0 \\ M_x + \sum_{i=1}^{n} M_x(P_i) = 0 \\ M_y + \sum_{i=1}^{n} M_y(P_i) = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

trong đó:

P_{ix}, P_{iy}, P_{iz} - thành phần trên trục x, y, z của các lực P_i tác dụng lên phần đang xét

$M_x(P_i)$, $M_y(P_i)$, $M_z(P_i)$ - mômen của các lực P_i đối với trục x, y, z.

3. LIÊN HỆ GIỮA CÁC THÀNH PHẦN ỨNG SUẤT & CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC

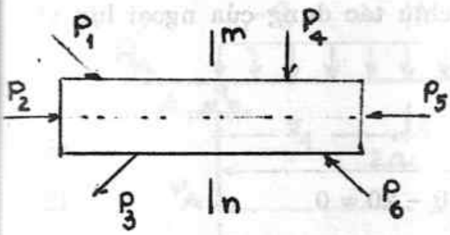
Theo trên thì các thành phần nội lực tác dụng trên diện tích dF lần lượt là $\sigma_z dF$, $\tau_{zx} dF$, $\tau_{zy} dF$. Gộp các thành phần nội lực vi phân này trên toàn diện tích mặt cắt phải chính là các thành phần nội lực. Do đó ta có:

$$\left.\begin{aligned} N_z &= \int_F \sigma_z dF & M_x &= \int_F \sigma_z y dF \\ Q_y &= \int_F \tau_{zy} dF & M_y &= \int_F \sigma_z x dF \\ Q_x &= \int_F \tau_{zx} dF & M_z &= \int_F (\tau_{zx} y - \tau_{zy} x) dF \end{aligned}\right\} \qquad (1.4)$$

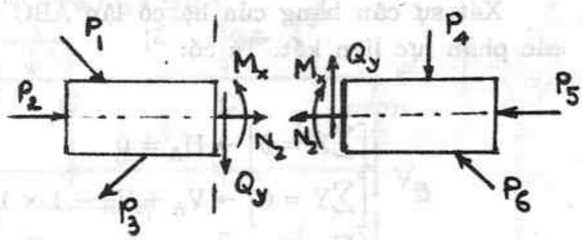
4. BÀI TOÁN PHẲNG

Khi ngoại lực tác dụng nằm trong 1 mặt phẳng chứa trục thanh, ví dụ mặt phẳng yOz, thì hợp lực của nội lực cũng nằm trong mặt phẳng đó: ta có bài toán phẳng.

* Các thành phần nội lực (hình 1.6)



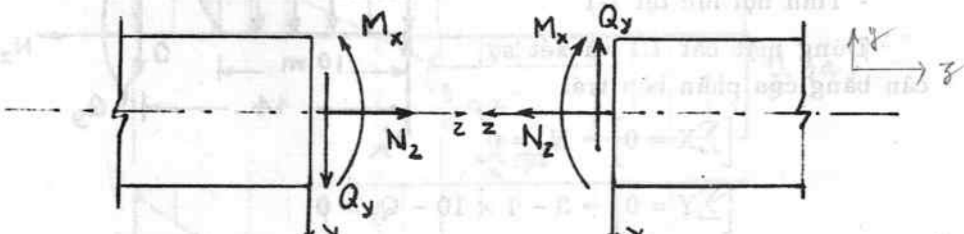
Hình 1.6a



Hình 1.6b

Chỉ có 3 thành phần N_z, M_x, Q_y nằm trong mặt phẳng yOz

Quy ước dấu (Xem hình 1.7)



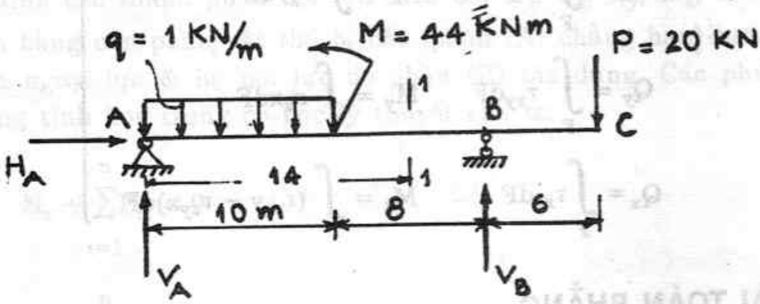
Hình 1.7 Quy ước dương của nội lực trong bài toán phẳng

+ $N_z > O$ khi có chiều hướng ra mặt cắt

+ $Q_y > O$ khi có khuynh hướng quay mặt cắt đang xét theo chiều kim đồng hồ

+ $M_x > O$ khi làm căng thớ dương của trục y (thớ dưới)

Thí dụ 1: Cho 1 dầm chịu lực như hình vẽ. Xác định các trị số nội lực tại mặt cắt 1-1 cách gối tựa trái 14 m



Giải

- Tính phản lực liên kết

Giải phóng các liên kết tại A & B và thay bằng các phản lực liên kết V_A, H_A, V_B

Xét sự cân bằng của hệ cô lập ABC chịu tác dụng của ngoại lực và các phản lực liên kết. Ta có:

$$\left[\sum X = 0\right] \rightarrow H_A = 0 \quad (1)$$

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow V_A + V_B - 1 \times 10 - 20 = 0 \quad (2)$$

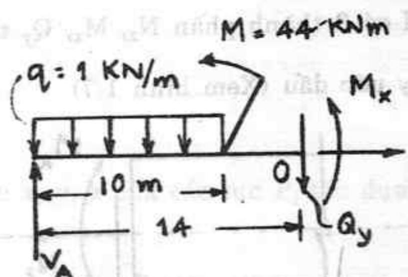
$$\left[\sum M/A = 0\right] \rightarrow 1 \times 10 \times 5 - 44 - V_B \times 18 + 20 \times 24 = 0 \quad (3)$$

(3) $\rightarrow V_B = 27KN$

(2) $\rightarrow V_A = 3KN$

- Tính nội lực tại 1-1

Dùng mặt cắt 1.1 và xét sự cân bằng của phần bên trái



$$\left[\sum X = 0\right] \rightarrow N_z = 0$$

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow 3 - 1 \times 10 - Q_y = 0$$

$\rightarrow Q_y = -7KN$

Sd PP

Chọn Q_y hướng xuống

$$\left[\sum M/0 = 0\right] \rightarrow 3 \times 14 - 1 \times 10 \times 9 - 44 - M_x = 0$$

$$\rightarrow M_x = -92KNm$$

5. BIỂU ĐỒ NỘI LỰC CỦA BÀI TOÁN PHẲNG

+ Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của nội lực theo vị trí, từ đó ta suy ra mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt mà tại đó trị số của nội lực là lớn nhất

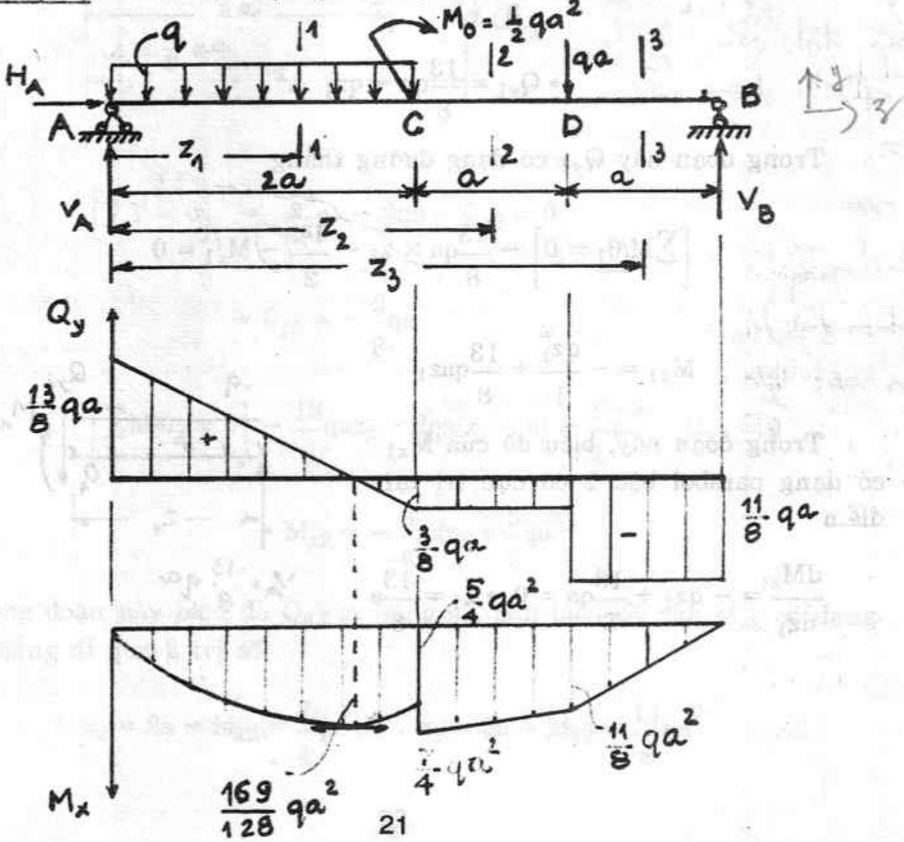
+ Phương pháp giải tích: Để vẽ biểu đồ nội lực ta dùng 1 mặt bất kỳ có hoành độ z, viết biểu thức nội lực theo z rồi vẽ đồ thị

Chú ý khi vẽ biểu đồ nội lực:

• Với biểu đồ nội lực cắt Q_y, tung độ dương được biểu diễn về phía trên trục hoành và có để dấu trên biểu đồ.

• Với biểu đồ mômen uốn M_x, tung độ dương được biểu diễn về phía dưới của trục hoành. Tuy nhiên với quy ước dương của mômen Mx, thì ta chỉ cần vẽ mômen về phía thớ chịu căng và không cần để dấu. Như vậy qua biểu đồ mômen uốn ta biết ngay thớ nào chịu căng

Thí dụ 2: Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm như hình vẽ



Giải

- Tính phản lực liên kết

$$HA = 0$$

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow V_A + V_B = 2qa + qa = 3qa$$

$$\left[\sum M/A = 0\right] \rightarrow 2qa^2 + \frac{1}{2}qa^2 + qa \times 3a - V_B \times 4a = 0$$

$$\rightarrow V_B = \frac{11}{8}qa$$

$$V_A = 3qa - \frac{11}{8}qa = \frac{13}{8}qa$$

- Biểu thức giải tích của nội lực: (Chia thanh làm 3 đoạn sao cho trong mỗi đoạn không có lực tập trung, không có mômen tập trung hoặc không có bước nhảy của lực phân bố)

Đoạn AC: Dùng mặt cắt 1.1 có tọa độ z_1 tính từ đầu trái A

rất bảo? cho moment thuận, lực thuận - điểm đặt của lực p.bố luôn ? 1 bên so với tâm quay (đ/v moment)

Ta có: $0 \leq z_1 \leq 2a$

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow \frac{13}{8}qa - qz_1 - Q_{y1} = 0$$

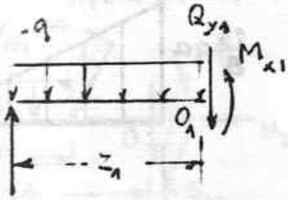
$$\rightarrow Q_{y1} = \frac{13}{8}qa - qz_1$$

Trong đoạn này Q_{y1} có dạng đường thẳng

$$\left[\sum M/0_1 = 0\right] \rightarrow \frac{13}{8}qa \times z_1 - \frac{qz_1^2}{2} - M_{x1} = 0$$

→ Đ/v nội lực :

$$M_{x1} = -\frac{qz_1^2}{1} + \frac{13}{8}qaz_1$$



$V_A = \frac{13}{8}qa$

Trong đoạn này, biểu đồ của M_{x1} có dạng parabol bậc 2 có cực trị tại điểm

$$\frac{dM_{x1}}{dz_1} = -qz_1 + \frac{13}{8}qa = 0 \rightarrow z_1 = \frac{13}{8}a$$

$$(M_{x1})_{z_1=\frac{13}{8}a} = -\frac{q\left(\frac{13}{8}a\right)^2}{2} + \frac{13}{8}qa\left(\frac{13}{8}a\right) = \frac{169}{128}qa^2$$

Tại đây ta nhận thấy $(Q_{y1})_{z_1=\frac{13}{8}a} = \frac{13}{8}qa - q\left(\frac{13}{8}a\right) = 0.$

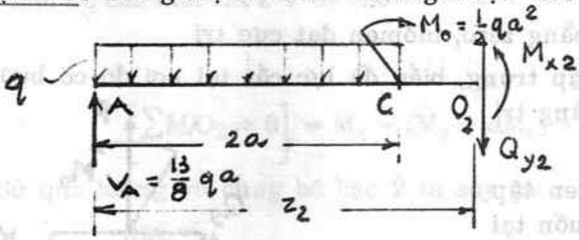
Vài trị số đặc biệt:

$$z_1 = 0 \quad \to Q_{y1} = \frac{13}{8}qa\,; \qquad M_{x1} = 0$$

$$z_1 = \frac{13}{8}a \quad \to Q_{y1} = 0\,; \qquad M_{x1} = \frac{169}{128}qa^2 = M_{max}$$

$$z_1 = 2a \quad \to Q_{y1} = -\frac{3}{8}qa\,; \quad M_{x1} = \frac{5}{4}qa^2$$

Đoạn CD: Dùng mặt cắt 2-2 cách gối tựa trái z_2 : $2a \le z_2 \le 3a$



$$\left[\sum Y = 0\right] \to \frac{13}{8}qa - 2qa - Q_{y2} = 0$$

$$\to Q_{y2} = -\frac{3}{8}qa$$

$$\left[\sum M/0_2 = 0\right] \to \frac{13}{8}qaz_2 - 2qa(z_2 - a) + \frac{1}{2}qa^2 - M_{x2} = 0$$

$$\to M_{x2} = -\frac{3}{8}qaz_2 + \frac{5}{2}qa^2$$

Trong đoạn này biểu đồ Q_{y2} là hằng số, còn biểu đồ của M_{x2} có dạng đường thẳng đi qua 2 trị số

$$z_2 = 2a \to M_{x2} = \frac{7}{4}qa^2\,, \qquad z_2 = 3a \to M_{x2} = \frac{11}{8}qa^2$$

Đoạn DB: Dùng mặt cắt 3.3 $3a \le z_3 \le 4a$ và xét sự cân bằng của phần bên phải

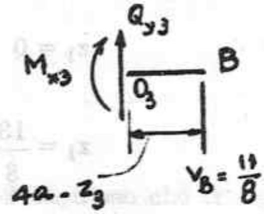
$\overrightarrow{BD}$

$$\left[\sum Y = 0\right] \to Q_{y3} + \frac{11}{8}qa = 0 \to Q_{y3} = -\frac{11}{8}qa$$

k dùng V_A và H.

$$\left[\sum M/0_3 = 0\right] \to M_{x3} - \frac{11}{8}qa\,(4a - z_3) = 0$$

$$M_{x3} = \frac{11}{8}qa(4a - z_3)$$



$$z_3 = 3a \to M_{x3} = \frac{11}{8}qa^2$$

$$z_3 = 4a \to M_{x3} = 0$$

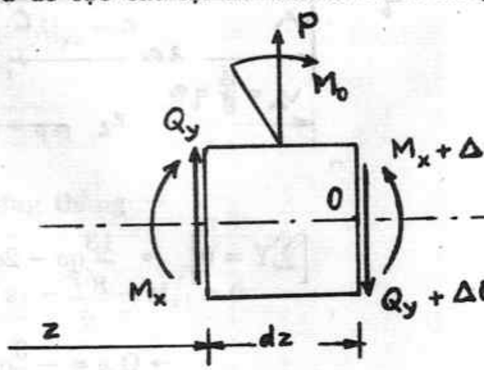
Vẽ chung biểu đồ nội lực của 3 đoạn thanh ta được biểu đồ như trên hình b, c

Nhận xét

- Nơi nào lực cắt bằng zero, mômen đạt cực trị

- Nơi nào có lực tập trung, biểu đồ lực cắt tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của lực tập trung

- Nơi nào có mômen tập trung, biểu đồ mômen uốn tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của mômen tập trung.



Chứng minh các nhận xét

Xét đoạn thanh vi phân dz ở hoành độ z chịu một lực tập trung P và mômen tập trung Mo. Trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực như hình vẽ. Ta có :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Q_y + P - (Q_y + \Delta Q_y) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q_y = P$$

$$\sum M/O = 0 \Rightarrow M_x - (M_x + \Delta M_x) + Q_y dz + M_o + P\frac{dz}{2} = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé $Q_y dz$ và $P\frac{dz}{2}$ ta được

Đoạn DB: Dùng mặt cắt 3.3 $3a \le z_3 \le 4a$ và xét sự cân bằng của phần bên phải

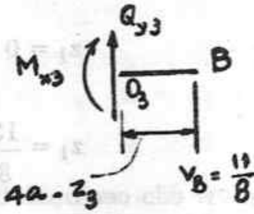
$\overrightarrow{BD}$

k dùng V_A và H.

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow Q_{y3} + \frac{11}{8}qa = 0 \rightarrow Q_{y3} = -\frac{11}{8}qa$$

$$\left[\sum M/0_3 = 0\right] \rightarrow M_{x3} - \frac{11}{8}qa\,(4a - z_3) = 0$$

$$M_{x3} = \frac{11}{8}qa(4a - z_3)$$



$$z_3 = 3a \rightarrow M_{x3} = \frac{11}{8}qa^2$$

$$z_3 = 4a \rightarrow M_{x3} = 0$$

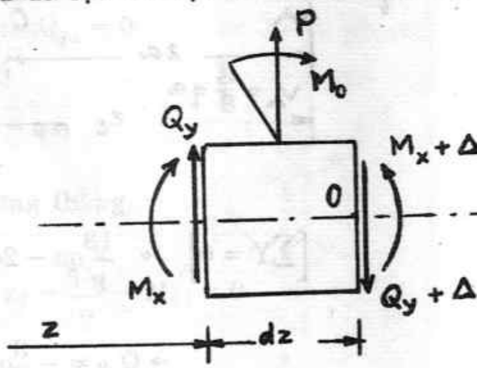
Vẽ chung biểu đồ nội lực của 3 đoạn thanh ta được biểu đồ như trên hình b, c

Nhận xét

- Nơi nào lực cắt bằng zero, mômen đạt cực trị

- Nơi nào có lực tập trung, biểu đồ lực cắt tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của lực tập trung

- Nơi nào có mômen tập trung, biểu đồ mômen uốn tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của mômen tập trung.



Chứng minh các nhận xét

Xét đoạn thanh vi phân dz ở hoành độ z chịu một lực tập trung P và mômen tập trung Mo. Trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực như hình vẽ. Ta có :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Q_y + P - (Q_y + \Delta Q_y) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q_y = P$$

$$\sum M/O = 0 \Rightarrow M_x - (M_x + \Delta M_x) + Q_y dz + M_o + P\frac{dz}{2} = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé $Q_y dz$ và $P\frac{dz}{2}$ ta được

Đoạn DB: Dùng mặt cắt 3.3 $3a \le z_3 \le 4a$ và xét sự cân bằng của phần bên phải

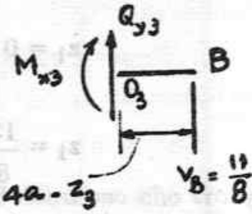
$\overrightarrow{BD}$

$$\left[\sum Y = 0\right] \to Q_{y3} + \frac{11}{8}qa = 0 \to Q_{y3} = -\frac{11}{8}qa$$

k dùng V_A và H_1

$$\left[\sum M/0_3 = 0\right] \to M_{x3} - \frac{11}{8}qa\,(4a - z_3) = 0$$

$$M_{x3} = \frac{11}{8}qa(4a - z_3)$$



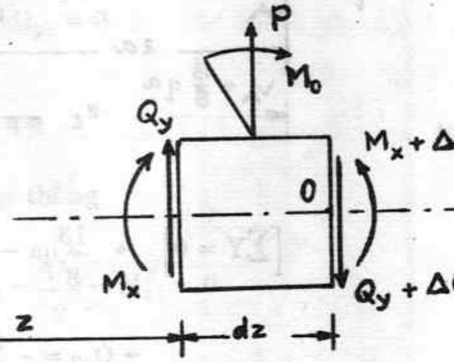
$$z_3 = 3a \to M_{x3} = \frac{11}{8}qa^2$$

$$z_3 = 4a \to M_{x3} = 0$$

Vẽ chung biểu đồ nội lực của 3 đoạn thanh ta được biểu đồ như trên hình b, c

Nhận xét

- Nơi nào lực cắt bằng zero, mômen đạt cực trị
- Nơi nào có lực tập trung, biểu đồ lực cắt tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của lực tập trung
- Nơi nào có mômen tập trung, biểu đồ mômen uốn tại nơi đó có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của mômen tập trung.



Chứng minh các nhận xét

Xét đoạn thanh vi phân dz ở hoành độ z chịu một lực tập trung P và mômen tập trung Mo. Trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực như hình vẽ. Ta có :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Q_y + P - (Q_y + \Delta Q_y) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q_y = P$$

$$\sum M/O = 0 \Rightarrow M_x - (M_x + \Delta M_x) + Q_y dz + M_o + P\frac{dz}{2} = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé $Q_y dz$ và $P\frac{dz}{2}$ ta được

$$\Delta M_x = M_o$$

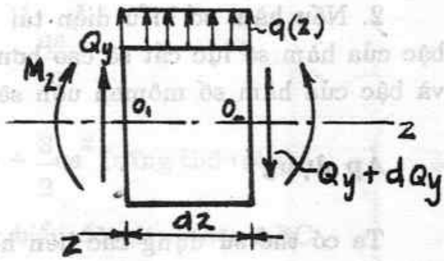
Các nhận xét về bước nhảy đã được chứng minh.

6. LIÊN HỆ VI PHÂN GIỮA NỘI LỰC VÀ TẢI TRỌNG TRONG THANH THẲNG

Xét đoạn thanh vi phân dz ở tọa độ z, chịu tải trọng phân bố bất kỳ q(z) và các thành phần nội lực trên 2 mặt cắt như hình vẽ (hình 1.8)

$$\sum Y = 0 \rightarrow Q_y - (Q_y + dQ_y) + q(z)dz = 0$$

$$\rightarrow \frac{dQ_z}{dz} = q(z) \qquad \text{(a)}$$



Hình 1.8

Tổng mômen của các lực đối với trọng tâm O_2 của mặt cắt z + dz cho ta

$$\left[\sum M/O_2 = 0\right] \rightarrow M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + \frac{q(z)(dz)^2}{2} = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé bậc 2 ta suy ra:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y \qquad \text{(b)}$$

Kết hợp (a) và (b) ta suy ra $\frac{d^2M_x}{dz^2} = q(z)$ (c).

Tóm lại ta có các liên hệ vi phân trong thanh thẳng:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dQ_y}{dz} = q(z) && \text{(1.5a)} \\ &\frac{dM_x}{dz} = Q_y && \text{(1.5b)} \\ &\frac{d^2M_x}{dz^2} = q(z) && \text{(1.5c)} \end{aligned}\right\} \qquad (1.5)$$

Nghĩa là: "Đạo hàm của lực cắt tại 1 điểm bằng cường độ tải trọng phân bố theo chiều dài tại điểm đó, đạo hàm của mômen uốn tại 1 điểm bằng lực cắt tại điểm đó, còn đạo hàm bậc 2 của mômen uốn bằng cường độ tải trọng phân bố theo chiều dài"

Hệ luận

1. Về mặt hình học, lực cắt tại một tiết diện chính bằng độ dốc của tiếp tuyến với biểu đồ mômen uốn tại đó và cường độ tải trọng phân bố dài là độ dốc của tiếp tuyến biểu đồ lực cắt.

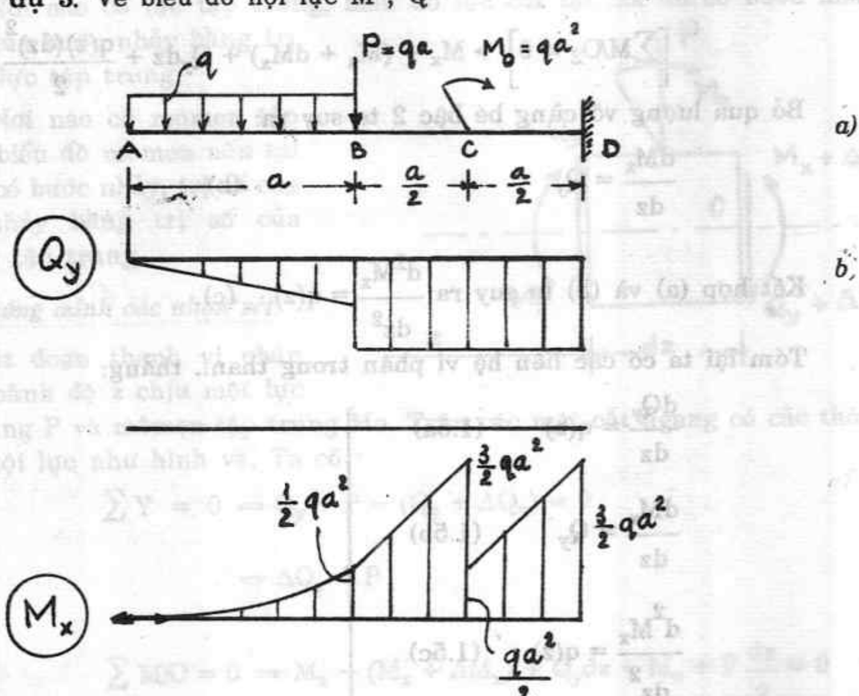
2. Nếu hàm số biểu diễn tải trọng phân bố là một hàm số đại số thì bậc của hàm số lực cắt sẽ cao hơn bậc của hàm tải trọng phân bố một bậc và bậc của hàm số mômen uốn sẽ cao hơn bậc của hàm lực cắt một bậc.

Áp dụng

Ta có thể sử dụng các liên hệ vi phân để:

- Vẽ biểu đồ nội lực nhanh chóng
- Kiểm tra các biểu đồ nội lực

Thí dụ 3: Vẽ biểu đồ nội lực M , Q



a) Sơ đồ tải trọng và kết cấu.
b) Biểu đồ lực cắt Q_y
c) Biểu đồ momen uốn M_x

Đoạn AB: có lực phân bố đều q = hằng số nên biểu đồ lực cắt bậc 1 và biểu đồ mômen uốn bậc 2

Điểm A: $Q_y = 0$; $M_x = 0$

Điểm B: $Q_y = -qa$; $M_x = -\frac{qa^2}{2}$

Đoạn BC: không có q nên biểu đồ Q_y là hằng số còn biểu đồ M_x bậc 1.

Điểm B: $Q_y = -2qa$; $M_x = -\frac{qa^2}{2}$

Điểm C: $Q_y = -2qa$; $M_x = -\frac{3}{2}qa^2$ (căng thớ trên).

Đoạn CD: không có q nên dạng các biểu đồ giống đoạn BC

Điểm C: $Q_y = -2qa$; $M_x = -\frac{qa^2}{2}$.

Điểm D: $Q_y = -2qa$; $M_x = -\frac{3}{2}qa^2$

Ta vẽ được biểu đồ Q_y và M_x như hình b, c

Kiểm tra

+ Tại A, lực cắt triệt tiêu nên tiếp tuyến với biểu đồ M_x tại đây nằm ngang. Ngoài ra vì đạo hàm bậc 2 của M_x (tức là q) âm nên bề lõm của biểu đồ M_x hướng về phía $M_x < O$ (hướng lên trên).

+ Tại B có lực tập trung P = qa nên biểu đồ lực cắt tại B có bước nhảy từ trái sang phải bằng chính qa

+ Tại C có mômen tập trung qa^2 quay theo chiều kim đồng hồ nên biểu đồ mômen uốn M_x tại đó có bước nhảy từ trái sang phải bằng chính qa^2.

Thí dụ 4: Vẽ biểu đồ nội lực của khung phẳng: M, N, Q

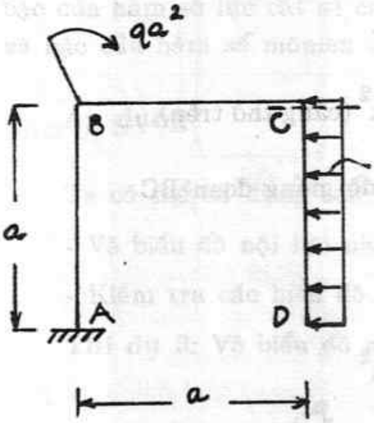
Giải

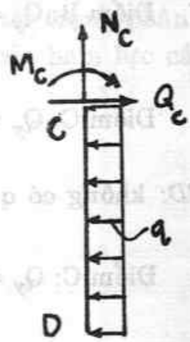
Đoạn CD: q = hằng số → Q bậc 1

→ M bậc 2

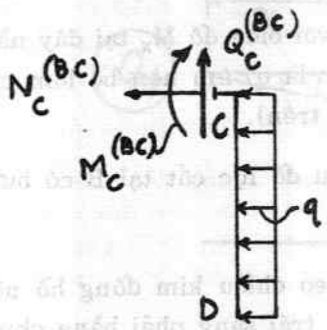
$$+\text{ Điểm D: }\begin{cases} N_D = 0 \\ Q_D = 0 \\ M_D = 0 \end{cases}$$

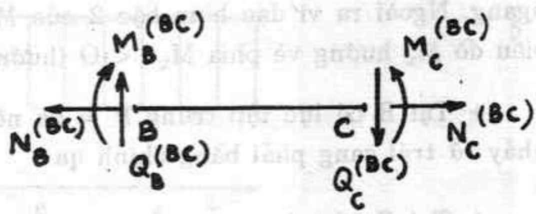
$$+\text{ Điểm C: }\begin{cases} N_C = 0 \\ Q_C = qa \\ M_C = -\dfrac{qa^2}{2} \text{ (căng thớ ngoài)} \end{cases}$$





Đoạn BC: không có q → Q là hằng số → M bậc 1





+Điểm C: $N^{(BC)} = -qa$

$Q^{(BC)} = 0$

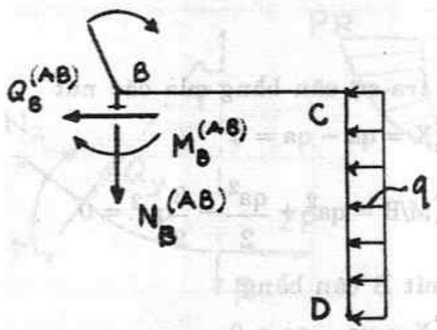
$M_C^{(BC)} = \dfrac{-qa^2}{2}$ (căng thớ trên hoặc ngoài khung).

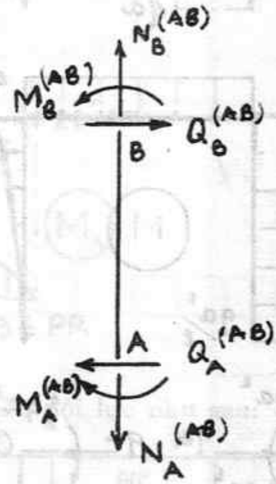
+Điểm B: xét cân bằng của đoạn BC

$$N_B^{(BC)} = N_C^{(BC)} = -qa$$

$$Q_B^{(BC)} = Q_C^{(BC)} = 0$$

$$M_B^{(BC)} = M_C^{(BC)} - Q_C^{(BC)} \times a = -\frac{qa^2}{2} \text{ (căng thớ trên).}$$





Đoạn AB: không có q nên Q là hằng số và M bậc 1

+ Điểm B:

$$\left[\sum X = 0\right] \rightarrow Q_B^{(AB)} = -qa$$

$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow N_B^{(AB)} = 0$$

$$\left[\sum M/B = 0\right] \rightarrow M_B^{(AB)} = -qa^2 - \frac{1}{2}qa^2 = -\frac{3}{2}qa^2$$

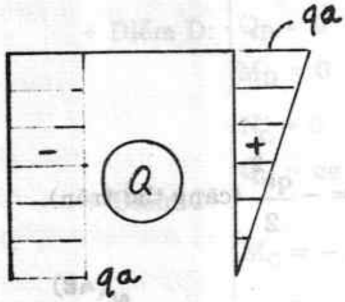
+ Điểm A:

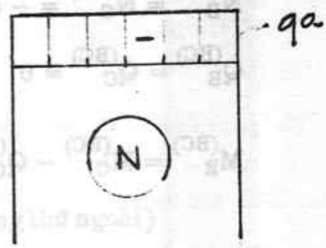
$$\left[\sum X = 0\right] \rightarrow Q_A^{(AB)} = Q_B^{(AB)} = -qa$$

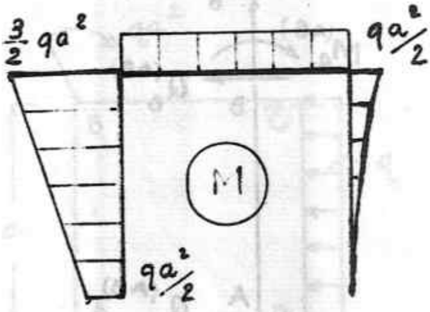
$$\left[\sum Y = 0\right] \rightarrow N_A^{(AB)} = N_B^{(AB)} = 0$$

$$\left[\sum M/A = 0\right] \rightarrow M_A^{(AB)} = M_B^{(AB)} - Q_B^{(AB)} \times a = -\frac{3}{2}qa^2 + qa^2 = -\frac{1}{2}qa^2$$

Cuối cùng ta vẽ được biểu đồ nội lực như hình vẽ dưới đây







Kiểm tra sự cân bằng của các nút

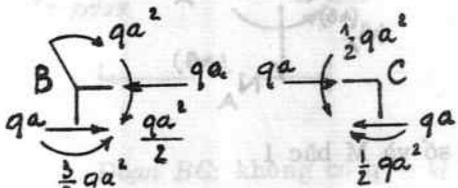
$$\sum X = qa - qa = 0$$

$$\sum M/B = qa^2 + \frac{qa^2}{2} - \frac{3}{2}qa^2 = 0$$

Vậy nút B cân bằng

$$\sum X = qa - qa = 0$$

$$\sum M/C = \frac{qa^2}{2} - \frac{qa^2}{2} = 0$$



Vậy nút C cân bằng

Thí dụ 5: Vẽ biểu đồ nội lực của thanh cong cho trên như hình vẽ

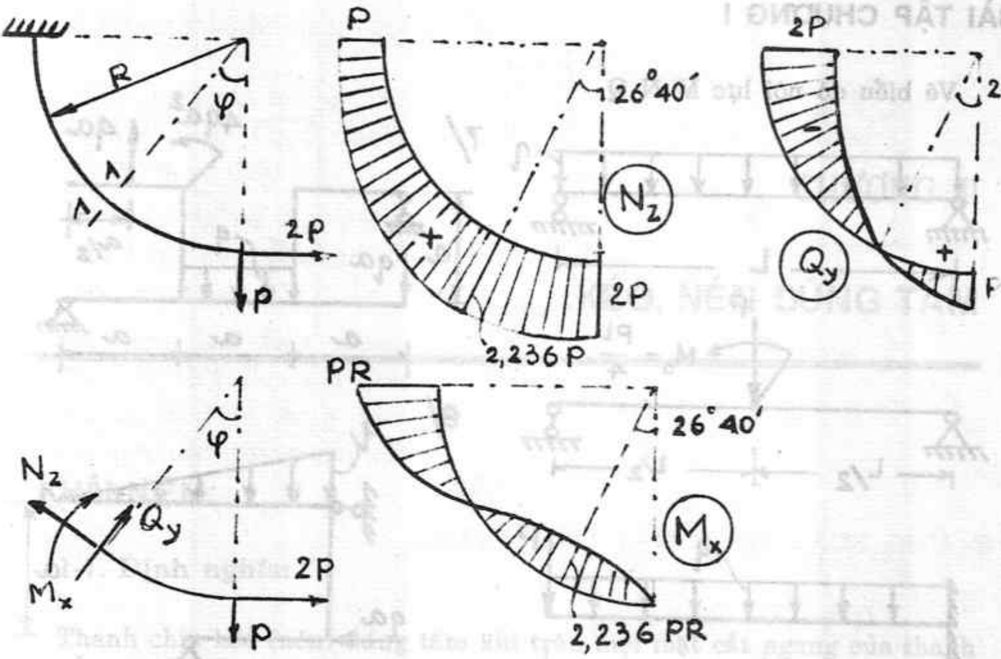
Bài giải

Xét mặt cắt 1.1 và sự cân bằng của phần đầu tự do với quy ước dương của nội lực như hình vẽ.

Đối với thanh cong, dấu của lực cắt Q_y và lực dọc N_z được quy định hoàn toàn giống như thanh thẳng. Riêng M_x được gọi là dương khi mômen đó làm cho thanh cong hơn

Biểu thức nội lực

$$\begin{cases} N_z = P\sin\varphi + 2P\cos\varphi \\ Q_y = P\cos\varphi - 2P\sin\varphi \\ M_x = -PR\sin\varphi + 2PR(1 - \cos\varphi) \end{cases}$$



Ta lập bảng biến thiên của các thành phần nội lực như sau:

φ	0°	30°	45°	60°	90°
N_z	+ 2P	2,232P	2,121P	1,866P	P
Q_y	+P	- 0,134P	- 0,707P	-1,232P	-2P
M_z	0	-0,232PR	-0,121PR	0,134PR	PR

Ta có nhận xét sau:

Khi φ biến thiên từ 0° đến 30° lực cắt Q_y đổi dấu từ dương sang âm. Như vậy trong khoảng này sẽ có một mặt cắt ngang mà trên đó $Q_y = 0$. Cho phương trình của Q_y triệt tiêu ta được vị trí mặt cắt đó:

$$Q_y = P\cos\varphi - 2P\sin\varphi = 0$$

Vậy $\quad tg\varphi = \frac{1}{2}$. Do đó $\varphi = 26^o40'$

Ta nhận thấy tại mặt cắt này mômen uốn M_x và lực dọc N_z đạt cực trị vì:

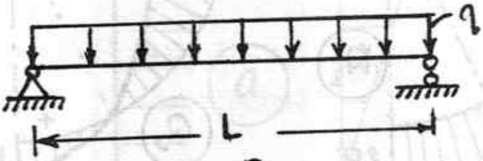
$$\frac{dN_z}{d\varphi} = Q_y \text{ và } \frac{dM_x}{d\varphi} = -Q_y$$

Trị số cực trị là $N_{zmax} = 2{,}236P$; $\quad M_{xmin} = -0{,}236PR$.

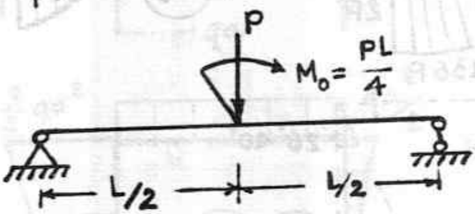
BÀI TẬP CHƯƠNG I

Vẽ biểu đồ nội lực M N Q

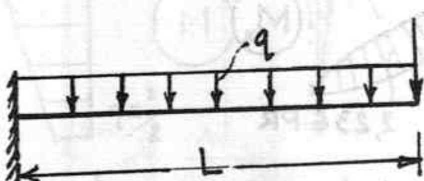
1/



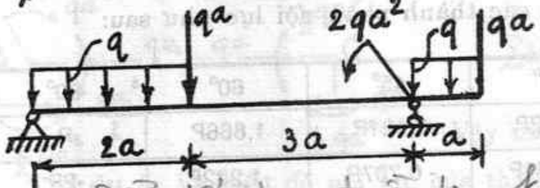
2/



3/



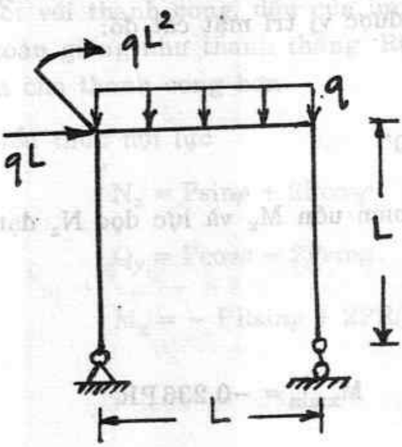
4/



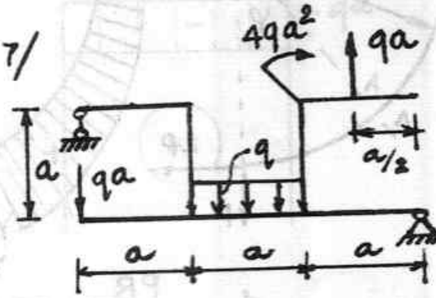
Điểm tiếp hợp, truyền lực, k truyền moment

5/

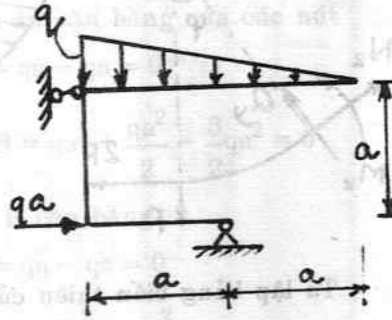
6/



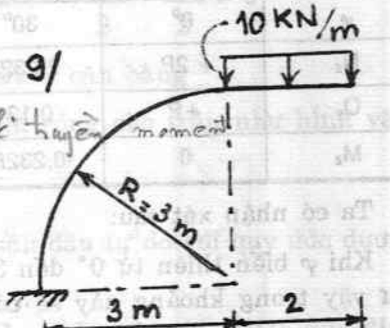
7/



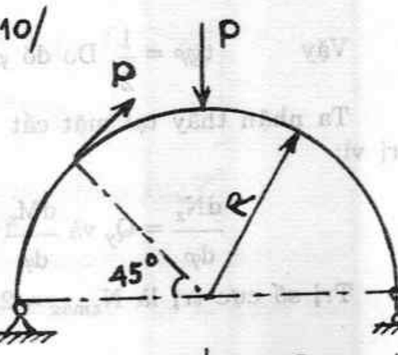
8/



9/



10/



CHƯƠNG II

KÉO, NÉN ĐÚNG TÂM

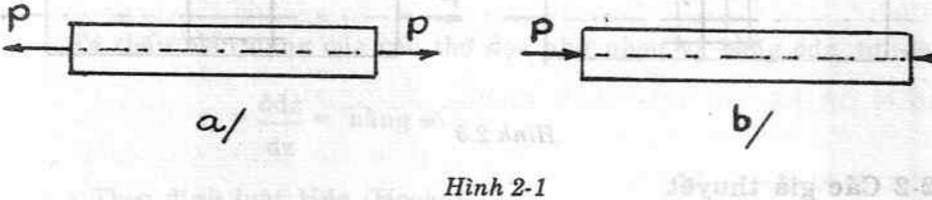
1- KHÁI NIỆM

1-1. Định nghĩa:

Thanh chịu kéo (nén) đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z.

Đây là trường hợp chịu lực đơn giản nhất của thanh. Ta gặp trường hợp này khi một thanh chịu 2 lực bằng nhau và trái chiều ở 2 đầu dọc theo trục thanh.

Nếu những lực này hướng ra ngoài mặt cắt ngang ta nói *thanh chịu kéo* (hình 2-1a), ngược lại ta nói *thanh chịu nén* (hình 2-1b).



Hình 2-1

1-2. Thực tế:

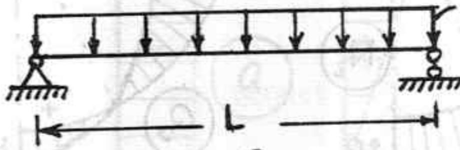
Ta thường gặp các cấu kiện chịu kéo hay nén đúng tâm như:

- Dây cáp nâng vật của cần cẩu (hình 2-2a)
- Ống khói (hình 2-2b)
- Các thanh trong dàn (hình 2-2c)

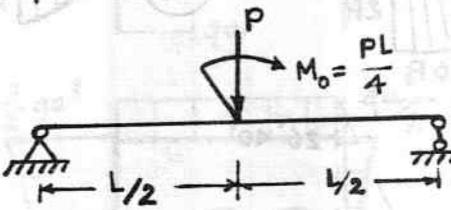
BÀI TẬP CHƯƠNG I

Vẽ biểu đồ nội lực M N Q

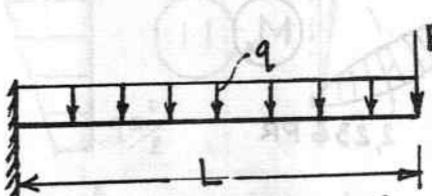
1/



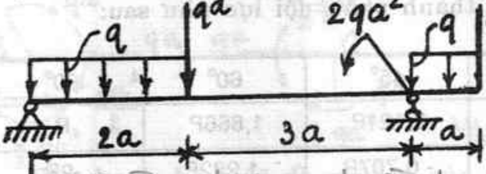
2/



3/



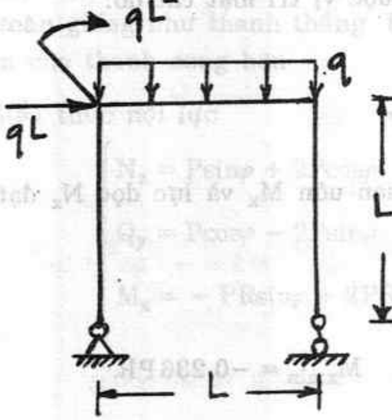
4/



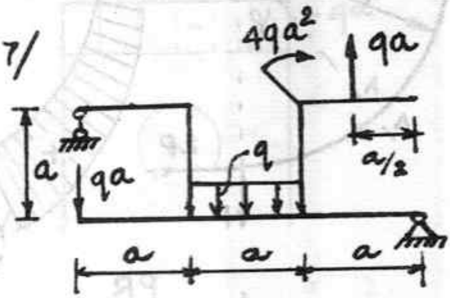
Điểm tiếp hợp, truyền lực, k truyền moment

5/

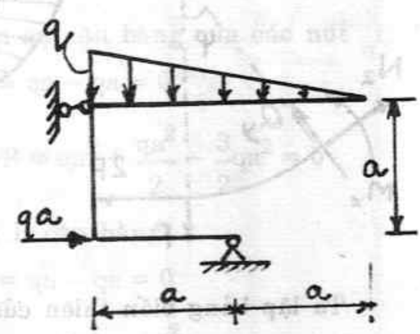
6/



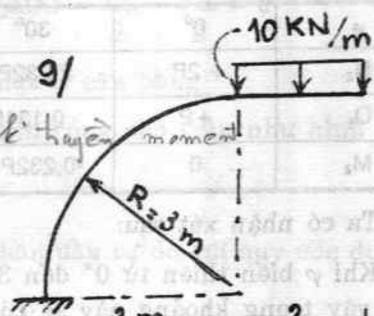
7/



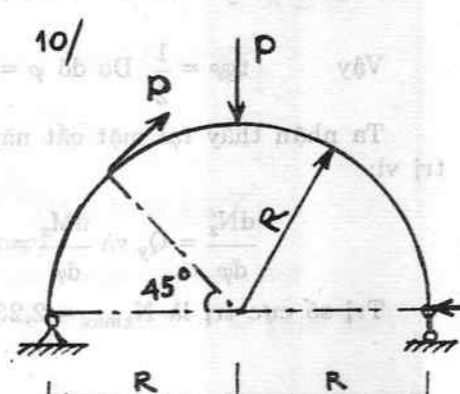
8/



9/



10/



CHƯƠNG II

KÉO, NÉN ĐÚNG TÂM

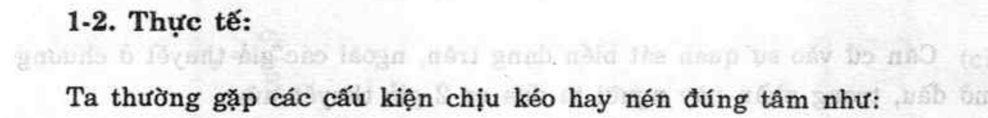
1- KHÁI NIỆM

1-1. Định nghĩa:

Thanh chịu kéo (nén) đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z.

Đây là trường hợp chịu lực đơn giản nhất của thanh. Ta gặp trường hợp này khi một thanh chịu 2 lực bằng nhau và trái chiều ở 2 đầu dọc theo trục thanh.

Nếu những lực này hướng ra ngoài mặt cắt ngang ta nói *thanh chịu kéo* (hình 2-1a), ngược lại ta nói *thanh chịu nén* (hình 2-1b).

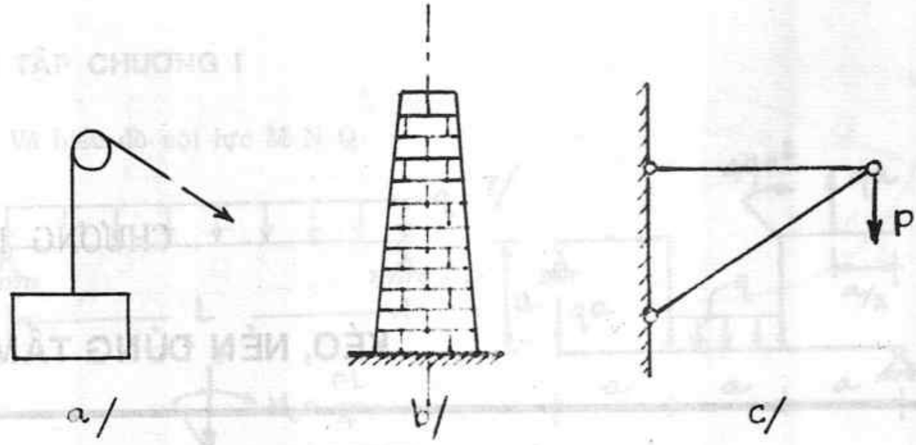


Hình 2-1

1-2. Thực tế:

Ta thường gặp các cấu kiện chịu kéo hay nén đúng tâm như:

- Dây cáp nâng vật của cần cẩu (hình 2-2a)
- Ống khói (hình 2-2b)
- Các thanh trong dàn (hình 2-2c)

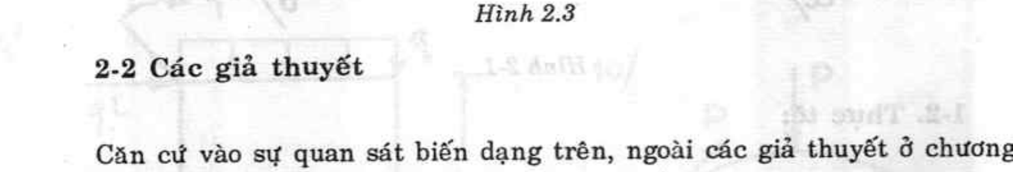


Hình 2.2

2- ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG

2-1 Quan sát biến dạng

Kẻ trên bề mặt thanh các đường song song với trục thanh (tượng trưng cho các thớ dọc) và các đường vuông góc với trục thanh (tượng trưng cho mặt cắt ngang) chúng tạo thành lưới ô vuông. Sau khi chịu lực các ô này biến thành các chữ nhật (Hình 2-3)



Hình 2.3

2-2 Các giả thuyết

Căn cứ vào sự quan sát biến dạng trên, ngoài các giả thuyết ở chương mở đầu, trong phần này người ta đưa ra 2 giả thuyết nữa.

- Giả thuyết mặt cắt ngang phẳng: Mặt cắt ngang của thanh phẳng và vuông góc với trục thanh trong quá trình biến dạng

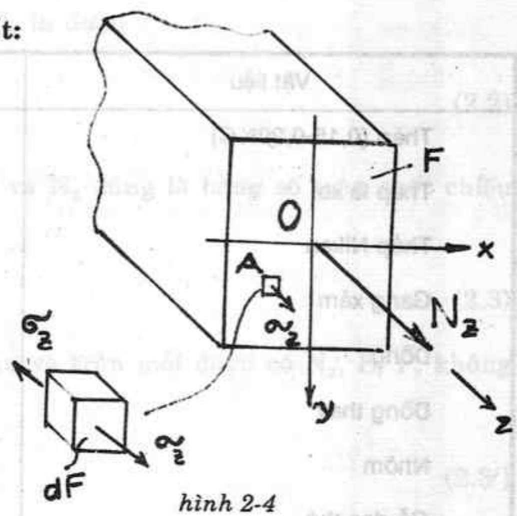
- Giả thuyết về các thớ dọc: Các thớ dọc không ép và đẩy nhau

2-3 Công thức tính ứng suất:

- Xét mặt cắt ngang bất kỳ chọn hệ trục Oxyz (hình 2-4), O là trọng tâm

Nội lực chỉ có N_z. Tách tại điểm A bất kỳ một phân tố hình hộp bé.

Ta thấy sau biến dạng phân tố chỉ có biến dạng dài mà không có biến dạng góc → *trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp σ_z.*

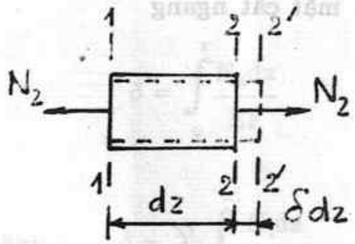


hình 2-4

Nội lực tác dụng lên phân tố quanh A diện tích dF là $\sigma_z dF$, và tổng nội lực này trên toàn diện tích của mặt cắt ngang chính là nội lực N_z ta có

$$N_z = \int_F \sigma_z dF \qquad \text{(a)}$$

- Ta xét thêm điều kiện biến dạng, bằng cách xét phân tố chiều dài dz (hình 2-5)



Hình 2.5

Ta thấy biến dạng của các thớ dọc như nhau và bằng δdz, tức là

$$\varepsilon_z = \frac{\delta dz}{dz} = \text{hằng số} \qquad \text{(b)}$$

- Theo định luật Húc (Hooke)

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \qquad \text{(c)}$$

với E - hằng số tỉ lệ gọi là mô đuyn đàn hồi khi kéo (nén). E tùy thuộc vào vật liệu có thứ nguyên [lực/(chiều dài)^2]. Xem bảng 2-1

Bảng 2-1

Vật liệu	$E(N/m^2)$
Thép (0,15-0,20%C)	20.10^{10}
Thép lò xo	22.10^{10}
Thép Niken	19.10^{10}
Gang xám	$11,5.10^{10}$
Đồng	12.10^{10}
Đồng thau	$(10 \div 12).10^{10}$
Nhôm	$(7 \div 8).10^{10}$
Gỗ dọc thớ	$(0,8 \div 1,2).10^{10}$

(b) và (c) $\Rightarrow \sigma_z = E\varepsilon_z =$ **hằng số** **(d)**

nghĩa là ứng suất σ_z phân bố đều trên mặt cắt ngang

(d) vào (a) ta được

$$\sigma_z \int_F dF = N_z$$

Hay $$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \qquad (2.1)$$

trong đó F: diện tích mặt cắt ngang

Chú ý: Dấu của δ_z giống như dấu của N_z đã qui ước ở chương 1

3- BIẾN DẠNG, HỆ SỐ POÁT XÔNG (POISSON)

3-1 Biến dạng dọc:

Thanh có chiều dài l chịu kéo (nén) sẽ bị dãn (hay co) một đoạn Δl gọi là biến dạng dọc. Ta tính Δl. Xem hình 2-5 ta có

(b) $\Rightarrow$ biến dạng dọc của một đoạn dz là $\delta dz = \varepsilon_z dz$ (e)

(2.1) và (c) thế vào (e)

$$\delta dz = \frac{N_z}{EF} dz \qquad (g)$$

Tích phân trên toàn chiều dài l, ta được

$$\Delta l = \int_l \frac{N_z}{EF} dz \tag{2.2}$$

Nếu E không đổi, F là hằng số và N_z cũng là hằng số trên suốt chiều dài l, thì ta được

$$\Delta l = \frac{N_z l}{EF} \tag{2.3}$$

Trường hợp thanh có nhiều đoạn và trên mỗi đoạn có N_z, E, F, không đổi thì ta có

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_z^i l_i}{E_i F_i}. \tag{2.3'}$$

Tích số EF gọi là *độ cứng* của đoạn thanh khi kéo hay nén

Tương tự, biến dạng dọc của một đoạn chiều dài z là

$$\delta = \int_o^z \frac{N_z dz}{EF} \tag{2.3''}$$

hay $\quad \delta = \sum \int_o^{zi} \frac{N_i dz}{EF}$

3-2 Biến dạng ngang

Thanh rộng b, lượng thay đổi theo phương ngang Δb gọi là biến dạng ngang. Biến dạng tỷ đối theo phương ngang Δb/ b

Theo hệ trục đã chọn (hình 2-4)

Biến dạng tỷ đối theo phương x: ε_x

Biến dạng tỷ đối theo phương y : ε_y

Ta có quan hệ sau

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu\varepsilon_z \tag{2.4}$$

với μ: Hệ số Poát xông, tùy loại vật liệu và có giá trị từ 0 đến 0,5, thí dụ như

Thép: $\quad \mu = 0,25 \div 0,33$

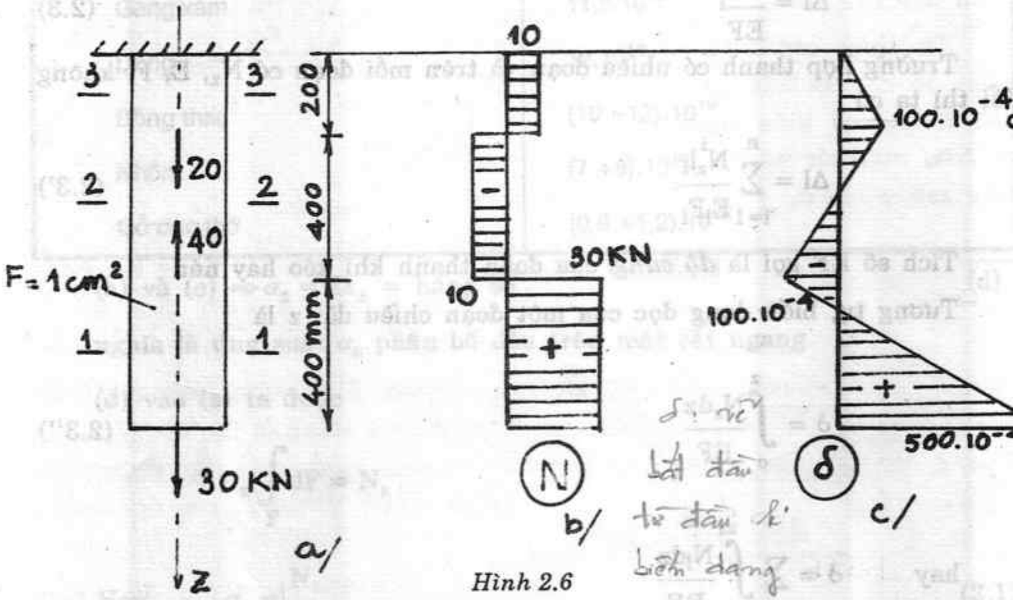
Gang: $\quad \mu = 0,23 \div 0,27$

Nhôm: $\mu = 0,32 \div 0,36$

Bêtông: $\mu = 0,08 \div 0,18$

Cao su: $\mu = 0,47$

Thí dụ 1 Vẽ N_z. Tính ứng suất, biến dạng toàn phần của thanh. Vẽ biểu đồ biến dạng của thanh cho trên hình (2-6a). $E = 2.10^4$: KN / cm^2



Hình 2.6

Bài giải

1) *Vẽ N:* Thanh có 3 đoạn, ta dùng mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3 và xét cân bằng phần *dưới sẽ tính được lực dọc trong mỗi đoạn (hình 2-7 a, b, c)*

Biểu đồ N vẽ như hình (2-6b)

2) *Tính ứng suất:* Nội lực trên 3 đoạn không đổi nên ứng suất tính theo (2.1)

Đoạn 1 $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{F} = \dfrac{30}{1} = 30\,\text{KN/cm}^2$

Đoạn 2 $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{F} = \dfrac{-10}{1} = -10\,\text{KN/cm}^2$

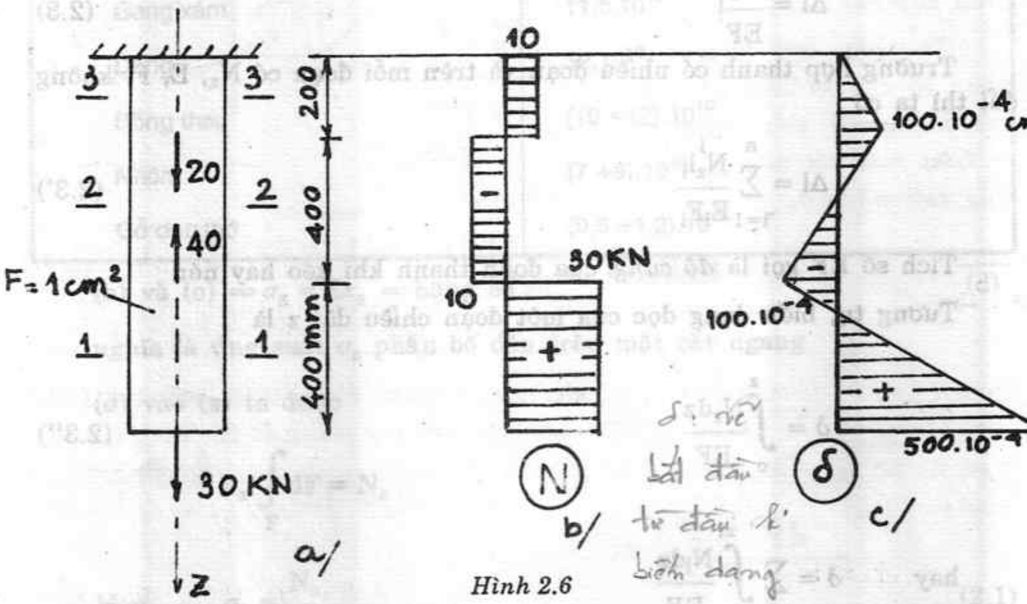
Đoạn 3 $\sigma_3 = \dfrac{N_3}{F} = \dfrac{10}{1} = 10\,\text{KN/cm}^2$

Nhôm: $\mu = 0,32 \div 0,36$

Bêtông: $\mu = 0,08 \div 0,18$

Cao su: $\mu = 0,47$

Thí dụ 1 Vẽ N_z. Tính ứng suất, biến dạng toàn phần của thanh. Vẽ biểu đồ biến dạng của thanh cho trên hình (2-6a). $E = 2.10^4$: KN / cm^2



Hình 2.6

Bài giải

1) *Vẽ N:* Thanh có 3 đoạn, ta dùng mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3 và xét cân bằng phần dưới sẽ tính được lực dọc trong mỗi đoạn (hình 2-7 a, b, c)

Biểu đồ N vẽ như hình (2-6b)

2) *Tính ứng suất:* Nội lực trên 3 đoạn không đổi nên ứng suất tính theo (2.1)

Đoạn 1 $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{F} = \dfrac{30}{1} = 30\ \text{KN/cm}^2$

Đoạn 2 $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{F} = \dfrac{-10}{1} = -10\ \text{KN/cm}^2$

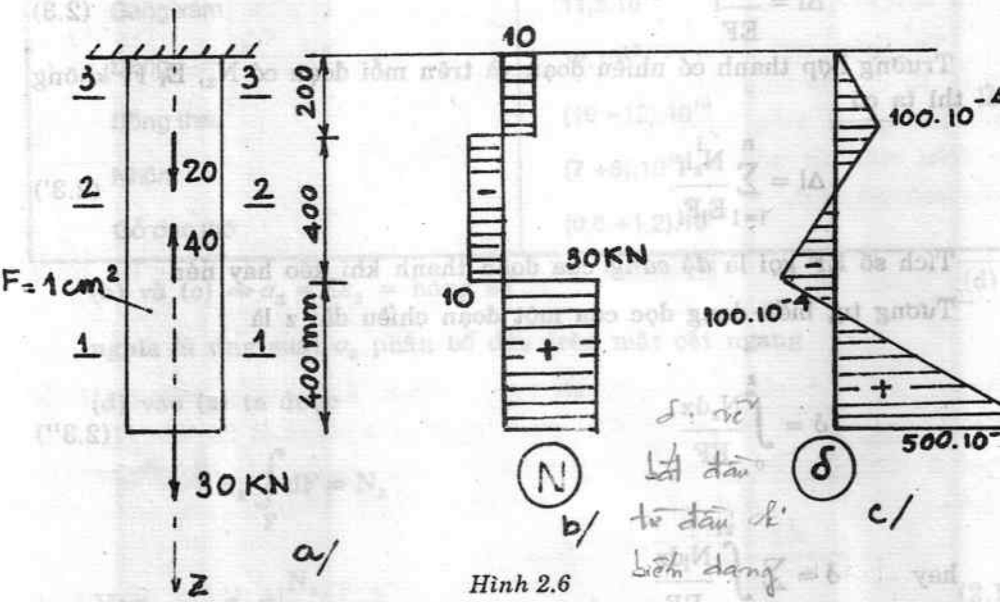
Đoạn 3 $\sigma_3 = \dfrac{N_3}{F} = \dfrac{10}{1} = 10\ \text{KN/cm}^2$

Nhôm: $\mu = 0,32 \div 0,36$

Bêtông: $\mu = 0,08 \div 0,18$

Cao su: $\mu = 0,47$

Thí dụ 1 Vẽ N_z. Tính ứng suất, biến dạng toàn phần của thanh. Vẽ biểu đồ biến dạng của thanh cho trên hình (2-6a). $E = 2.10^4$: KN / cm^2



Hình 2.6

Bài giải

1) *Vẽ N:* Thanh có 3 đoạn, ta dùng mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3 và xét cân bằng phần dưới sẽ tính được lực dọc trong mỗi đoạn (hình 2-7 a, b, c)

Biểu đồ N vẽ như hình (2-6b)

2) *Tính ứng suất:* Nội lực trên 3 đoạn không đổi nên ứng suất tính theo (2.1)

Đoạn 1 $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{F} = \dfrac{30}{1} = 30\ KN/cm^2$

Đoạn 2 $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{F} = \dfrac{-10}{1} = -10\ KN/cm^2$

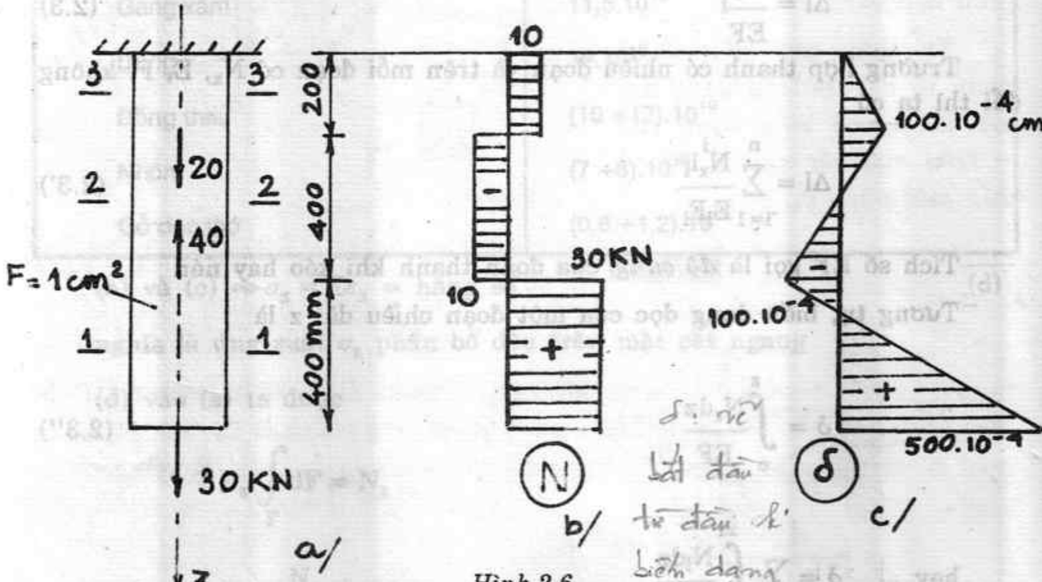
Đoạn 3 $\sigma_3 = \dfrac{N_3}{F} = \dfrac{10}{1} = 10\ KN/cm^2$

Nhôm: $\mu = 0{,}32 \div 0{,}36$

Bêtông: $\mu = 0{,}08 \div 0{,}18$

Cao su: $\mu = 0{,}47$

Thí dụ 1 Vẽ N_z. Tính ứng suất, biến dạng toàn phần của thanh. Vẽ biểu đồ biến dạng của thanh cho trên hình (2-6a). $E = 2.10^4$. KN / cm^2



Hình 2.6

Bài giải

1) *Vẽ N:* Thanh có 3 đoạn, ta dùng mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3 và xét cân bằng phần dưới sẽ tính được lực dọc trong mỗi đoạn (hình 2-7 a, b, c)

Biểu đồ N vẽ như hình (2-6b)

2) *Tính ứng suất:* Nội lực trên 3 đoạn không đổi nên ứng suất tính theo (2.1)

Đoạn 1 $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{F} = \dfrac{30}{1} = 30\ \text{KN/cm}^2$

Đoạn 2 $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{F} = \dfrac{-10}{1} = -10\ \text{KN/cm}^2$

Đoạn 3 $\sigma_3 = \dfrac{N_3}{F} = \dfrac{10}{1} = 10\ \text{KN/cm}^2$

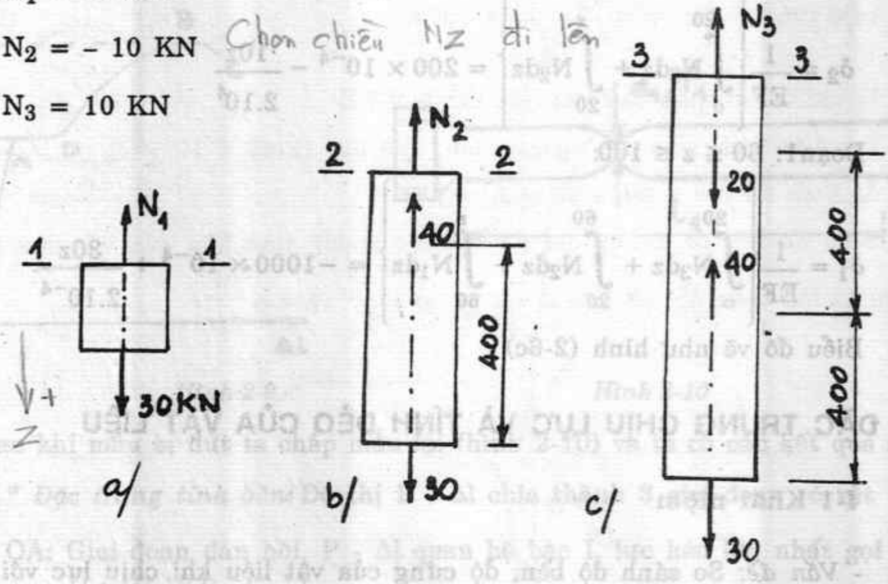
$N_1 = 30$ KN

$N_2 = -10$ KN

$N_3 = 10$ KN

PP sở học

Chọn chiều Nz đi lên



Hình 2.7

3) *Biến dạng toàn phần* là biến dạng của đầu tự do so với đầu ngàm. Ta có

$$\Delta l = \sum_{1}^{3} \frac{N_i l_i}{EF}$$

$$\Delta l = \frac{30 \times 40}{2.10^4 \times 1} + \frac{-10 \times 40}{2.10^4 \times 1} + \frac{10 \times 20}{2.10^4 \times 1} = 500 \times 10^{-4} \text{ cm.}$$

4) *Vẽ biểu đồ biến dạng.* Tương tự như biểu đồ nội lực, biểu đồ biến dạng diễn tả sự biến dạng các mặt cắt ngang theo vị trí của chúng đối với một gốc nào đấy. Ở đây ta lấy gốc là đầu ngàm và tính từ ngàm ra với công thức

$$\delta = \sum \int_{o}^{z} \frac{N_i dz}{EF}$$

Đoạn 3: $0 \le z \le 20$: $\delta_3 = \dfrac{1}{EF} \displaystyle\int_{o}^{z} N_3 dz = \dfrac{10z}{2.10^4}$

Đoạn 2: $20 \le z \le 60$:

$$\delta_2 = \frac{1}{EF}\left\{\int_o^{20} N_3 dz + \int_{20}^{z} N_2 dz\right\} = 200 \times 10^{-4} - \frac{10z}{2.10^4}$$

Đoạn1: $60 \le z \le 100$:

$$\delta_1 = \frac{1}{EF}\left\{\int_o^{20} N_3 dz + \int_{20}^{60} N_2 dz + \int_{60}^{z} N_1 dz\right\} = -1000 \times 10^{-4} + \frac{30z}{2.10^{-4}}.$$

Biểu đồ vẽ như hình (2-6c)

4- ĐẶC TRƯNG CHỊU LỰC VÀ TÍNH DẺO CỦA VẬT LIỆU

4-1 Khái niệm

- *Vấn đề:* So sánh độ bền, độ cứng của vật liệu khi chịu lực với ứng suất, biến dạng của vật liệu cùng loại đã biết. Muốn hiểu rõ tính chất cơ học của các loại vật ta cần thí nghiệm kéo, nén để quan sát tính chất chịu lực và quá trình biến dạng từ lúc bắt đầu chịu lực đến khi phá hỏng

- *Phân loại vật liệu:* căn cứ vào biến dạng và sự phá hỏng, khả năng chịu kéo nén khác nhau người ta phân loại vật liệu thành 2 loại cơ bản

+ *Vật liệu dẻo:* phá hoại khi biến dạng khá lớn (thép, đồng, nhôm...)

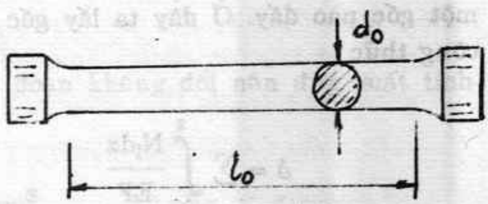
+ *Vật liệu dòn:* phá hoại khi biến dạng còn bé (gang, đá, bê tông...)

4-2 Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo (thép)

a/ Mẫu thí nghiệm: theo TCVN 197- 66, hình 2-8

$d_o = 3 \div 25$ mm

$l_o = (5 \div 10)d_o$

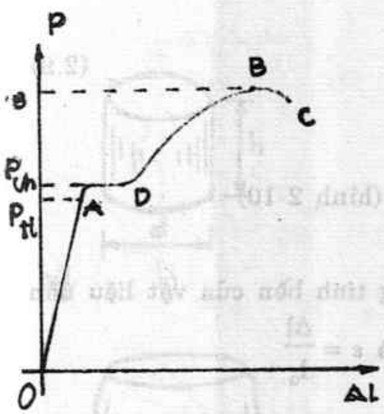


Hình 2-8

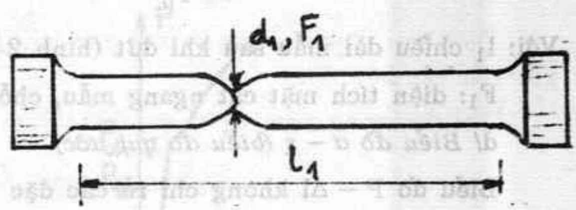
b/ Thí nghiệm: Tăng lực từ 0 đến khi mẫu đứt

c/ Phân tích kết quả

Khi thí nghiệm với bộ phận vẽ biểu đồ của máy kéo, ta nhận được đồ thị quan hệ giữa lực P và biến dạng dài của mẫu Δl như hình (2-9). Ngoài



Hình 2-9



Hình 2-10

ra sau khi mẫu bị đứt ta chắp mẫu lại (hình 2-10) và ta có các kết quả sau

* *Đặc trưng tính bền:* Đồ thị P - Δl chia thành 3 giai đoạn rõ rệt

OA: Giai đoạn đàn hồi, P - Δl quan hệ bậc I, lực kéo lớn nhất gọi là lực tỉ lệ P_{tl}.

Giới hạn tỉ lệ: $$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_o} \quad (2.5)$$

F_o : diện tích cắt ngang ban đầu

AD: Giai đoạn chảy

Lực không tăng, biến dạng tăng

Giá trị lực là P_{ch} (lực chảy)

Giới hạn chảy: $$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_o} \quad (2.6)$$

DBC: Giai đoạn củng cố (tái bền) Lực lớn nhất là lực bền P_B.

Giới hạn bền $$\sigma_B = \frac{P_B}{F_o} \quad (2.7)$$

3 đại lượng $\sigma_{tl}, \sigma_{ch}, \sigma_B$ là 3 đặc trưng về tính bền của vật liệu.

* *Đặc trưng tính dẻo của vật liệu.*

- Độ biến dạng dài tương đối $$\delta = \frac{l_1 - l_o}{l_o} \times 100\% \quad (2.8)$$

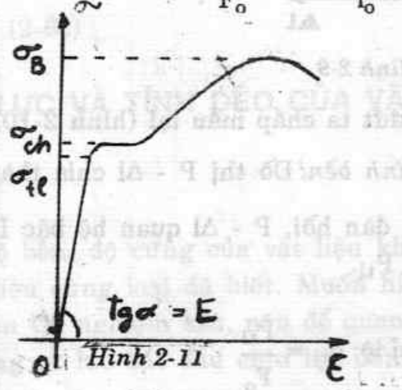
- Độ thất tỷ đối $\Psi = \dfrac{F_o - F_1}{F_o} \times 100\%.$ (2.9)

Với: l_1 chiều dài mẫu sau khi đứt (hình 2-10)

F_1: diện tích mặt cắt ngang mẫu, chỗ đứt (hình 2-10)

d/ *Biểu đồ $\sigma - \varepsilon$ (biểu đồ qui ước)*

Biểu đồ P – Δl không chỉ rõ các đặc trưng tính bền của vật liệu nên người ta lập biểu đồ qui ước $\sigma - \varepsilon$ với $\sigma = \dfrac{P}{F_o}$ và $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_o}$



Hình 2-11

Biểu đồ này (hình 2-11) cho thấy rõ các giới hạn σ_{tl}, σ_{ch}, σ_B và cả môđuyn đàn hồi

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \mathrm{tg}\alpha$$

4-3 Thí nghiệm nén vật liệu dẻo

- Mẫu hình trụ tròn hay lập phương (hình 2-12a) h ≤ 2d

- Thí nghiệm tăng lực từ 0 đến P và nhận được biểu đồ P – Δl (hình 2-12b).

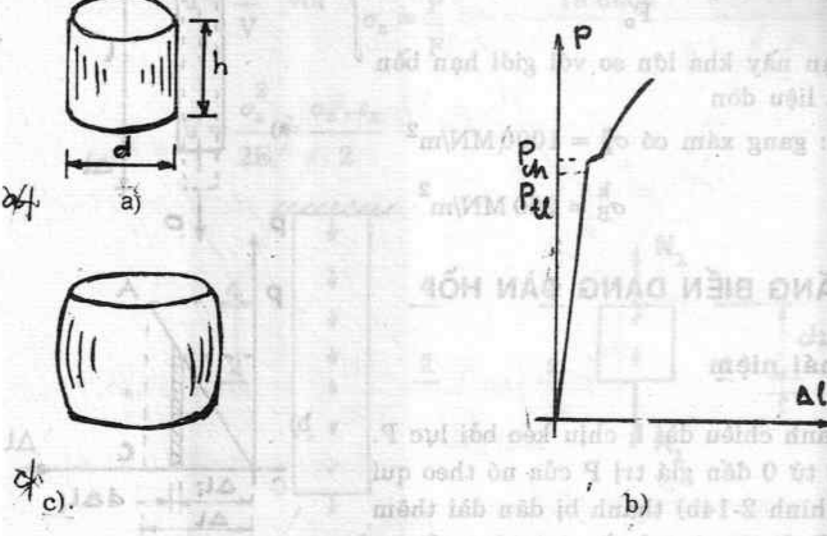
- Kết quả ta cũng nhận được 3 giai đoạn:

+ Đàn hồi với lực tỉ lệ P_{tl} và giới hạn tỉ lệ $\sigma_{tl} = P_{tl}/F_o$

+ Chảy với lực chảy P_{ch} và giới hạn chảy

$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_o}$$

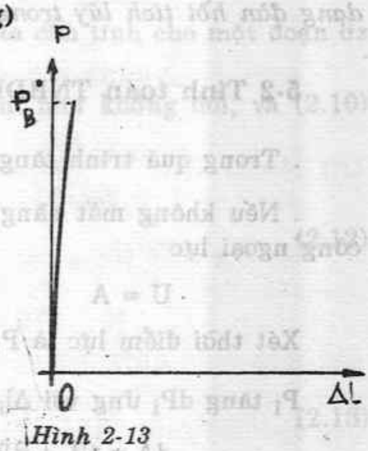
+ Củng cố, nhưng không xác định được lực bền vì lúc nầy mẫu phình ra dạng trống và chịu lực tăng lên (hình 2-12c)



Hình 2-12

4-4 Thí nghiệm kéo vật liệu dòn (gang)

- Mẫu: giống thí nghiệm kéo vật liệu dẻo
- Thí nghiệm tăng lực từ O đến khi mẫu đứt
- Kết quả. Đồ thị P – Δl (hình 2-13) là đường cong và vật liệu chỉ có giới hạn bền $\sigma_B = \frac{P_B}{F_o}$. Giới hạn bền nầy thấp so với vật liệu dẻo. Mẫu bị đứt, khi biến dạng còn bé. Người ta qui ước một giới hạn đàn hồi, tức là xem P – Δl vẫn là bậc I mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết khi tính toán



Hình 2-13

4-5 Nén vật liệu dòn

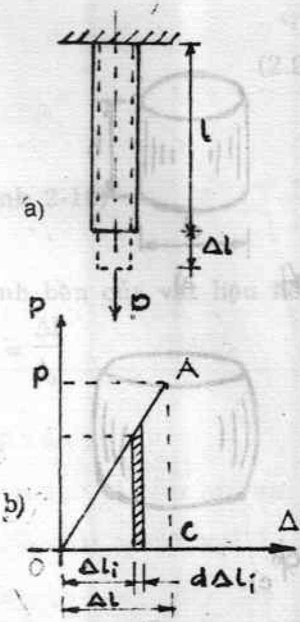
- Mẫu: giống vật liệu dẻo
- Thí nghiệm: tăng lực từ 0 đến lúc mẫu bể
- Kết quả: ta nhận thấy được đồ thị P – Δl giống như khi kéo và cũng có

Giới hạn bền $\sigma_B^n = \dfrac{P_B}{F_o}$

Giới hạn nầy khá lớn so với giới hạn bền khi kéo vật liệu dòn

Thí dụ: gang xám có $\sigma_B^n = 1000\,MN/m^2$

$$\sigma_B^k = 250\,MN/m^2$$



5- THẾ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

5-1 Khái niệm

Xét thanh chiều dài l, chịu kéo bởi lực P. Lực P tăng từ 0 đến giá trị P của nó theo qui luật bậc I (hình 2-14b) thanh bị dãn dài thêm Δl. Bỏ lực P đi thanh trở về vị trí ban đầu

Ta nói năng lượng làm thanh trở về vị trí ban đầu là *thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy trong thanh*

5-2 Tính toán TNBDĐH

. Trong quá trình tăng lực, điểm đặt lực di chuyển: công ngoại lực A

. Nếu không mất năng lượng thì TNBDĐH tích lũy trong thanh bằng công ngoại lực

$$U = A$$

Xét thời điểm lực là P_i ứng với biến dạng Δl_i (hình 2-14-b)

P_i tăng dP_i ứng với Δl_i tăng $d\Delta l_i$. Công ngoại lực dA do $(P_i + dP_i)$ là

$$dA = (P_i + dP_i)d\Delta l_i = P_i d\Delta l_i$$

$\Rightarrow$ Công của lực P_i khi tăng từ O đến P = diện tích tam giác OAC (phép tính tích phân)

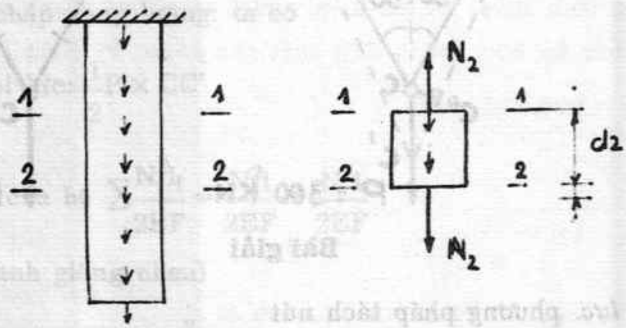
$$A = \frac{P\Delta l}{2} \Rightarrow U = A = \frac{P\Delta l}{2}$$

hay $$U = \frac{P^2 l}{2EF} \qquad (2.10)$$

Gọi Thế năng riêng (TNBDĐH trong đơn vị thể tích)

$$u = \frac{U}{V} \quad \text{với} \quad \begin{cases} V = Fl \\ \sigma_z = \dfrac{P}{F} \end{cases} \qquad \text{Ta được}$$

$$u = \frac{\sigma_z^2}{2E} = \frac{\sigma_z \cdot \varepsilon_z}{2} \tag{2.11}$$



Hình 2-15

. Trường hợp nội lực hay EF thay đổi

- N_z hay EF biến thiên theo chiều dài thì ta cần tính cho một đoạn dz rồi dùng phép tích phân suy ra cho cả đoạn.

Xét đoạn dz (hình 2-15) ta có N_z, EF xem như không đổi, và (2.10) cho

$$dU = \frac{N_z^2 dz}{2EF} \Rightarrow U = \int_0^l \frac{N_z^2 dz}{2EF} \tag{2.12}$$

- Nếu có nhiều đoạn thì

$$U = \sum \int_0^{l_i} \frac{N_{zi}^2 dz}{2E_iF_i} \tag{2.13}$$

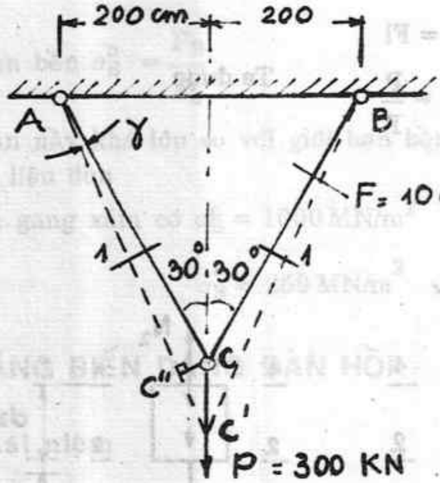
hoặc $$U = \sum \frac{N_{z_i}^2 l_i dz}{2E_iF_i} \tag{2.13'}$$

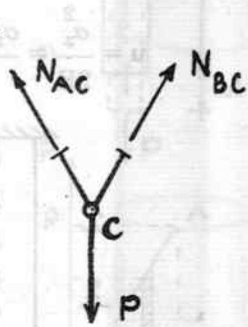
Thí dụ 2: Xác định chuyển vị đứng của điểm đặt lực bằng 2 phương pháp

- hình học

- năng lượng

Cho $E = 20 \times 10^3$ KN / cm^2





Bài giải

1) *Nội lực.* phương pháp tách nút

Dùng 1-1 tách nút C (xem hình)

$$\sum \text{ngang} = 0 \Rightarrow N_{AC} = N_{BC} = N$$

$$\sum \text{đứng} = 0 \Rightarrow 2N\cos 30^o = P$$

$$N = \frac{P}{2\cos 30^o} = 173{,}2\text{KN}$$

$\Rightarrow$ Ứng suất trong các thanh

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{173{,}2}{10} = 17{,}32\,\text{KN}/\text{cm}^2$$

2) *Chuyển vị đứng của C*

a) Phương pháp hình học: vì hệ đối xứng nên sau biến dạng điểm C đến C' nằm trên đường thẳng đứng (hình vẽ) và CC' là đoạn ta cần tìm

Từ C kẻ vuông góc với AC' → C''

Ta có AC'' = AC cosγ

$\approx$ AC vì γ bé

nên C"C' chính là độ dãn dài của AC

Ta được $C''C' = \Delta_{AC} = \dfrac{Nl}{EF} = \dfrac{173{,}2 \times 400}{20 \times 10^3 \times 10} = 346{,}4 \times 10^{-3}$ cm

Hình học cho ta $CC' = \dfrac{C''C'}{\cos 30^o}$

$$CC' = \frac{346{,}4 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}/2} = 0{,}4\ \text{cm}$$

b) Phương pháp năng lượng: ta có

- Công ngoại lực: $\dfrac{1}{2}P \times CC'$

- TNBDĐH của hệ $\sum \dfrac{N_i^2 l_i}{2EF} = \dfrac{N^2 l}{2EF} + \dfrac{N^2 l}{2EF}$

(hệ có 2 thanh giống nhau)

$$\frac{1}{2}P \times CC' = 2\,\frac{N^2 l}{2EF}$$

$$CC' = \frac{2}{P} \times \frac{N^2 L}{EF} = \frac{2}{300} \times \frac{(173{,}2)^2 \times 400}{20 \times 10^3 \times 10} = 0{,}4\text{cm}$$

6- ỨNG SUẤT CHO PHÉP - HỆ SỐ AN TOÀN - 3 BÀI TOÁN CƠ BẢN

6-1 Vấn đề :

Khi tính độ bền của công trình hay chi tiết máy, cần phải đảm bảo chúng không phát sinh vết nứt hay gãy bể tức là ứng suất lớn nhất trong hệ phải nhỏ hơn một giới hạn nguy hiểm qui định σ_o cho từng loại vật liệu

$$\max|\sigma_z| \le \sigma_o$$

6-2 Ứng suất cho phép - Hệ số an toàn

- Đối với vật liệu có giai đoạn chảy tức là có giai đoạn lực không tăng mà biến dạng tăng sẽ nguy hiểm đến sự làm việc của hệ cho nên đối với vật liệu dẻo người ta chọn giới hạn chảy là giới hạn nguy hiểm. Và ta có

$$\sigma_o = \sigma_{ch}^{K} = \sigma_{ch}^{n} = \sigma_{ch}$$

- Trái lại đối với vật liệu dòn thì vì các cấu kiện bị phá hoặc khi biến dạng còn bé nên người ta chọn giới hạn bền làm giới hạn nguy hiểm và ta có

$$\sigma_o = \sigma_B \begin{cases} = \sigma_B^n & \text{khi nén} \\ = \sigma_B^K & \text{khi kéo} \end{cases}$$

- Trong tính toán, để an toàn người ta không dùng σ_o mà dùng một đại lượng khác bé hơn gọi là *ứng suất cho phép*, ký hiệu $[\sigma]$ và ta chỉ có

$$\max|\sigma_z| \leq [\sigma]$$

Trong đó

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n}$$

Với n > 1 gọi là hệ số an toàn, và ta có

Với vật liệu dòn: $[\sigma]_K = \dfrac{\sigma_B^K}{n}$, $[\sigma]_n = \dfrac{\sigma_B^n}{n}$

vật liệu dẻo: $[\sigma]_K = [\sigma]_n = [\sigma] = \dfrac{\sigma_{ch}}{n}$

- *Hệ số an toàn* n > 1 được chọn phụ thuộc vào

+ Tiêu chuẩn của vật liệu

+ Điều kiện làm việc của công trình, chi tiết máy, nguyên nhân ngoài chưa xác định được chính xác

+ Tầm quan trọng của công trình

+ Phương pháp và công cụ tính toán

- Như vậy để đảm bảo điều kiện bền ta cần có

$$\max|\sigma_z| = \max\frac{|N_z|}{F} \leq [\sigma] \qquad (2.14)$$

6-3 Ba bài toán cơ bản

Từ phương trình 2-14 ta thấy có ba bài toán cơ bản sau:

1- *Kiểm tra bền:* Biết $[\sigma]$, kích thước, tải trọng ta cần kiểm tra

$$\max|\sigma_z| = \max\frac{|N_z|}{F} \leq [\sigma] \pm 5\%$$

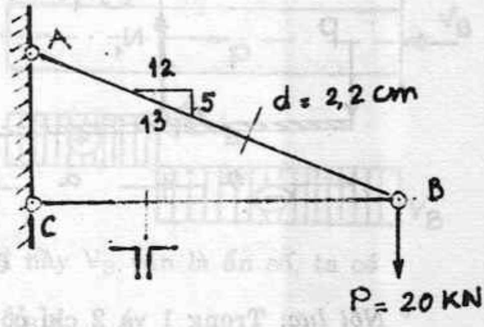
2- *Chọn kích thước:* Biết $[\sigma]$, tải trọng, định kích thước, (2.14) cho

$$F \geq \frac{\max|N_z|}{[\sigma]} \pm 5\%$$

3- *Định tải trọng cho phép:* Biết $[\sigma]$, kích thước, định $[P]$.

$$\max|N_z| \leq [\sigma]\,F \pm 5\%$$

Thí dụ 3:



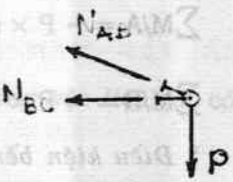
1- Kiểm tra bền thanh AB

2- Định loại thép dùng cho BC

Cho $[\sigma] = 14$ KN /cm^2

Giải

1) *Nội lực trong AB, BC.* Tương tự thí dụ 2 dùng phương pháp tách nút B. Ta có



$$\sum \text{đứng} = 0 \Rightarrow N_{AB} \times \frac{5}{13} - 20 = 0$$

$$N_{AB} = 52\text{KN}$$

$$\sum \text{ngang} = 0 \Rightarrow N_{AB} \times \frac{12}{13} + N_{BC} = 0$$

$$N_{BC} = -N_{AB} \times \frac{12}{13} = -48\,\text{KN}$$

Dấu – chứng tỏ chiều N_{BC} ngược lại, tức là lực nén

2) *Kiểm tra bền AB.* Ta có

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F} = \frac{52}{\Pi \times 1,1^2} = 13,8\,\text{KN/cm}^2 < [\sigma] = 14$$

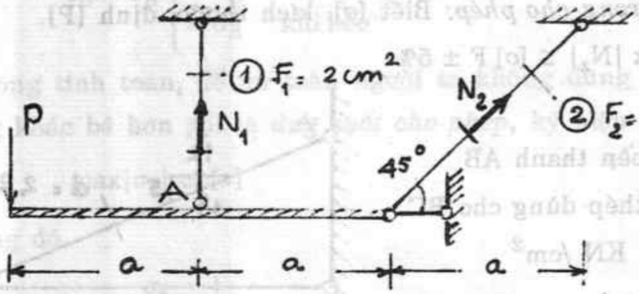
Thanh AB đủ bền

3) *Chọn thép cho thanh BC*

$$F_{BC} \geq \frac{|N_{BC}|}{[\sigma]} = \frac{48}{14} = 3,43\,\text{cm}^2$$

Tra bảng (phụ lục 1) ta chọn được 2 L 25 × 25 × 4 có F = 2 × 1,86 cm^2 = 3,72 cm^2

Thí dụ 4: Định [P] từ điều kiện bền của 1 và 2, cho $[\sigma] = 16KN/cm^2$



Giải

* *Nội lực*: Trong 1 và 2 chỉ có lực dọc, cắt chúng và đặt nội lực vào theo chiều dương qui ước. Xét cân bằng phần dưới

$$\sum M/A = -P \times a - N_2 \times \frac{a\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow N_2 = -P\sqrt{2} \text{ (nén)}$$

$$\sum M/B = -P \times 2a + N_1 \times a = 0 \Rightarrow N_1 = 2P$$

* *Điều kiện bền*

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{2P}{F_1} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{16 \times 2}{2} = 16KN$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{P\sqrt{2}}{F_2} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{16 \times 1}{\sqrt{2}} = 11{,}3KN$$

So sánh, ta được [P] = 11,3 KN

7- HỆ SIÊU TĨNH

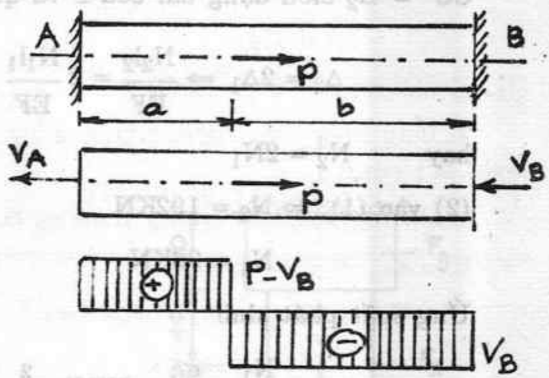
Định nghĩa: Hệ siêu tĩnh là hệ mà chỉ dùng các phương trình bằng tĩnh học thì sẽ không giải được tất cả các phản lực hay nội lực. Số phương trình thiếu gọi là bậc siêu tĩnh

Nguyên tắc giải hệ siêu tĩnh

- Hệ có bậc siêu tĩnh n, thêm vào n phương trình
- Phương trình thêm vào được lập bằng các điều kiện biến dạng của hệ (phương trình biến dạng)

Để hiểu rõ hệ siêu tĩnh, ta xem các thí dụ sau

Thí dụ 5: Xác định phản lực. Thay ngàm A và B bằng các phản lực ta có phương trình cân bằng



$$V_A + V_B - P = 0$$

Cần thêm một phương trình biến dạng để giải 2 ẩn số V_A và V_B. Điều kiện biến dạng là độ biến dạng tuyệt đối của B đối với A phải bằng không, Tức là

$$\Delta_B = 0$$

Với biểu đồ nội lực vẽ như hình, khi nầy V_B vẫn là ẩn số, ta có

$$\Delta_B = \Delta l = -\frac{V_B \times b}{EF} + \frac{(P - V_B)a}{EF} = 0 \Rightarrow V_B = \frac{a}{l}P$$

và suy ra $V_A = \dfrac{b}{l}P$

Thí dụ 6: Tìm ứng suất trong 1 và 2 (2 thanh cùng vật liệu và có $F_1 = F_2 = 12cm^2$)

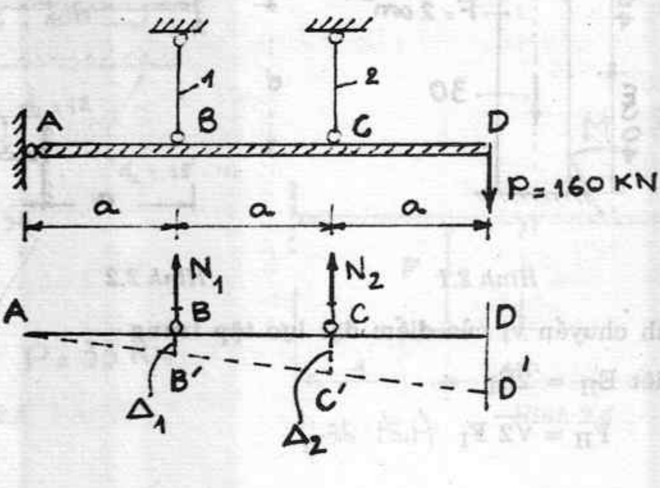
Giải

Cắt thanh 1 và 2 Xét cân bằng phần dưới. Ta có phương trình

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow P\,.\,3a - N_1\,a - N_2\,2a = 0$$

$$N_1 + 2\,N_2 - 3P = 0 \qquad (1)$$

Xét thêm điều kiện biến dạng của hệ, xem hình ta có



BB' = Δ_1 biến dạng dài của 1

CC' = Δ_2 biến dạng dài của 2 và quan hệ hình học cho ta

$$\Delta_2 = 2\Delta_1 \Rightarrow \frac{N_2 l_2}{EF} = 2\,\frac{N_1 l_1}{EF}$$

hay $\quad N_2 = 2N_1$ (2)

(2) vào (1) $\Rightarrow N_2 = 192KN$

$$N_1 = 96KN$$

Ứng suất phát sinh

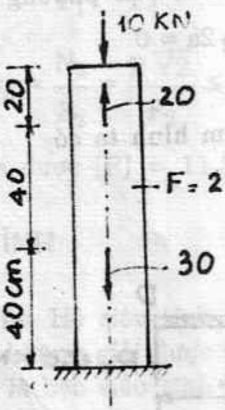
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{96}{12} = 8KN/cm^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = \frac{192}{12} = 16KN/cm^2$$

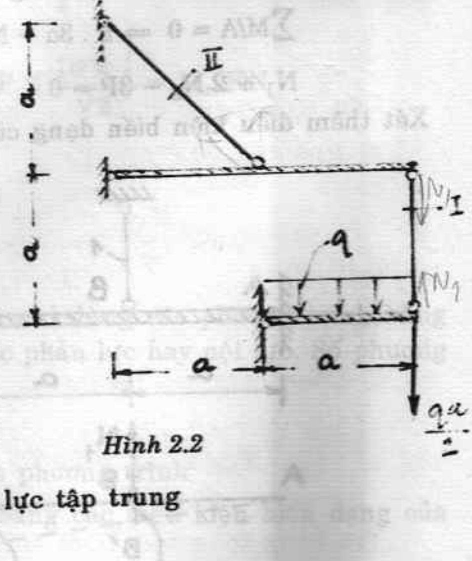
BÀI TẬP CHƯƠNG II

1. Vẽ biểu đồ N_z, σ_z, δ_z

Tính ứng suất trong các đoạn. Cho $E = 2.10^4\ KN / cm^2$



Hình 2.1



Hình 2.2

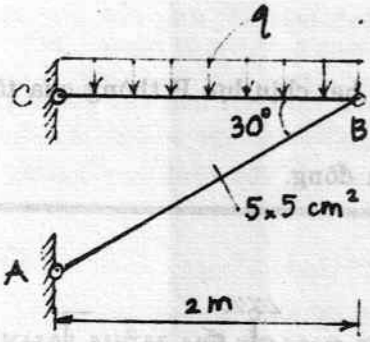
2. Định chuyển vị của điểm đặt lực tập trung

Cho biết $E_{II} = 2E_I$

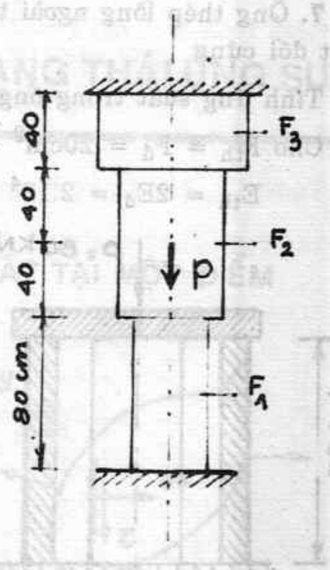
$F_{II} = \sqrt{2}\ F_I$ (tiết diện)

3. Định tải trọng cho phép [q] theo điều kiện bền của thanh AB

Biết $[\sigma] = 10MN/m^2$



Hình 2.3



Hình 2.4

4. Vẽ biểu đồ nội lực N_z với

$F_3 = 6cm^2$

$F_2 = 5cm^2$

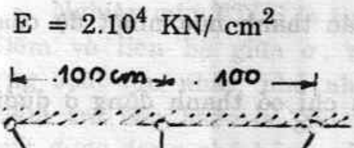
$F_1 = 2cm^2$

$E = 2 \times 10^4$ KN /cm^2

P = 60KN

5. Định chuyển vị đứng của điểm đặc lực

$E = 2.10^4$ KN/ cm^2



Hình 2.5

Hình 2.6

6. Các thanh treo có $\sigma_{ch} = 24KN/cm^2$

Định giá trị mômen cho phép. Biết hệ số an toàn

$n = 1,6$

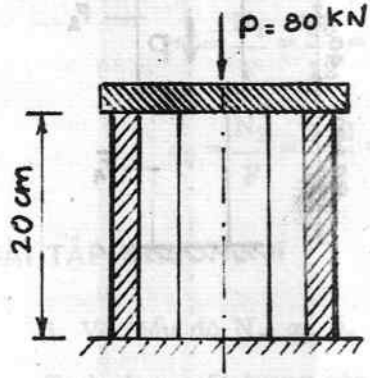
$E = 2.10^4\ KN / cm^2$

7. Ống thép lồng ngoài thanh đồng. Cả hai chịu lực P thông qua tấm tuyệt đối cứng

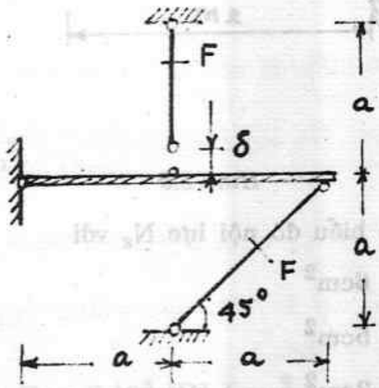
Tính ứng suất trong ống thép và thanh đồng.

Cho $F_{th} = F_đ = 20cm^2$

$E_{th} = 2E_đ = 2.10^4\ KN / cm^2$



Hình 2.7



Hình 2.8

8. Xác định [δ] sao cho ứng suất trong các thanh treo không vượt quá ứng suất cho phép [σ]

Cho E = const

9.- a) Xác định nội lực phát sinh trong các thanh nếu nhiệt độ của toàn hệ tăng lên $\Delta t = 30^o$

b) Nội lực trên thay đổi như thế nào nếu chỉ có thanh đồng ở dưới tăng $\Delta t = 30^o$

Cho biết:

$\alpha_{th} = 125 \times 10^{-7}$

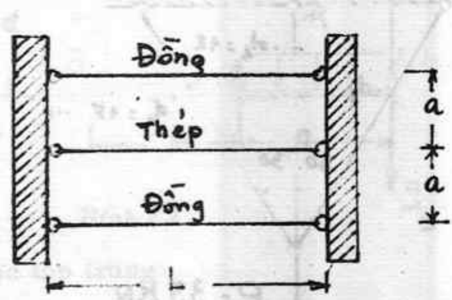
$\alpha_đ = 100 \times 10^{-7}$

$F_{th} = F_đ = 1cm^2$

$E_{th} = 21 \times 10^{10}\ N/m^2$

$E_đ = 12 \times 10^{10}\ N/m^2$

L = 30 cm.



Hình 2.9

CHƯƠNG III

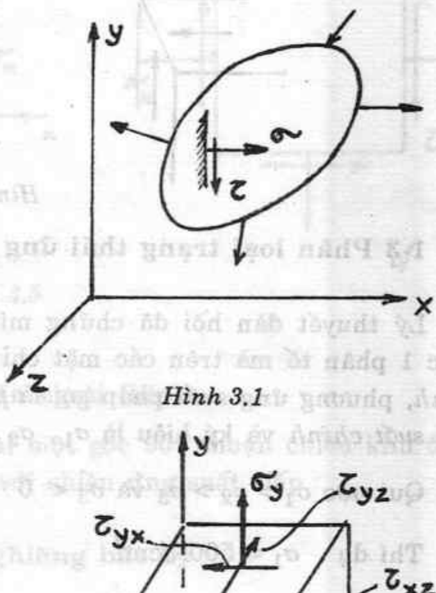
TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

1- KHÁI NIỆM VỀ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT TẠI MỘT ĐIỂM

1-1 Định nghĩa

Xét 1 điểm C trong một vật thể cân bằng và các mặt cắt qua C thì tại C trên các mặt ấy có ứng suất pháp σ và ứng suất tiếp τ . Những giá trị ứng suất này thay đổi tùy vị trí mặt cắt. Ta có định nghĩa. "*Trạng thái ứng suất tại một điểm là tập hợp tất cả những ứng suất trên các mặt qua điểm ấy*"

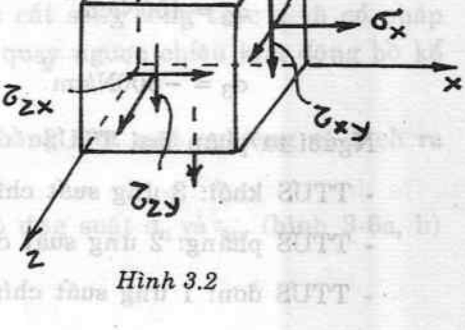
Nghiên cứu TTUS là tìm đặc điểm và liên hệ giữa σ, τ, tìm ứng suất lớn nhất, nhỏ nhất để kiểm tra bền hoặc là giải thích, biết được dạng phá hỏng của vật thể.



Hình 3.1

1-2 Phương pháp nghiên cứu

Tách phân tố hình hộp bao quanh C, với các mặt phân tố song song trục tọa độ (hình 3-2)



Hình 3.2

Trên các mặt này có các thành phần ứng suất

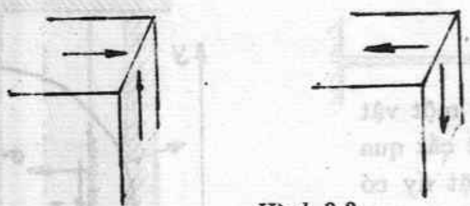
- Ứng suất pháp σ_x, σ_y, σ_z
- Ứng suất tiếp τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yx}, τ_{yz}, τ_{zx}, τ_{zy}

Tổng cộng có 9 thành phần. Nhờ vào định luật đối ứng của ứng suất tiếp

"Nếu trên mặt cắt nào đó có ứng suất tiếp thì trên mặt cắt thẳng góc với phương ứng suất tiếp đó cũng có ứng suất tiếp. Trị số các ứng suất tiếp trên 2 mặt đó bằng nhau. chúng cùng hướng vào cạnh hay hướng ra cạnh" (hình 3-3)

Ta có $|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|$; $|\tau_{yz}| = |\tau_{zy}|$; $|\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|$ (3.1)

và trạng thái ứng suất tại 1 điểm còn 6 thành phần



Hình 3.3

1-3 Phân loại trạng thái ứng suất

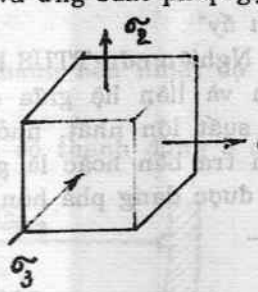
Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh rằng tại 1 điểm ta luôn luôn tìm được 1 phân tố mà trên các mặt chỉ có ứng suất pháp. Mặt đó gọi là *mặt chính,* phương ứng suất pháp gọi là *phương chính* và ứng suất pháp gọi là *ứng suất chính* và ký hiệu là σ_1, σ_2, σ_3

Qui ước $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ và $\sigma_3 < 0$

Thí dụ $\sigma_1 = 500 N/cm^2$

$\sigma_2 = 400 N/cm^2$

$\sigma_3 = -600 N/cm^2$



Hình 3.4

Người ta phân loại TTƯS

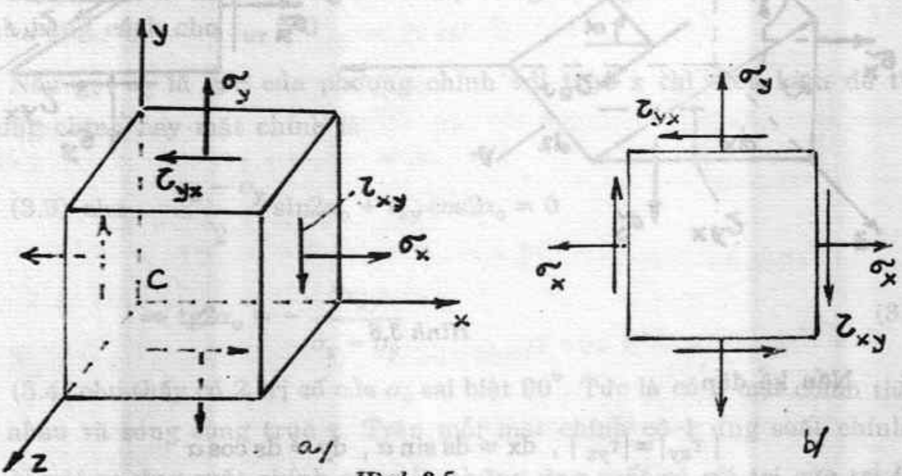
- TTƯS khối: 3 ứng suất chính khác không
- TTƯS phẳng: 2 ứng suất chính khác không
- TTƯS đơn: 1 ứng suất chính khác không

Nghiên cứu TTƯS là tìm phương chính, ứng suất chính, ứng suất tiếp cực đại v.v...

2- TTƯS TRONG BÀI TOÁN PHẲNG - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

Xét 1 phân tố mà ứng suất trên mặt có pháp tuyến z bằng không (hình 3-5a) và mặt này là 1 mặt chính (vì $\tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$)

Để đơn giản ta biểu diễn phân tố đang xét bằng hình chiếu của toàn bộ phân tố lên mặt Cxy (hình 3-5b) và qui ước dấu cho các thành phần



Hình 3.5

Quy ước dấu

- $\sigma > 0$ Khi hướng theo pháp tuyến ngoài (kéo)

- $\tau > 0$ Khi quay pháp tuyến ngoài một góc 90° thuận chiều kim đồng hồ thì chiều pháp tuyến ngoài trùng với chiều ứng suất tiếp.

2-1- Ứng suất trên mặt cắt nghiêng bất kỳ

Vấn đề: xác định ứng suất trên mặt cắt song song trục z và có pháp tuyến làm với trục x 1 góc α [$\alpha > 0$ khi quay ngược chiều kim đồng hồ kể từ trục x].

Ta tưởng tượng cắt phân tố đã cho bằng một mặt nghiêng và tách ra một phần để khảo sát (hình 3-6a)

Trên mặt nghiêng (pháp tuyến u) có ứng suất σ_u và τ_{uv} (hình 3-6a, b)

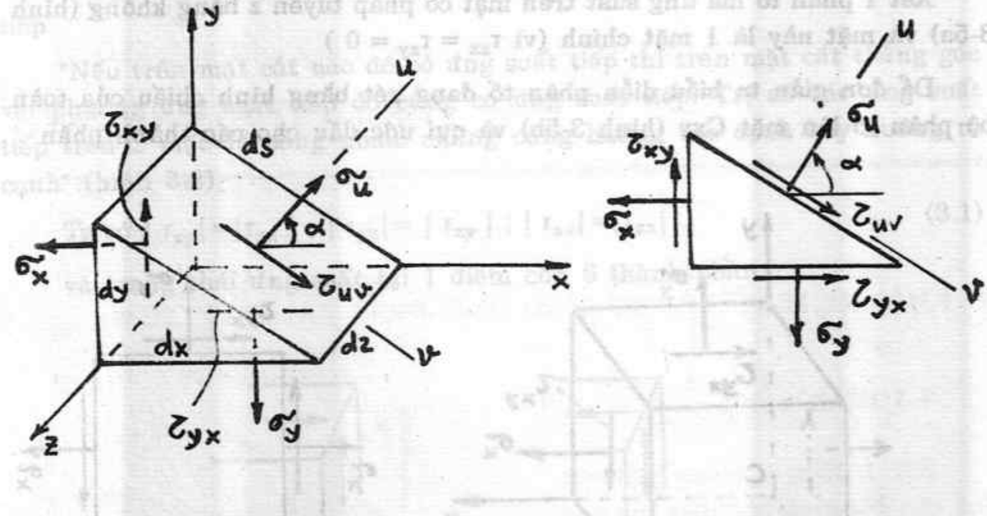
a) Tính σ_u , τ_{uv}

$$\sum U = 0 \Rightarrow \sigma_u \, ds \, dz - (\sigma_x \, dz \, dy) \cos\alpha$$

$$+ (\tau_{xy} \, dz \, dy) \sin\alpha - \sigma_y \, dz \, dx \sin\alpha + \tau_{yx} \, dz \, dx \cos\alpha = 0$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow \tau_{uv} \, ds \, dz - \sigma_x \, dz \, dy \sin\alpha - \tau_{xy} \, dz \, dy \cos\alpha$$

$$+ \sigma_y \, dz \, dx \cos\alpha + \tau_{yz} \, dz \, dx \sin\alpha = 0$$



Hình 3.6

Nếu kể đến

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yz}|, \; dx = ds \sin\alpha, \; dy = ds \cos\alpha$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos2\alpha}{2}, \quad \cos^2\alpha = \frac{1 + \cos2\alpha}{2}, \quad 2\sin\alpha \cos\alpha = \sin2\alpha$$

Ta được

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos2\alpha - \tau_{xy}\sin2\alpha \tag{3.2}$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin2\alpha + \tau_{xy}\cos2\alpha \tag{3.3}$$

b) Xét mặt nghiêng $\alpha + 90^o$. Tức mặt vuông góc với mặt có pháp tuyến u. Ta thay α bằng $\alpha + 90^o$ trong (3.2) và (3.3) ta được

$$\sigma_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos2\alpha + \tau_{xy}\sin2\alpha$$

$$\tau_{vu} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha - \tau_{xy}\cos 2\alpha$$

c) Hệ quả: Ta thấy

$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y$ = hằng: Bất biến của tổng ứng suất pháp

$|\tau_{uv}| = |\tau_{vu}|$ Định luật đối ứng của ứng suất tiếp.

2-2 Ứng suất chính - phương chính

Mặt chính là mặt có ứng suất tiếp bằng không . Như vậy ta tìm mặt chính bằng cách cho $\tau_{uv} = 0$

Nếu gọi α_o là góc của phương chính với trục x thì điều kiện để tìm phương chính hay mặt chính là

(3.3) cho $\quad \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha_o + \tau_{xy}\cos 2\alpha_o = 0$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}2\alpha_o = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad (3.4)$$

(3.4) cho thấy có 2 trị số của α_o sai biệt 90^o. Tức là có 2 mặt chính thẳng góc nhau và song song trục z. Trên mỗi mặt chính có 1 ứng suất chính

Ngoài ra ứng suất chính cũng là những ứng suất có giá trị cực trị (ký hiệu σ_{max}, σ_{min}) bởi vì

$$\frac{d\sigma_u}{d\alpha} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{tg}2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \text{ giống với (3.4)}$$

và với trị số của α_o ở (3.4) ta thế ngược lại vào (3.2) thì ta được các ứng suất chính hay các ứng suất cực trị, cách làm như sau:

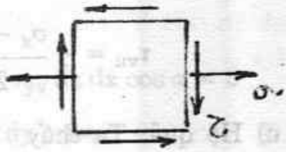
với $\sin 2\alpha_o = \pm \dfrac{\mathrm{tg}2\alpha_o}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2 2\alpha_o}}$; $\cos 2\alpha_o = \pm \dfrac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2 2\alpha_o}}$

đưa vào (3.2)

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \qquad (3.5)$$

Ta lại thấy $\sigma_{max} + \sigma_{min} = \sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y$

2-3 Hai trường hợp đặc biệt



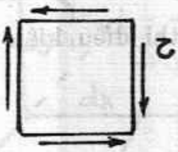
Hình 3-7

a- *Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt* (hình 3-7)

Ta có $\sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = \tau$ thế vào (3.5), ta được

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \sigma_{1,3} = \frac{\sigma_2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad (3.6)$$

b- *TTƯS trượt thuần túy* (hình 3-8)



Hình 3-8

Ở đây $\sigma_x = \sigma_y = 0$; $\tau_{xy} = \tau$ và ta có

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \sigma_{1,3} = \pm\tau$$

hay $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$ (3.7)

$$tg2\alpha_o = \infty \Rightarrow \alpha_o = \frac{\pi}{4} + K\frac{\pi}{2}$$

2-4 Ứng suất tiếp cực trị

Ta tìm ứng suất tiếp cực trị trên các mặt // trục z bằng cách cho

$$\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = 0$$

$$(3.3) \quad \Rightarrow \frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} 2\cos2\alpha - 2\tau_{xy}\sin2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow tg2\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \qquad (a)$$

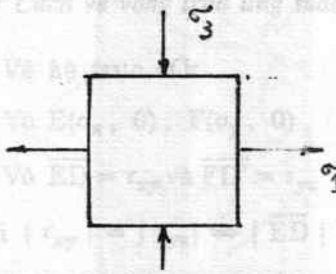
So sánh (3.4) ta được $tg2\alpha = -\dfrac{1}{tg2\alpha_o}$

tức là $\alpha = \alpha_o \pm K\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow$

Mặt có ứng suất tiếp cực trị tạo với những mặt chính một góc 45°

Thế (a) vào (3.3) ta được

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \tag{3.8}$$



Hình 3-9

* Trường hợp phân tố chính chỉ có σ_1 và σ_3 thì trong (3.8) ta thay

$$\sigma_x = \sigma_1\,,\ \sigma_y = \sigma_3 \text{ và } \tau_{xy} = 0$$

$$\Rightarrow \tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \tag{3.9}$$

Nếu chỉ có σ ta được

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2} \tag{3.9a}$$

Thí dụ 1: Tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng. Tìm ứng suất chính, phương chính

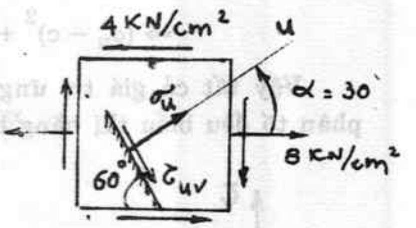
Giải

Ta thấy: $\sigma_x = 8$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 4$, $\alpha = 30^o$.

Công thức (3.2) và (3.3) cho ta

$$\sigma_u = \frac{8}{2} + \frac{8}{2}\cos 60^o - 4\sin 60^o = 2{,}54\ \text{KN/cm}^2$$

$$\tau_{uv} = \frac{8}{2}\sin 60^o + 4\cos 60^o = 5{,}46\ \text{KN/cm}^2$$



Phương chính, công thức (3.4)

$$tg2\alpha_o = -\frac{2.4}{8} = -1$$

$$2\alpha_o = -45^o + K180^o \Rightarrow \alpha_o = -22^o30'$$

$$\alpha_o' = 67^o30'$$

tức có 2 mặt chính làm với phương nằm ngang các góc α_o và α_o', 2 mặt này vuông góc với nhau.

Ứng suất chính: công thức (3.5) hay (3.6)

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{8}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{8^2 + 4\times 4^2}$$

$$\sigma_{max} = 9{,}65\ \text{KN/cm}^2$$

$$\sigma_{min} = -1{,}65\ \text{KN/cm}^2$$

3- TTƯS TRONG BÀI TOÁN PHẲNG - PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

a) Cơ sở của phương pháp

Biến đổi (3.2) và (3.3) theo cách sau

- Chuyển $\dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ sang vế trái
- Bình phương 2 vế
- Cộng 2 đẳng thức

Ta được

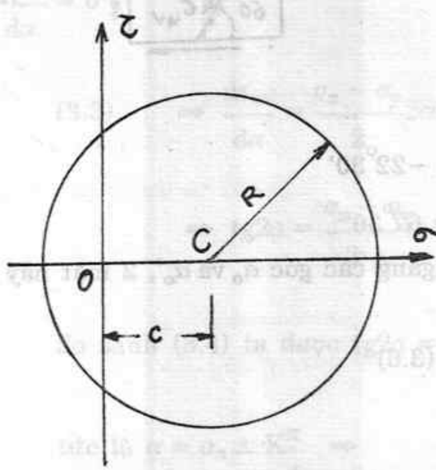
$$\left(\sigma_u - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{uv}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \qquad \text{(b)}$$

Ta thấy trong hệ trục $\sigma - \tau$ (b) biểu diễn phương trình đường tròn tâm

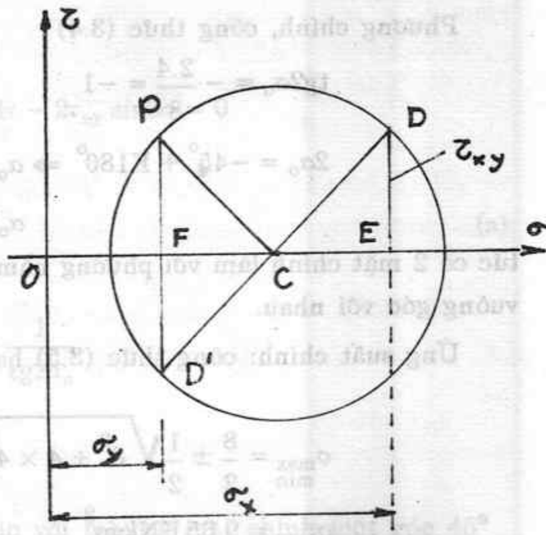
C $\left(\dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$ và bán kính $R^2 = \left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$

$$\Rightarrow (\sigma_u - c)^2 + \tau_{uv}^2 = R^2$$

Vậy tất cả giá trị ứng suất pháp và tiếp trên các mặt // trục z của phân tố đều biểu thị bằng tọa độ những điểm trên vòng tròn. Ta gọi vòng



Hình 3-10



Hình 3-11

tròn biểu thị TTƯS là *vòng tròn ứng suất* hay *vòng tròn MO ứng suất* của phân tố (hình 3-10)

b) Cách vẽ vòng tròn ứng suất (hình 3-11)

- Vẽ hệ trục $\sigma O \tau$
- Vẽ $E(\sigma_x, 0)$, $F(\sigma_y, 0)$
- Vẽ $\overline{ED} = \tau_{xy}$ và $\overline{FD'} = \tau_{yx}$

Vì $|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}| \Rightarrow |\overline{ED}| = |\overline{FD'}|$

- Nối DD', gọi giao điểm của DD' với trục hoành là C
- Vòng tròn tâm C, đường kính DD' là vòng cần vẽ

Chứng minh

$|\overline{ED}| = |\overline{FD'}| \Rightarrow$ C là trung điểm của EF

$$\Rightarrow \overline{OC} = \frac{\overline{OE} + \overline{OF}}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = c$$

Tam giác vuông CDE cho

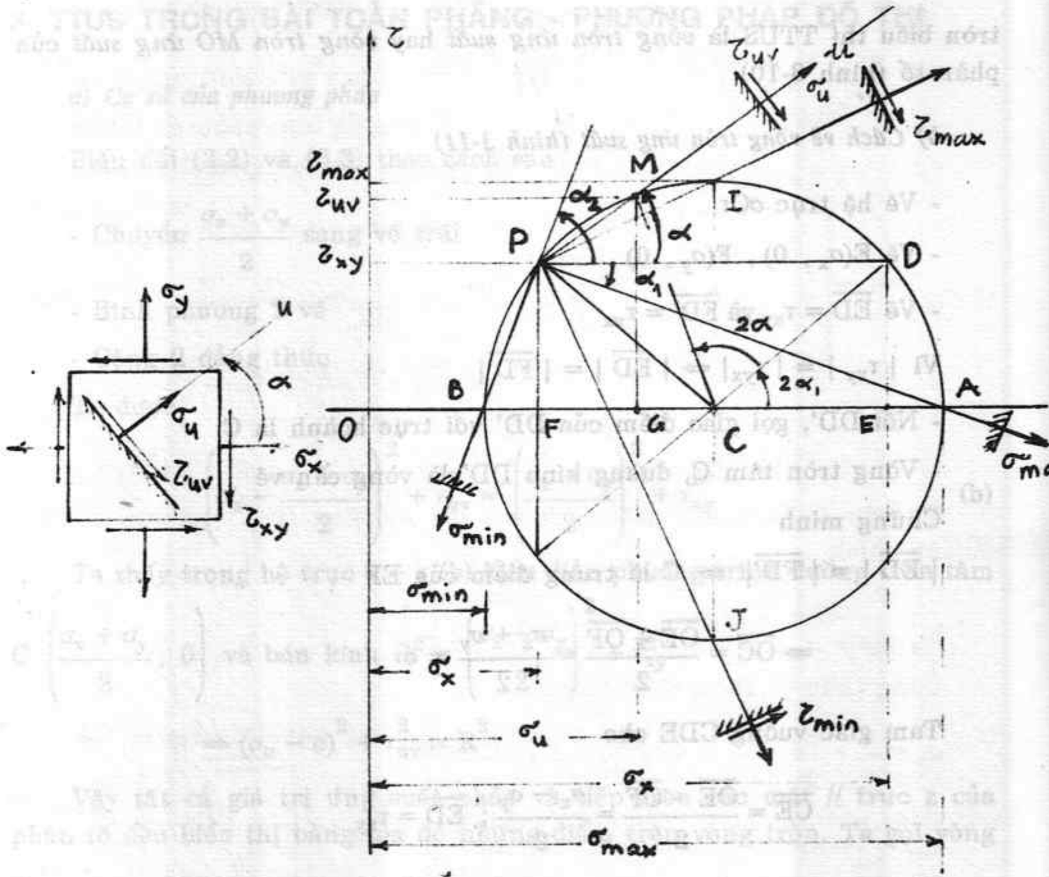
$$\overline{CE} = \frac{\overline{OE} - \overline{OF}}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}; \ \overline{ED} = \tau_{xy}$$

Vậy

$$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{ED}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 = R^2$$

c) Giải bài toán phẳng bằng vòng tròn ứng suất

Tương tự như phương pháp giải tích ta nghiên cứu TTƯS trong bài toán phẳng bằng cách vẽ đồ thị. Giả sử có phân tố và vòng tròn ứng suất đã vẽ (trục hoành // trục x của phân tố) hình (3-12)



Hình 3-12

3-1 Xác định ứng suất trên mặt nghiêng α, σ_u, τ_{uv}

Từ D, vẽ // trục hoành được $P(\sigma_y, \tau_{xy})$

Từ P kẻ tia song song với phương pháp tuyến u của mặt nghiêng, giao điểm của tia này với vòng tròn là M thì tọa độ của M biểu thị σ_u và τ_{uv}.

Chứng minh: Ta có

$$\overline{OG} = \overline{OC} + \overline{CG} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos(2\alpha_1 + 2\alpha)$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos 2\alpha_1 \cos 2\alpha - R\sin 2\alpha_1 \sin 2\alpha$$

nhưng $\quad R\cos 2\alpha_1 = \overline{CE} = \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$

$$R\sin 2\alpha_1 = \tau_{xy}$$

nên $$\overline{OG} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha = \sigma_u$$

Tương tự

$$\overline{GM} = R\sin(2\alpha_1 + 2\alpha) = R\cos 2\alpha_1 \sin 2\alpha + R\sin 2\alpha_1 \cos 2\alpha$$

$$= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha = \tau_{uv}$$

Tóm tắt cách tìm σ_u, τ_{uv}

- Vẽ vòng tròn ứng suất
- Vẽ cực $P(\sigma_y, \tau_{xy})$
- Vẽ tia PM // pháp tuyến u của mặt nghiêng
- Tọa độ M chính là σ_u và τ_{uv}

3-2 Xác định phương chính và ứng suất chính

Trên vòng tròn ứng suất ta có

$$\overline{OA} = \sigma_{max} = \sigma_1, \ A(\sigma_1, 0)$$

$$\overline{OB} = \sigma_{min} = \sigma_2, \ B(\sigma_2, 0)$$

Vẽ tia PA và PB ta được các phương chính cần tìm (hình 3-12)

Có thể tìm lại được (3.5) nhờ hình học

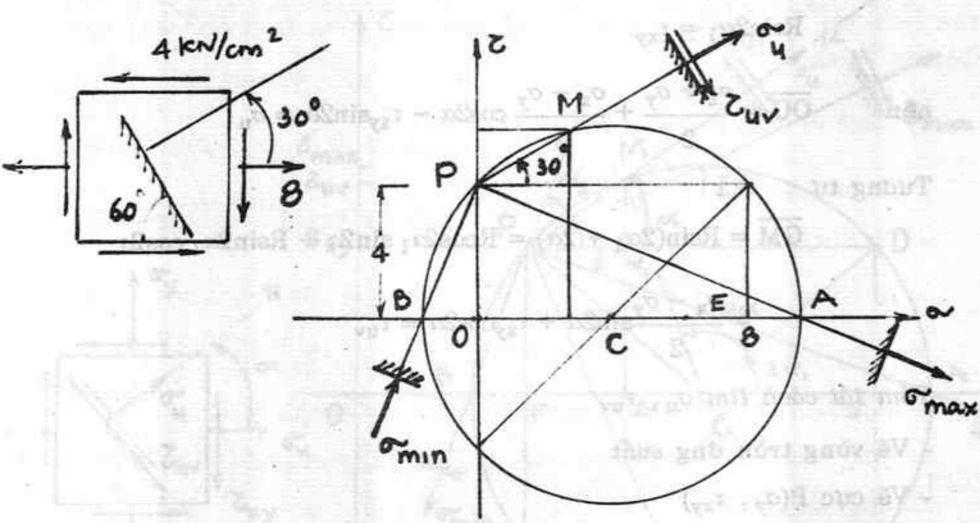
Ngoài ra ta còn có thể xác định được góc α_1, α_2 hợp bởi 2 phương chính với trục x khác với công thức (3.4)) Hình vẽ cho

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}} = \frac{-\overline{ED}}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{ED}}{\overline{FO} + \overline{OA}} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_{max}} \quad (3.10a)$$

$$\mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{\overline{FP}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{FP}}{\overline{BO} + \overline{OF}} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_{min}} \quad (3.10b)$$

3-3 Phương có ứng suất tiếp cực trị

- Trên vòng tròn 2 điểm $I\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \tau_{max}\right)$ và $J\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \tau_{min}\right)$ biểu thị τ_{max}, τ_{min}



- Vẽ tia PI, PJ xác định được phương có ứng suất tiếp cực trị.

- Ta thấy mặt nầy tạo với mặt chính một góc 45°

Thí dụ 2: Giải bài toán ở thí dụ 1 bằng pp đồ thị

Giải

- Vẽ vòng ứng suất với E (8,0) , F (0,0) vì $\sigma_y = 0$

- Xác định cực $P(\sigma_y, \tau_{xy}) \Rightarrow P(0,4)$

- Tia M // phương u $\Rightarrow M(\sigma_u, \tau_{uv})$

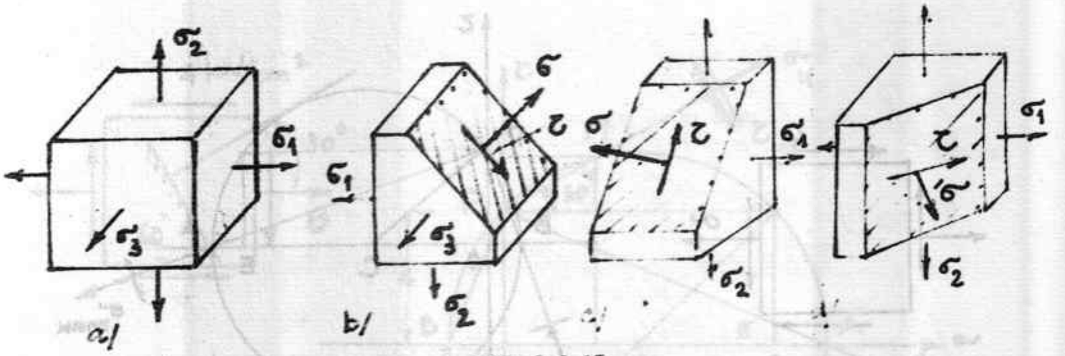
- Phương chính là 2 tia PA và PB

- Các giá trị ứng suất được xác định bằng cách đo

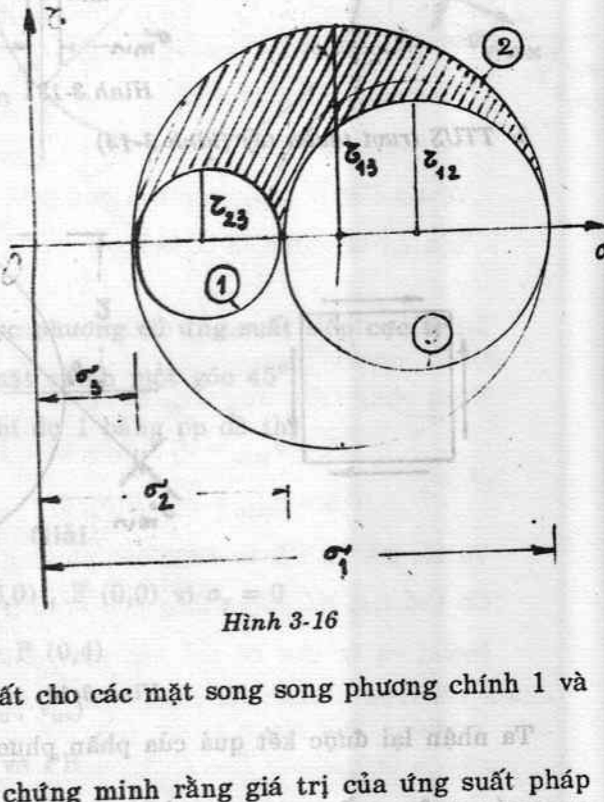
3-4 Hai trường hợp đặc biệt

a- Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt (hình 3-13)

Theo cách vẽ vòng tròn ứng suất ta thấy rằng luôn luôn có 2 điểm A và B tức là có σ_{max} và σ_{min} và hay nói khác đi phân tố trên luôn luôn là phân tố ở TTƯS phẳng (có 2 ứng suất chính)



Hình 3-15



Hình 3-16

hưởng đến ứng suất pháp và tiếp trên các mặt ấy và ta có thể nghiên cứu ứng suất trên các mặt nầy giống như TTƯS trong bài toán phẳng. Vòng tròn ứng suất tương ứng như hình 3-16 (vòng số 3)

Ta thấy trên những mặt song song phương thứ 3, ứng suất pháp cực trị là σ_1, σ_2. Ứng suất tiếp cực đại là

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

+ Tương tự ta cũng vẽ được các vòng tròn ứng suất cho các mặt song song phương chính 1 và 2 (vòng 1 và 2)

+ Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh rằng giá trị của ứng suất pháp và tiếp trên 1 mặt nghiêng bất kỳ của phân tố có thể biểu thị bằng tọa độ của 1 điểm nằm trong miền gạch chéo (hình 3-16)

+ Qua hình vẽ ta thấy

- Ứng suất pháp cực trị của TTƯS khối là σ_1, σ_2, σ_3

- Ứng suất tiếp cực trị là

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

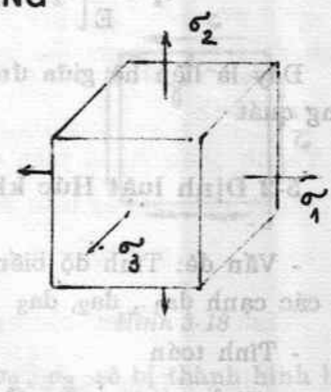
và ứng suất tiếp có giá trị lớn nhất là

$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \tag{3.11}$$

biểu thị bằng bán kính của vòng 2.

5- LIÊN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

5-1 Định luật Húc tổng quát



Hình 3-17

- Chương 2 ta đã có ở TTƯS đơn $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$ là biến dạng dài tương đối theo phương σ. Theo phương vuông góc với phương σ ta cũng có

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon = -\mu\frac{\sigma}{E}$$

- Ở TTƯS khối với σ_1, σ_2, σ_3 . Ta tìm biến dạng dài tương đối ε_1 theo phương ứng suất chính σ_1

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng

Biến dạng theo phương 1 do σ_1 gây ra $\varepsilon_{11} = \dfrac{\sigma_1}{E}$

Biến dạng theo phương 1 do σ_2 gây ra $\varepsilon_{12} = -\mu\dfrac{\sigma_2}{E}$

Biến dạng theo phương 1 do σ_3 gây ra $\varepsilon_{13} = -\mu\dfrac{\sigma_3}{E}$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \tag{a}$$

Tương tự $\varepsilon_2 = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)\right]$ (b)

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right] \tag{c}$$

- Đối với TTƯS khối tổng quát có đầy đủ 9 thành phần ứng suất ta cũng có công thức tương tự vì ứng suất tiếp chỉ gây ra biến dạng góc.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\Big[\sigma_x - \mu\,(\sigma_y + \sigma_z)\Big]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\Big[\sigma_y - \mu\,(\sigma_z + \sigma_x)\Big] \qquad (3.12)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\Big[\sigma_z - \mu\,(\sigma_x + \sigma_y)\Big]$$

Đấy là liên hệ giữa ứng suất và biến dạng dài gọi là định luật Húc tổng quát

5-2 Định luật Húc khối

- Vấn đề: Tính độ biến đổi thể tích của một phân tố chính hình hộp có các cạnh da_1, da_2, da_3

- Tính toán

+ Thể tích ban đầu $V_o = da_1\, da_2\, da_3$

+ Thể tích sau $V_1 = (da_1 + \Delta da_1)\,(da_2 + \Delta da_2)\,(da_3 + \Delta da_3)$

Bỏ vô cùng bé hệ cao.

$$V_1 = da_1\, da_2\, da_3 \left(1 + \frac{\Delta da_1}{da_1} + \frac{\Delta da_2}{da_2} + \frac{\Delta da_3}{da_3}\right)$$

$$= V_o(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

+ Gọi biến dạng thể tích tương đối là θ thì

$$\theta = \frac{V_1 - V_o}{V_o} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Tức là: Biến dạng thể tích tương đối bằng tổng biến dạng dài tương đối theo 3 phương vuông góc

Thay ε_1, ε_2, ε_3 ở (a), (b), (c) vào (3.13)

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E}\,(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Đặt tổng ứng suất pháp là

$$\sum = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

thì $$\sum = \frac{E}{1-2\mu}\theta \quad (3.15)$$

(3.15) biểu diễn quan hệ giữa biến dạng thể tích tương đối và tổng ứng suất pháp là bậc 1 và được gọi là định luật Húc khối

- Nhận xét

+ Nếu $\mu = 0,5$ thì $\theta = 0$ tức là thể tích không đổi dưới tác dụng của ngoại lực

+ (3.15) cho thấy θ phụ thuộc vào tổng ứng suất pháp $\sum$. Nếu trong phân tố ban đầu với σ_1, σ_2, σ_3 ta thay các ứng suất chính bằng các ứng suất trung bình $\sigma_{tb} = \frac{\sum}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ thì biến dạng thể tích hoàn toàn như cũ. Ý nghĩa của việc làm nầy là: Nếu phân tố hình lập phương chịu σ_1, σ_2, σ_3 sẽ bị thành hình hộp vuông góc (tức là có cả biến đổi hình dạng lẫn thể tích).

Hình 3-18

Nhưng khi thay các ứng suất chính bằng σ_{tb} thì sự biến đổi thể tích hoàn toàn như cũ nhưng phân tố không bị biến đổi hình dạng tức là vẫn là hình lập phương.

5-3 Định luật Húc về trượt (cắt)

Phân tố bị trượt thuần túy, chỉ có τ, biến dạng góc: γ = góc trượt Định luật Húc về trượt:

$$\tau = G\gamma \quad (3.16)$$

Trong đó G: Hằng số tỷ lệ gọi là môđuyn đàn hồi trượt có thứ nguyên [lực/(chiều dài)^2] tùy thuộc vào loại vật liệu.

Ta cũng có liên hệ giữa G, E và μ như sau

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (3.17)$$

6- THẾ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

- Chương 2 ta đã có thế năng riêng của 1 phân tố ở TTƯS đơn

$$u = \frac{\sigma\varepsilon}{2} \quad (2.11)$$

- Tương tự ở TTUS khối với σ_1, σ_2, σ_3

$$u = \frac{\sigma_1\varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2\varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3\varepsilon_3}{2}$$

thay ε_1, ε_2, ε_3 ở (a), (b), (c) vào ta được

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1\right)\right] \quad (3.18)$$

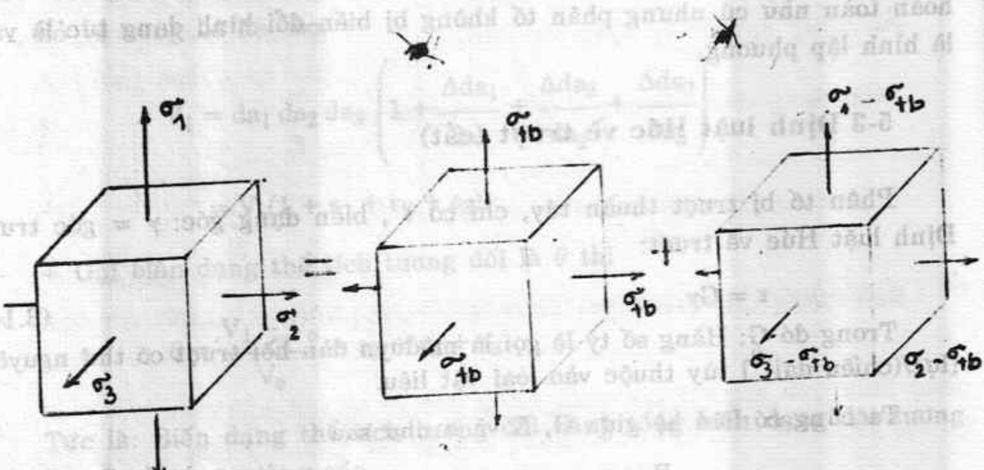
- Theo sự phân tích ở 5-2 định luật Húc khối, ta thấy rằng có thể phân tích u thành

+ Thành phần do sự biến đổi thể tích = thế năng biến đổi thể tích u_{tt}

+ Thành phần do sự biến đổi hình dạng = thế năng biến đổi hình dạng u_{hd}

$$u = u_{tt} + u_{hd}$$

Tính u_{tt} : Thay các σ_1, σ_2, σ_3 bằng các $\sigma_{tb} = \frac{\Sigma}{3}$ thì phân tố chỉ biến đổi thể tích. Hình (3-19)



Hình 3-19

Thay σ_1, σ_2, σ_3 bằng $\sigma_{tb} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ vào (3.18)

Ta được $u_{tt} = 3\,\frac{1 - 2\mu}{2E}\,\sigma_{tb}^2$

$$= \frac{1 - 2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$\Rightarrow$ Thế năng biến đổi hình dạng

$$u_{hd} = u - u_{tt} =$$

$$u_{hd} = \frac{1 + \mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1) \quad (3.19)$$

Ta thấy ở phân tố b), với các ứng suất $\sigma_1 - \sigma_{tb}$, $\sigma_2 - \sigma_{tb}$, $\sigma_3 - \sigma_{tb}$ thì $\theta = 0$ nhờ (3.13) tức là thể tích phân tố không đổi và chỉ đổi hình dạng thôi.

Đối với phân tố ở TTƯS đơn $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

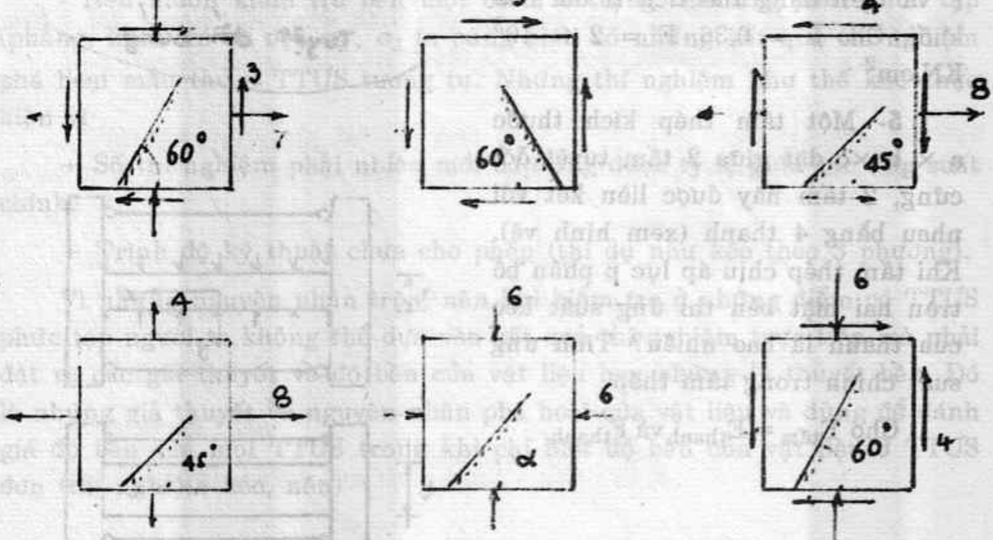
$$u_o = \frac{\sigma^2}{2E}$$

$$u_{o,tt} = \frac{1 - 2\mu}{6E}\sigma^2 \quad (3.20)$$

$$u_{o,hd} = \frac{1 + \mu}{3E}\sigma^2$$

BÀI TẬP CHƯƠNG III

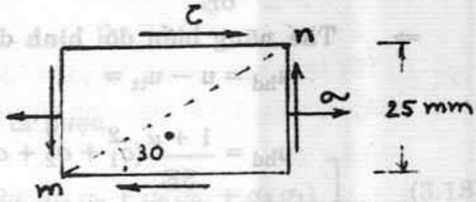
1. Tìm giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên các mặt cắt nghiêng của phân tố như hình vẽ. Đơn vị của các ứng suất đã cho tính bằng KN/cm^2



2. Cho $\sigma = 30$ KN /cm^2

$\tau = 15$ KN / cm^2

Xác định biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo mn

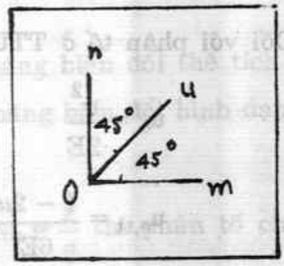


Cho $E = 2.10^4$ KN / cm^2

$G = 8.10$ KN/ cm^2

$\mu = 0{,}3$

3. Tại một điểm trên mặt vật thể chịu lực người ta dùng tấm điện trở để đo biến dạng tỷ đối theo các phương Om, On, Ou. Số đo như sau:



$\varepsilon_m = -2{,}81.10^{-4}$,

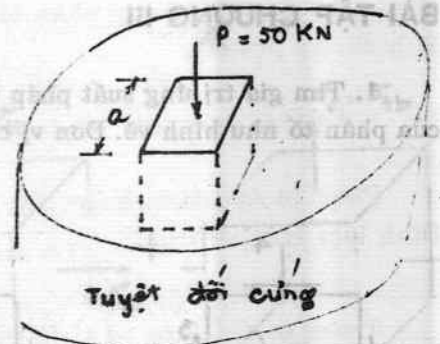
$\varepsilon_n = -2{,}81.10^{-4}$,

$\varepsilon_u = 1{,}625.10^{-4}$

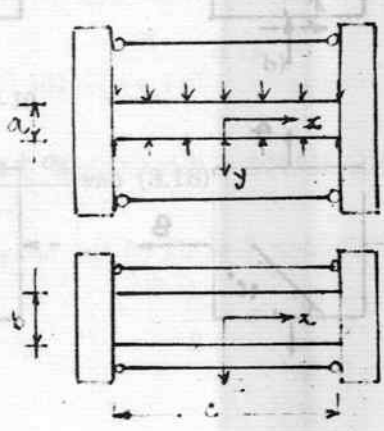
Định ứng suất chính và phương chính tại điểm ấy.

Cho $\mu = 0{,}3$, $E = 2.10^4$ KN / cm^2

4. Khối lập phương cạnh a = 5cm bằng thép đặt vừa khít vào một lỗ khoét trong một vật thể xem như tuyệt đối cứng. Khối chịu nén bởi lực P. Xác định áp lực nén vào vách, biến dạng dài theo phương lực P và biến dạng thể tích tỉ đối của khối. Cho $\mu = 0{,}36$, $E = 2 \times 10^3$ KN/cm^2



5- Một tấm thép kích thước a × b ×c đặt giữa 2 tấm tuyệt đối cứng, 2 tấm này được liên kết với nhau bằng 4 thanh (xem hình vẽ). Khi tấm thép chịu áp lực p phân bố trên hai mặt bên thì ứng suất kéo của thanh là bao nhiêu? Tính ứng suất chính trong tấm thép



Cho $E_{tấm} = E_{thanh}$ và F_{thanh}

CHƯƠNG IV

LÝ THUYẾT BỀN

1- KHÁI NIỆM LÝ THUYẾT BỀN

- Khi kiểm tra độ bền thanh chịu kéo, nén đúng tâm (trạng thái ứng suất đơn chỉ có σ_z), ta có các điều kiện sau

$$\sigma_{max} = \sigma_1 \le [\sigma]_k$$

$$|\sigma_{min}| = |\sigma_3| \le [\sigma]_n$$

Trong đó:

- σ_{max}, σ_{min}, tính được như chương 2

- Các ứng suất cho phép có được từ những thí nghiệm và tính bằng ứng suất nguy hiểm chia cho hệ số an toàn n

Những thí nghiệm kéo nén đúng tâm đơn giản và thực hiện được.

- Nếu muốn kiểm tra bền một điểm ở trạng thái ứng suất phức tạp (phẳng, khối) có cả σ_1, σ_2, σ_3 ta cũng phải có những kết quả thí nghiệm phá hoại mẫu thử ở TTƯS tương tự. Những thí nghiệm như thế khó thực hiện vì

+ Số thí nghiệm phải nhiều mới đáp ứng được tỷ lệ giữa các ứng suất chính.

+ Trình độ kỹ thuật chưa cho phép (thí dụ như kéo theo 3 phương).

Vì những nguyên nhân trên, nên khi kiểm tra ở những điểm có TTƯS phức tạp người ta không thể dựa vào kết quả thí nghiệm trực tiếp mà phải đặt ra các giả thuyết về độ bền của vật liệu hay những lý thuyết bền. Đó là những giả thuyết về nguyên nhân phá hoại của vật liệu và dùng để đánh giá độ bền của mọi TTƯS trong khi chỉ biết độ bền của vật liệu ở TTƯS đơn (thí nghiệm kéo, nén)

Nghĩa là, bất kỳ phân tố có σ_1, σ_2, σ_3 ta tìm ứng suất tính là 1 hàm của σ_1, σ_2, σ_3 rồi so sánh với $[\sigma]_k$ hay $[\sigma]_n$ ở TT ứng suất đơn

$\sigma_{tính} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq [\sigma]_{k,n}$ vấn đề là tìm hàm f, chính là các thuyết bền

2- CÁC THUYẾT BỀN CƠ BẢN

2-1 Thuyết bền ứng suất pháp cực đại (TB thứ 1)

."Nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do ứng suất pháp cực đại của phân tố ở TTƯS phức tạp đạt đến ứng suất nguy hiểm của phân tố ở TTƯS đơn".

Gọi σ_{ok}, σ_{on}, ứng suất nguy hiểm khi kéo nén (TTƯS đơn)

n là hệ số an toàn, thì bất kỳ TTƯS ta có công thức kiểm tra bền

$$\sigma_{t1} = \sigma_1 \leq \frac{\sigma_{ok}}{n} = [\sigma]_k \tag{4.1a}$$

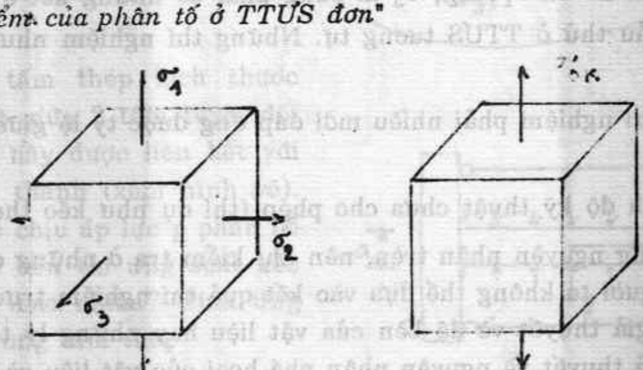
$$\sigma_{t1} = |\sigma_3| \leq \frac{\sigma_{on}}{n} = [\sigma]_n \tag{4.1b}$$

Ưu khuyết điểm của TB thứ 1 là

- Không kể đến ứng suất chính còn lại
- Không phù hợp thực tế, ngày nay chỉ áp dụng cho TTƯS đơn.

2-2 Thuyết bền biến dạng dài tương đối cực đại (TB thứ 2)

."Nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do biến dạng dài tương đối cực đại của phân tố ở TTƯS phức tạp đạt đến biến dạng dài tương đối ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTƯS đơn"



hình 4-1

. *Tính toán:* Gọi

ε_1 Biến dạng dài tương đối cực đại của TTƯS khối (hình 4-1a)

ε_{ok} Biến dạng dài tương đối ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTƯS đơn (kéo theo 1 phương) (hình 4-1b)

Định luật Húc cho $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$

$$\varepsilon_{ok} = \frac{\sigma_{ok}}{E}$$

n là hệ số an toàn thì ta có công thức kiểm tra bền.

$$\frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \le \frac{1}{n}\frac{\sigma_{ok}}{E}$$

Tức là

$$\sigma_{t2} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le \frac{\sigma_{ok}}{n} = [\sigma]_k \qquad (4.2a)$$

tương tự nếu biến dạng co ngắn.

$$\sigma_{t2} = |\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)| \le \frac{\sigma_{on}}{n} = [\sigma]_n \qquad (4.2b)$$

Ưu khuyết điểm

- Có kể đến cả 3 ứng suất chính
- Thí nghiệm cho thấy chỉ phù hợp với vật liệu dòn, ngày nay ít dùng

2-3 Thuyết bền ứng suất tiếp cực đại (TB thứ 3)

. *"Nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do ứng suất tiếp cực đại của phân số ở TTƯS phức tạp đạt đến ứng suất tiếp nguy hiểm của phân tố ở TTƯS đơn".*

. *Tính toán:* Gọi

τ_{max} ứng suất tiếp cực đại ở TTƯS phức tạp (khối)

τ_o ứng suất tiếp nguy hiểm khi kéo theo 1 phương (TTƯS đơn)

n hệ số an toàn

Ta sẽ có điều kiện bền theo thuyết bền thứ 3

$$\tau_{max} \leq \frac{\tau_o}{n}$$

Trong đó theo chương 3 ta đã có (3.11)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} : \tau_o = \frac{\sigma_{ok}}{2} \qquad (3.11)$$

nên $\dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \dfrac{\sigma_{ok}}{2n}$

Vậy công thức kiểm tra bền là

$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \frac{\sigma_{ok}}{n} = [\sigma]_k \qquad (4.3)$$

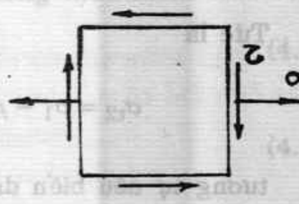
. Ưu khuyết điểm

- Phù hợp với thí nghiệm, đặc biệt đối với vật liệu dẻo, tuy nhiên không kể đến ứng suất chính σ_2

- Ngày nay dùng nhiều trong tính toán cơ khí.

. Các kết quả đặc biệt:

* Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt (hình 4-2)

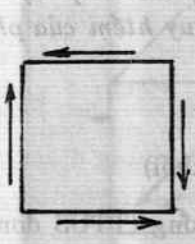


Hình 4-2

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]_K \qquad (4.3a)$$

* Trạng thái ứng suất trượt thuần túy (hình 4-3)



Hình 4-3

$\sigma_{max} = \tau$, $\sigma_{min} = -\tau$

ta sẽ có

$$\sigma_{t3} = 2\tau \leq [\sigma]_K \qquad (4.3b)$$

hay $\tau \leq \dfrac{[\sigma]_K}{2}$ (4.3c)

2-4 Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng cực đại (TB thứ 4)

. *"Nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do thế năng biến đổi hình dáng của phân tố ở TTUS phức tạp đạt đến thế năng biến đổi hình dáng ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTUS đơn".*

. *Tính toán:* gọi

u_{hd} : TNBĐHD của phân tố ở TTUS khối

$(u_{hd})_o$: TNBĐHD của phân tố ở trạng thái nguy hiểm khi kéo theo 1 phương

n: hệ số an toàn

Chương 3 đã có

$$u_{hd} = \frac{1+\mu}{3E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1\right) \quad (3.19)$$

$$(u_{hd})_o = \frac{1+\mu}{3E}\sigma_{ok}^2 \quad (3.20)$$

Điều kiện bền theo TB 4 là

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \le \frac{\sigma_{ok}}{n}$$

$$\text{hay } \sigma_{t4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \le [\sigma]_K \quad (4.4)$$

. *Ưu khuyết điểm*

- Phù hợp với vật liệu dẻo.
- Không phù hợp với vật liệu dòn
- Không giải thích được trường hợp kéo theo 3 phương với cùng giá trị ứng suất
- Ngày nay được dùng trong tính toán xây dựng cũng như cơ khí

. *Các kết quả đặc biệt*

* Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt (hình 4-2)

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_{t4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]_K \quad (4.4a)$$

* Trạng thái trượt thuần túy (hình 4-3)

$$\sigma_{max} = \tau \,,\ \sigma_{min} = -\tau \Rightarrow \sigma_{t4} = \sqrt{3\tau^2} \le [\sigma]_k$$

hay $$\tau \le \frac{[\sigma]_K}{\sqrt{3}} \qquad (4.4b)$$

2-5 Thuyết bền về các TTƯS giới hạn (TB Mo hay TB thứ 5)

Thuyết bền này áp dụng cho vật liệu dòn hay vật liệu có giới hạn bền kéo và nén khác nhau. Đối với bất kỳ phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp (khối), ta thừa nhận công thức kiểm tra bền.

$$\sigma_{t5} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{ok}}{|\sigma_{on}|}\sigma_3 \le [\sigma]_K$$

Trong đó: σ_1, σ_3 và ứng suất chính của phân tố ở TTƯS phức tạp

σ_{ok}, σ_{on} các giới hạn nguy hiểm của phân tố ở TTƯS đơn (kéo, nén theo 1 phương)

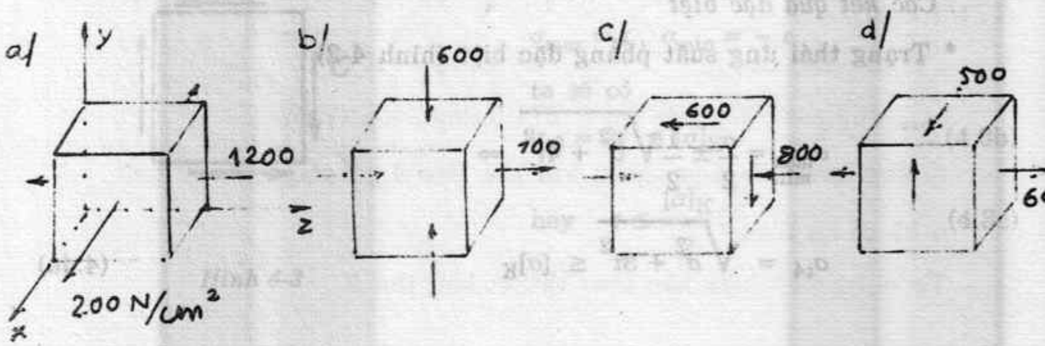
3- VIỆC ÁP DỤNG CÁC THUYẾT BỀN

3-1 Việc áp dụng.

Nói chung có nhiều thuyết bền, mỗi thuyết bền đề ra một quan điểm về nguyên nhân phá hoại của vật liệu. Thực tế tính toán, việc chọn thuyết bền nào là phụ thuộc vào loại vật liệu và TTƯS của điểm kiểm tra.

- Đối với vật liệu dẻo, nên dùng TB 3 và TB 4
- Đối với vật liệu dòn nên dùng TB 5
- Trường hợp TTƯS đơn thì dùng TB 1

3-2 Thí dụ



Cho 4 phân tố a), b), c), d) tách ra từ vật thể chịu lực. Xác định phân tố nào nằm trong trạng thái nguy hiểm nhất. Cho $\mu = 0,3$ và vật liệu có $\sigma_{ok} = \sigma_{on}$

Bài giải

* Các phân tố trên đều ở TTƯS phức tạp ta tìm các ứng suất chính của chúng

a) 3 mặt chính, $\sigma_1 = 1200$, $\sigma_2 = 200$, $\sigma_3 = 0$

b) 3 mặt chính, $\sigma_1 = 700$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -600$

c) Phân tố ở TTƯS phẳng đặc biệt

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

với $\sigma = -800$

$\tau = 600$

$\Rightarrow \sigma_{max} = 165$, $\sigma_{min} = -965$

Vậy $\sigma_1 = 165$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -965$

d) Mặt vuông góc trục z là 1 mặt chính với ứng suất chính là 600. Hai ứng suất còn lại tính theo TTƯS trượt thuần túy (hình vẽ), chiếu phân tố lên mặt có pháp tuyến là z

$\sigma_{max} = 500$, $\sigma_{min} = -500$

Vậy $\sigma_1 = 600$, $\sigma_2 = 500$,

$\sigma_3 = -500$

* Tính các ứng suất tính theo các thuyết bền

- TB 1 - Ứng suất tính sẽ bằng ứng suất có giá trị tuyệt đối lớn nhất

$$\sigma_{t1}^{a} = 1200$$

$$\sigma_{t1}^{b} = 700$$

$$\sigma_{t1}^{c} = |-965|$$

$$\sigma_{t1}^{d} = 600$$

- TB 2 - Dùng công thức (4.2a) hay (4.2b) tùy trường hợp, ta được

$$\sigma_{t2}^{a} = 1200 - 0,3 \times 200 = 1140$$

$$\sigma_{t2}^{b} = 700 - 0,3\,(-600) = 880$$

$$\sigma_{t2}^{c} = |\,-965 - 0,3\,(165)\,| = 1014,5$$

$$\sigma_{t2}^{d} = 600 - 0,3\,(500 - 500) = 600$$

- TB 3 - Theo công thức (4.3)

$$\sigma_{t3}^{a} = 1200 - 0 = 1200$$

$$\sigma_{t3}^{b} = 700 - (-600) = 1300$$

$$\sigma_{t3}^{c} = 165 - (-965) = 1130$$

$$\sigma_{t3}^{d} = 600 - (-500) = 1100$$

- TB 4 - Công thức (4.4) cho

$$\sigma_{t4}^{a} = \sqrt{(1200)^2 + (200)^2 + 0^2 - 1200 \times 200} = 1110$$

$$\sigma_{t4}^{b} = 1130$$

$$\sigma_{t4}^{c} = 1059$$

$$\sigma_{t4}^{d} = 1054$$

Ta có bảng sau

Thuyết bền	Phân tố			
	a)	b)	c)	d)
TB 1	1200	700	965	600
TB 2	1140	880	1014,5	600
TB 3	1200	1300	1130	1100
TB 4	1110	1130	1059	1054

Từ bảng trên, việc trả lời cho câu hỏi bài toán về phân tố nguy hiểm nhất còn phụ thuộc vào việc lựa chọn TB.

+ Với TB 1 và 2 thì a) là nguy hiểm

+ Với TB 3 và 4 thì b) là nguy hiểm