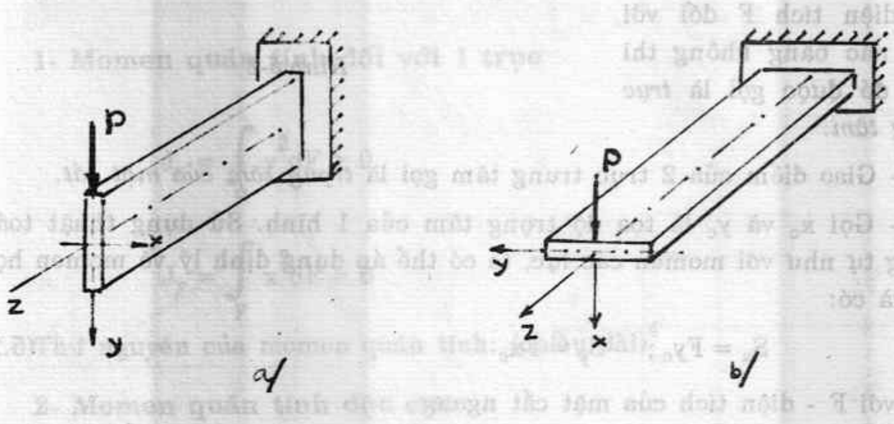
CHƯƠNG V

ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG

1- KHÁI NIỆM CHUNG

Xét 1 dầm công xon tiết diện chữ nhật bxh với h > b trong 2 trường hợp: tiết diện để đứng (H.5.1a) và tiết diện nằm ngang (H.5.1b), cùng chịu một lực P như nhau.



Hình 5-1

Kết quả thực nghiệm hoặc bằng trực giác ta cũng nhận ra là trường hợp thứ 1 chịu lực tốt hơn trường hợp thứ 2.

Như vậy rõ ràng sức chịu của một thanh không những chỉ tùy thuộc vào loại vật liệu mà còn tùy thuộc vào hình dạng của mặt cắt ngang, cũng như phương tác dụng của tải trọng đối với các mặt cắt ngang.

Chúng ta sẽ khảo sát những đặc trưng hình học chính của mặt cắt ngang có liên quan đến việc chịu lực của các thanh.

2- MOMENT TĨNH

a) Momen tĩnh đối với một trục:

Ta định nghĩa

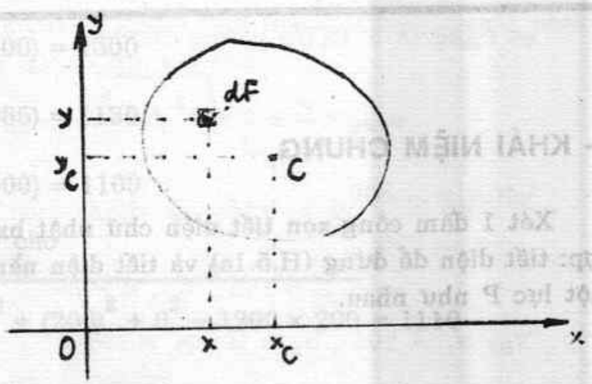
$$S_x = \int_F y dF; \quad S_y = \int_F x dF \tag{5.1}$$

S_x, S_y - lần lượt là momen tĩnh của diện tích mặt cắt ngang đối với trục x, y.

Thứ nguyên của S_x, S_y là (chiều dài)^3.

Vì x, y có thể âm hoặc dương nên momen tĩnh có thể có trị số âm hoặc dương.

- Khi momen tĩnh của diện tích F đối với trục nào bằng không thì trục đó được gọi là *trục trung tâm*.



Hình 5-2

- Giao điểm của 2 trục trung tâm gọi là *trọng tâm của mặt cắt.*

- Gọi x_c và y_c là tọa độ trọng tâm của 1 hình. Sử dụng thuật toán tương tự như với momen các lực, ta có thể áp dụng định lý về momen hợp lực và có:

$$S_x = Fy_c; \quad S_y = Fx_c \tag{5.2}$$

với F - diện tích của mặt cắt ngang

Từ đó suy ra tọa độ trọng tâm mặt cắt.

$$x_c = \frac{S_y}{F}; \quad y_c = \frac{S_x}{F} \tag{5.3}$$

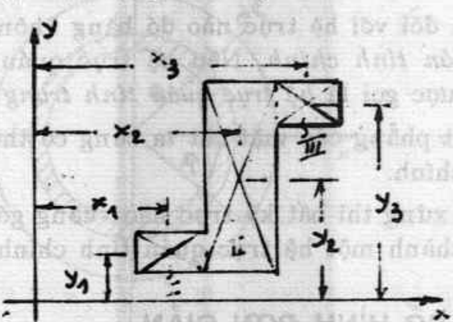
* Để tính momen tĩnh của các hình phức tạp ta phải chia nó thành nhiều hình đơn giản (H-3) mà diện tích (Fi) và tọa độ trọng tâm của chúng (x_i, y_i) đã biết trước.

Khi đó ta có:

$$S_x = F_1y_1 + F_2y_2 + ... + F_ny_n = \sum_{i=1}^{n} F_iy_i \tag{5.4}$$

$$S_y = F_1x_1 + F_2x_2 + ... + F_nx_n = \sum_{i=1}^{n} F_ix_i$$

Tọa độ trọng tâm mặt cắt:



Hình 5-3

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{\sum F_ix_i}{\sum F_i} \tag{5.5}$$

$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{\sum F_iy_i}{\sum F_i}$$

3- MOMEN QUÁN TÍNH CỦA MẶT CẮT NGANG

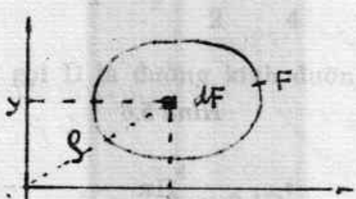
1- Momen quán tính đối với 1 trục

$$J_x = \int_F y^2 dF \geq 0 \tag{5.6}$$

$$J_y = \int_F x^2 dF \geq 0$$

Thứ nguyên của momen quán tính: (chiều dài)^4

2- Momen quán tính độc cực



Hình 5-4

$$J_p = \int_F \rho^2 dF \geq 0 \tag{5.7}$$

Vì $\rho^2 = x^2 + y^2$ (xem h.5-4) nên

$$J_p = J_x + J_y \tag{5.8}$$

3- Momen quán tính ly tâm đối với hệ trục (x, y)

$$J_{xy} = \int_F xydF \qquad (5.9)$$

Vì $xy \gtrless 0 \rightarrow J_{xy} \gtrless 0$

Tính chất

. Khi momen quán tính ly tâm đối với hệ trục nào đó bằng không thì hệ trục đó được gọi là *hệ trục quán tính chính*. Nếu hệ trục quán tính chính qua trọng tâm mặt cắt thì được gọi là *hệ trục quán tính trung tâm*.

. Tại bất kỳ điểm nào trên mặt phẳng của mặt cắt ta cũng có thể xác định được một hệ trục quán tính chính.

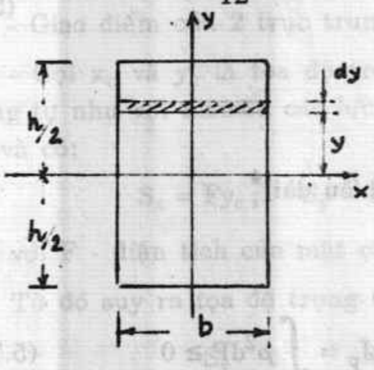
. Nếu mặt cắt có một trục đối xứng thì bất kỳ trục nào vuông góc với trục đối xứng đó cũng lập với nó thành một hệ trục quán tính chính.

4- MOMEN QUÁN TÍNH CỦA 1 SỐ HÌNH ĐƠN GIẢN

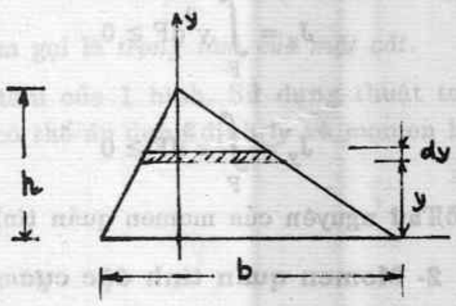
4-1. Hình chữ nhật

$$J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 bdy = \frac{bh^3}{12} \qquad (5.10)$$

Tương tự $J_y = \dfrac{hb^3}{12}$



Hình 5.5



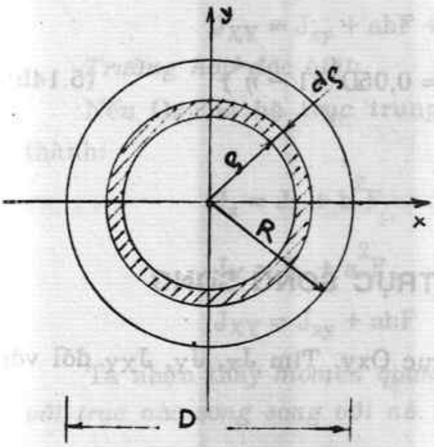
Hình 5.6

4-2 Hình tam giác

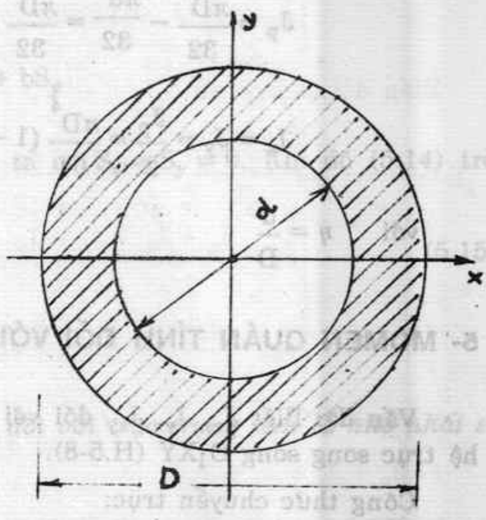
$$J_x = \frac{bh^3}{12} \qquad (5.11)$$

4-3. Hình tròn - Hình vành khăn

a- Hình tròn:



Hình 5-7a



Hình 5-7b

Vì $dF = 2\pi\rho d\rho$, momen quán tính độc cực là

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = \frac{\pi R^4}{2} \qquad (5\text{-}12a)$$

Do tính chất đối xứng nên ta nhận thấy ngay $J_x = J_y$, do đó ta có:

$$J_p = J_x + J_y = 2J_x = 2J_y$$

Suy ra:

$$J_x = J_y = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} \qquad (5.12b)$$

Nếu gọi D là đường kính đường tròn thì các công thức (5.12) có thể viết lại:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1D^4 \qquad (5.13a)$$

$$J_x = J_y = 0,05D^4 \qquad (5.13b)$$

b- Hình vành khăn

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \eta^4) \approx 0{,}1D^4(1 - \eta^4) \quad (5.14a)$$

$$J_x = J_y = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \eta^4) \approx 0{,}05D^4(1 - \eta^4) \quad (5.14b)$$

với $\eta = \dfrac{d}{D}$

5- MOMEN QUÁN TÍNH ĐỐI VỚI HỆ TRỤC SONG SONG

Vấn đề: Biết J_x, J_y, J_{xy} đối với hệ trục Oxy. Tìm J_X, J_Y, J_{XY} đối với hệ trục song song O_1XY (H.5-8).

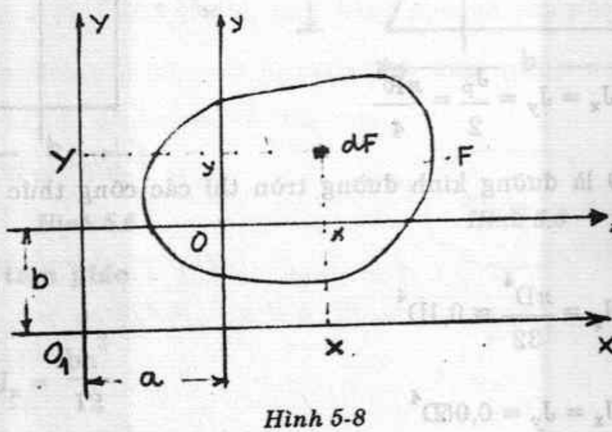
Công thức chuyển trục:

$$\begin{cases} X = x + a \\ Y = y + b \end{cases}$$

Do đó $$J_X = \int_F Y^2 dF = \int_F (y + b)^2 dF$$

$$J_Y = \int_F X^2 dF = \int_F (x + a)^2 dF$$

$$J_{XY} = \int_F XY dF = \int_F (x + a)(y + b) dF$$



Hình 5-8

Khai triển và rút gọn ta được

$$J_X = J_x + b^2F + 2bS_x \qquad (5.14)$$

$$J_Y = J_y + a^2F + 2aS_y$$

$$J_{XY} = J_{xy} + abF + aS_x + bS_y$$

Trường hợp đặc biệt:

Nếu Oxy là hệ trục trung tâm ta có $S_x = S_y = 0$. Khi đó (5.14) trở thành:

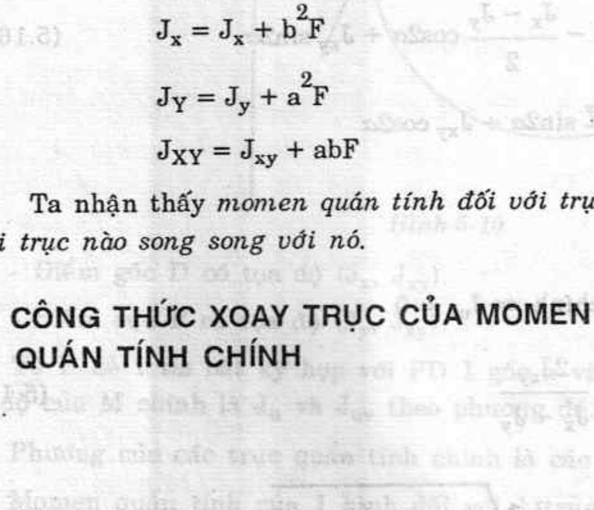
$$J_x = J_x + b^2F \qquad (5.15)$$

$$J_Y = J_y + a^2F$$

$$J_{XY} = J_{xy} + abF$$

Ta nhận thấy *momen quán tính đối với trục trung tâm là nhỏ nhất so với trục nào song song với nó.*

6- CÔNG THỨC XOAY TRỤC CỦA MOMEN QUÁN TÍNH - HỆ TRỤC QUÁN TÍNH CHÍNH



Hình 5-9

Vấn đề: Biết J_x, J_y, J_{xy} đối với hệ trục Oxy. Tìm J_u, J_v, J_{uv} đối với hệ trục Ouv hợp với trục x một góc α theo chiều dương lượng giác.

Công thức xoay trục

$$\begin{cases} u = x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ v = y\cos\alpha - x\sin\alpha \end{cases} \qquad (i)$$

Theo định nghĩa ta có:

$$J_u = \int_F v^2 dF; \; J_v = \int_F u^2 dF \; ; \; J_{uv} = \int_F uvdF \qquad (j)$$

Thay công thức xoay trục vào (j), khai triển và rút gọn ta được:

$$\begin{cases} J_u = J_x\cos^2\alpha + J_y\sin^2\alpha - 2J_{xy}\cos\alpha\,\sin\alpha \\ J_v = J_x\sin^2\alpha + J_y\cos^2\alpha + 2J_{xy}\cos\alpha\,\sin\alpha \\ J_{uv} = \dfrac{1}{2}(J_x - J_y)\sin2\alpha + J_{xy}\cos2\alpha \end{cases} \quad (5.16a)$$

Biến đổi ta suy ra:

$$\begin{cases} J_u = \dfrac{J_x + J_y}{2} + \dfrac{J_x - J_y}{2}\cos2\alpha - J_{xy}\sin2\alpha \\ J_v = \dfrac{J_x + J_y}{2} - \dfrac{J_x - J_y}{2}\cos2\alpha + J_{xy}\sin2\alpha \\ J_{uv} = \dfrac{J_x - J_y}{2}\sin2\alpha + J_{xy}\cos2\alpha \end{cases} \quad (5.16b)$$

Hệ quả

1- $J_u + J_v = J_x + J_y$

2- Hệ trục quán tính chính $\Leftrightarrow J_{uv} = 0$

$$\Leftrightarrow \tan2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} \quad (5.17)$$

3- $$J_{max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2}$$

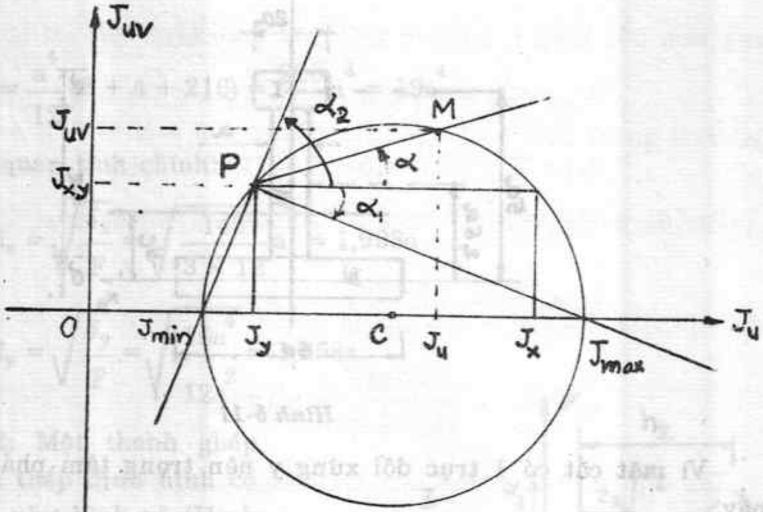
$$J_{min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2} \quad (5.18)$$

*** Vòng tròn Mo quán tính - bán kính quán tính**

Về mặt toán học quan hệ giữa J_u, J_{uv} và J_x, J_y, J_{xy} được biểu diễn bởi các công thức (5.16b) hoàn toàn tương tự như quan hệ giữa σ_u, τ_{uv} và σ_x, σ_y, τ_{xy} mà ta đã thiết lập được ở chương trạng thái ứng suất. Vì vậy nếu dùng một hệ trục tọa độ với J_u là trục hoành và J_{uv} là trục tung thì quan hệ giữa J_u và J_{uv} được biểu diễn bởi một vòng tròn gọi là *vòng tròn Mo quán tính* (H.5-10).

Trình tự xác định vòng tròn này hoàn toàn giống như trình tự xác định vòng tròn Mo ứng suất:

- Tâm C của vòng tròn là trung điểm của các điểm có hoành độ J_x và J_y.



Hình 5-10

- Điểm gốc D có tọa độ (J_x, J_{xy}).
- Điểm cực P có tọa độ (J_y, J_{xy}).

Từ P kẻ 1 tia bất kỳ hợp với PD 1 góc α và cắt vòng tròn tại M, thì tọa độ của M chính là J_u và J_{uv} theo phương đó.

Phương của các trục quán tính chính là các đường PA và PB.

Momen quán tính của 1 hình đối với 1 trục bất kỳ có thể được biểu diễn dưới dạng tích số diện tích của hình này với bình phương của 1 đại lượng gọi là *bán kính quán tính*. Từ đó ta có

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}\ ,\quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} \tag{5.19}$$

Đối với hệ trục quán tính trung tâm, ta có *bán kính quán tính chính* tương ứng:

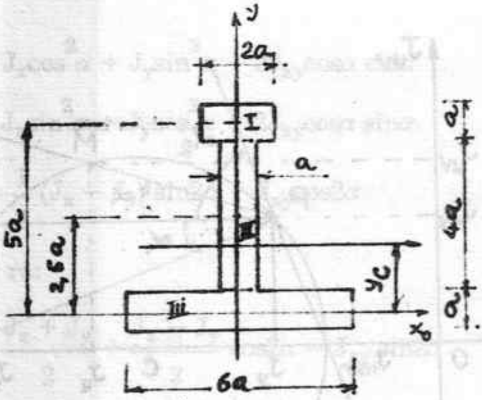
$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{F}}\ ;\quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{F}} \tag{5.19a}$$

Thí dụ 1: Xác định momen quán tính chính trung tâm của mặt cắt như hình vẽ (Hình 5-11)

Bài giải

Ta phân mặt cắt đã cho thành mặt cắt chữ nhật I, II, III.

- Xác định trọng tâm mặt cắt.



Hình 5-11

Vì mặt cắt có 1 trục đối xứng y nên trọng tâm phải nằm trên trục này.

Ta có

$$S_{x_o} = S_{x_o}^{I} + S_{x_o}^{II} + S_{x_o}^{III} = F_I \times 5a + F_{II} \times 2{,}5a + 0$$

$$= 2a \times a \times 5a + a \times 4a \times 2{,}5a = 20a^3$$

Tung độ trọng tâm mặt cắt:

$$y_c = \frac{S_{x_o}}{F_I + F_{II} + F_{III}} = \frac{20a^3}{(2a \times a) + (a \times 4a) + (6a \times a)}$$

$$y_c = \frac{20}{12} a = \frac{5}{3} a$$

Momen quán tính chính trung tâm.

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} = \left[\left(\frac{2a \times a^3}{12} + (2a \times a)\left(5a - \frac{5a}{3}\right)^2\right)\right] +$$

$$+ \left[\frac{a \times (4a)^3}{12} + (4a \times a)\left(2{,}5a - \frac{5a}{3}\right)^2\right] + \left[\frac{6a \times a^3}{12} + (6a \times a)\left(\frac{5}{3}a\right)^2\right]$$

$$= a^4\left[\left(\frac{1}{6} + \frac{200}{9}\right) + \left(\frac{16}{3} + \frac{25}{9}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{50}{3}\right)\right] = \frac{143}{3} a^4$$

$$J_y = J_y^I + J_y^{II} + J_y^{III} = \frac{a \times (2a)^3}{12} + \frac{4a \times a^3}{12} + \frac{a \times (6a)^3}{12} =$$

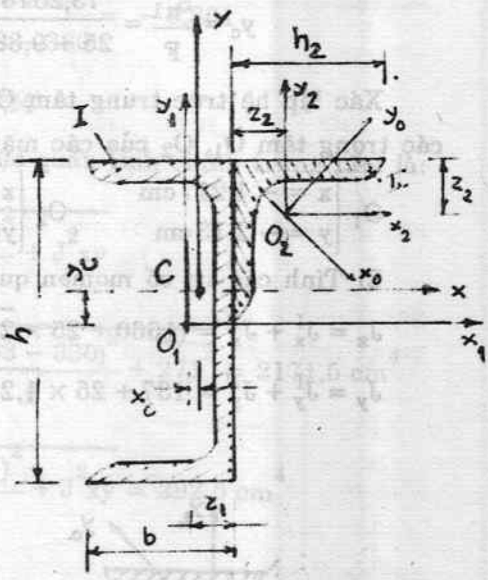
$$= \frac{a^4}{12}(8 + 4 + 216) = \frac{228}{12}a^4 = 19a^4$$

Bán kính quán tính chính:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{143}{3 \times 12}a^2} = 1{,}993a$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{19a^4}{12a^2}} = 1{,}258a$$

Thí dụ 2: Một thanh ghép gồm hai thanh thép định hình có mặt cắt ngang như hình vẽ (Hình 5-12) thép chữ [có số hiệu là N° 20a và thép góc đều cạnh có số hiệu là N°8(80×80×6). Xác định các momen quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt.



Hình 5-12

Bài giải

Tra bảng ta có các số liệu đặc trưng hình học của các mặt cắt ngang như sau:

- Đối với thép chữ [N° 20a (phần I bên trái).

$h = 20\text{cm}$, $J_{x1} = 1660\text{cm}^4$

$b_1 = 8\text{cm}$, $J_{y1} = 137\text{cm}^4$

$Z_1 = 2{,}27\text{cm}$, $F_1 = 25\text{cm}^2$

- Đối với thép góc đều cạnh N°8 (80×80×6) (phần II bên phải).

$b_2 = 8\text{cm}$, $J_{x2} = J_{y2} = 57\text{cm}^4$

$Z_2 = 2{,}19\text{cm}$, $J_{x_o} = J_{max} = 90{,}4\text{ cm}^4$

$F_{II} = 9{,}38\text{ cm}^2$, $J_{y_o} = J_{min} = 23{,}5\text{ cm}^4$

1/ *Xác định trọng tâm của mặt cắt*

Chọn hệ trục ban đầu là $O_1x_1y_1$ trùng với hệ trục quán tính chính trung tâm của thép [. Momen tĩnh của toàn hình đối với hệ trục này là:

$$S_{x1} = S_{x1}^{I} + S_{x1}^{II} = 0 + 9{,}38\,(10 - 2{,}19) = 73{,}2578\,\text{cm}^3$$

$$S_{y1} = S_{y1}^{I} + S_{y1}^{II} = 0 + 9{,}38\,(2{,}27 + 2{,}19) = 41{,}8348\,\text{cm}^3$$

Tọa độ trọng tâm của mặt cắt ngang đối với hệ trục $O_1x_1y_1$ là:

$$x_c = \frac{S_{y1}}{F} = \frac{41{,}8348}{25 + 9{,}38} = 1{,}217\ \text{cm}$$

$$y_c = \frac{S_{x1}}{F} = \frac{73{,}2578}{25 + 9{,}38} = 2{,}13\ \text{cm}$$

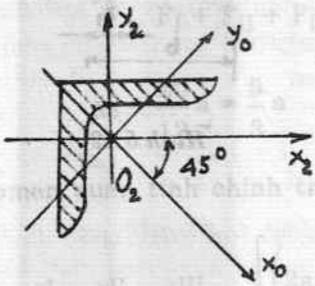
Xác lập hệ trục trung tâm Oxy song song với hệ trục $O_1x_1y_1$. Tọa độ các trọng tâm O_1, O_2 của các mặt cắt chữ [và L đối với hệ trục Oxy.

$$O_1 \begin{cases} x = -\,1{,}217\,\text{cm} \\ y = -\,2{,}13\,\text{cm} \end{cases} \qquad O_2 \begin{cases} x = (2{,}19 + 2{,}27) - 1{,}21 = 3{,}25\,\text{cm} \\ y = 10 - 2{,}19 - 2{,}13 = 5{,}68\,\text{cm} \end{cases}$$

2) Tính các trị số momen quán tính đối với hệ trục trung tâm Oxy:

$$J_x = J_x^{I} + J_x^{II} = (1660 + 25 \times \overline{2.13^2}) + 57 + 9{,}38(5{,}68)^2 = 2133\,\text{cm}^4$$

$$J_y = J_y^{I} + J_y^{II} = 137 + 25 \times \overline{1{,}217^2} + 57 + 9{,}38 \times \overline{3{,}25^2} = 330\,\text{cm}^4$$



Hình 5-13

Để tính được momen quán tính ly tâm, trước tiên ta phải tính momen quán tính ly tâm của thép góc đều cạnh đối với hệ trục $O_2x_2y_2$ (hình 5-13).

Hệ trục $O_2x_oy_o$ là hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt. Ta chọn trục đó làm hệ trục ban đầu và xoay tới hệ trục $O_2x_2y_2$ một góc $\alpha = 45^o$. Áp dụng công thức (5-16b) ta có:

$$J_{x_2y_2} = \frac{J_{x_o} - J_{y_o}}{2}\sin 2\alpha + J_{x_o y_o}\cos 2\alpha$$

trong đó: $J_{x_oy_o} = 0$

$$\sin 2\alpha = \sin(90^o) = 1$$

$$J_{x_2y_2} = \frac{90,4 - 23,5}{2} = 33,45\,cm^4$$

Momen quán tính ly tâm của toàn hình đối với hệ trục trung tâm Oxy là:

$$J_{xy} = J_{xy}^{I} + J_{xy}^{II} = \left[25\,(1,21 \times 2,13)\right] + \left[33,45 + 9,38\,(3,25 \times 5,68)\right] = 271 cm^4$$

Phương của hệ trục quán tính chính trung tâm so với trục Ox cho bởi:

$$\tan 2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = -\frac{2 \times 271}{2133 - 330} = -0,301$$

Giải ta được: $\alpha_1 = -8^o36'$ và $\alpha_2 = 81^o24'$

Trị số momen quán tính đối với hệ trục quán tính chính trung tâm là:

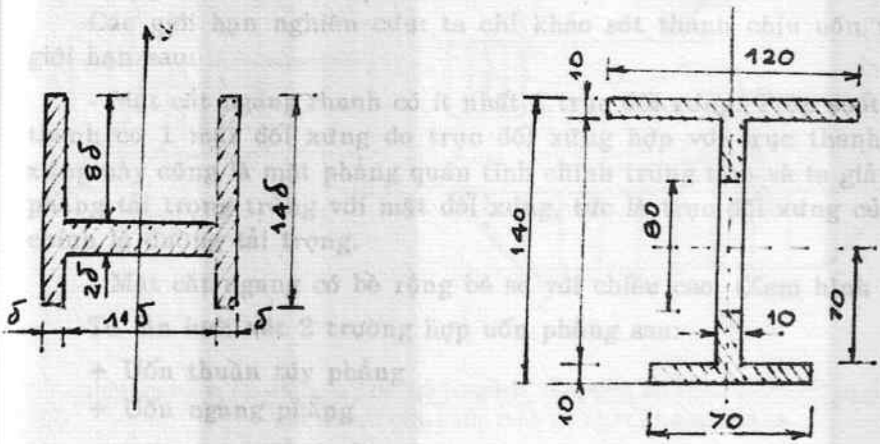
$$J_{max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\frac{(J_x - J_y)^2}{2} + J^2xy}$$

$$= \frac{2133 + 330}{2} + \sqrt{\frac{(2133 - 330)^2}{2} + 271^2} = 2171,5\ cm^4$$

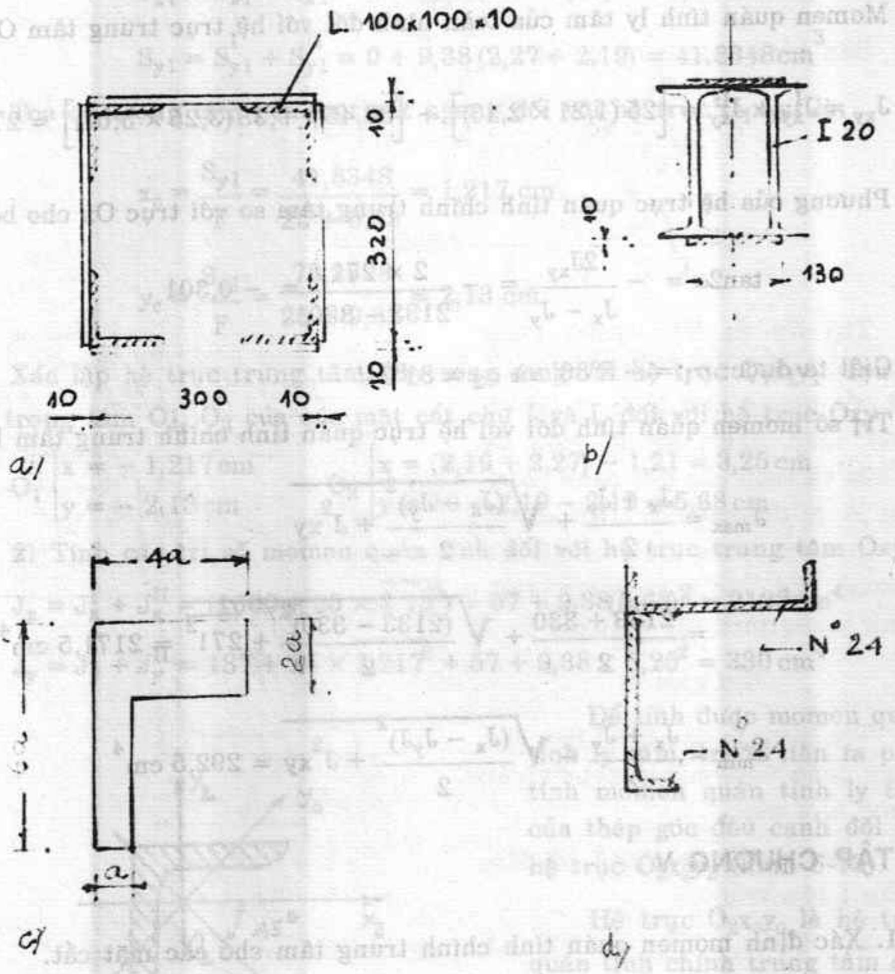
$$J_{min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\frac{(J_x - J_yJ)^2}{2} + J^2xy} = 292,5\ cm^4$$

BÀI TẬP CHƯƠNG V

1. Xác định momen quán tính chính trung tâm cho các mặt cắt.



2. Xác định momen quán tính chính trung tâm lớn nhất.



CHƯƠNG VI

UỐN PHẲNG THANH THẲNG

1- KHÁI NIỆM CHUNG

- Một thanh chịu uốn là thanh có trục bị uốn cong dưới tác dụng của ngoại lực. Những thanh chịu uốn nằm ngang còn gọi là dầm.

- Ngoại lực gây ra uốn có thể là lực tập trung hay phân bố có đường tác dụng vuông góc với trục dầm, hoặc do những mômen uốn nằm trong mặt phẳng chứa trục dầm.

Ta đưa ra một số định nghĩa sau:

- Nếu ngoại lực đặt trong một mặt phẳng chứa trục dầm ta gọi mặt phẳng đó là mặt phẳng tải trọng.

- Giao tuyến của mặt phẳng tải trọng với mặt cắt ngang gọi là đường tải trọng.

- Nếu trục của dầm sau khi bị uốn cong vẫn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm thì sự uốn đó gọi là uốn phẳng hay uốn đơn.

Các giới hạn nghiên cứu: ta chỉ khảo sát thanh chịu uốn với những giới hạn sau:

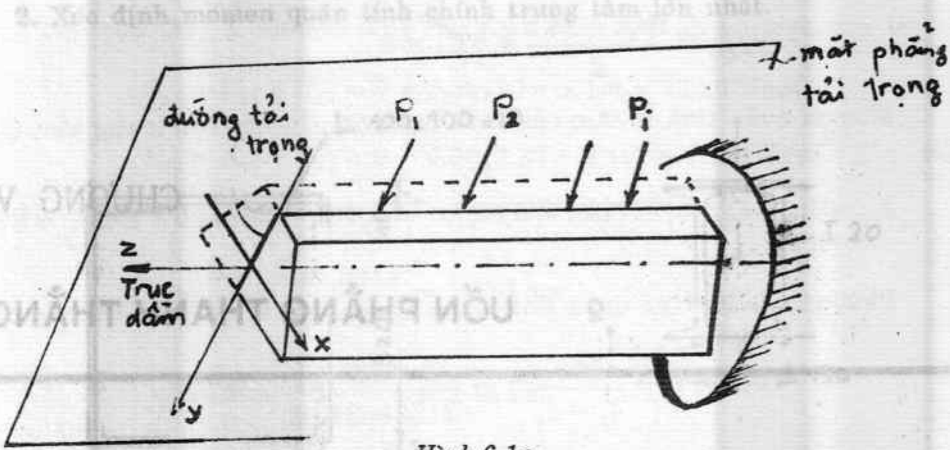
- Mặt cắt ngang thanh có ít nhất 1 trục đối xứng. Trên suốt chiều dài thanh có 1 mặt đối xứng do trục đối xứng hợp với trục thanh. Mặt đối xứng này cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm và ta giả thiết mặt phẳng tải trọng trùng với mặt đối xứng, tức là trục đối xứng của mặt cắt chính là đường tải trọng.

- Mặt cắt ngang có bề rộng bé so với chiều cao. (Xem hình 6-1)

Ta lần lượt xét 2 trường hợp uốn phẳng sau:

+ Uốn thuần túy phẳng

+ Uốn ngang phẳng

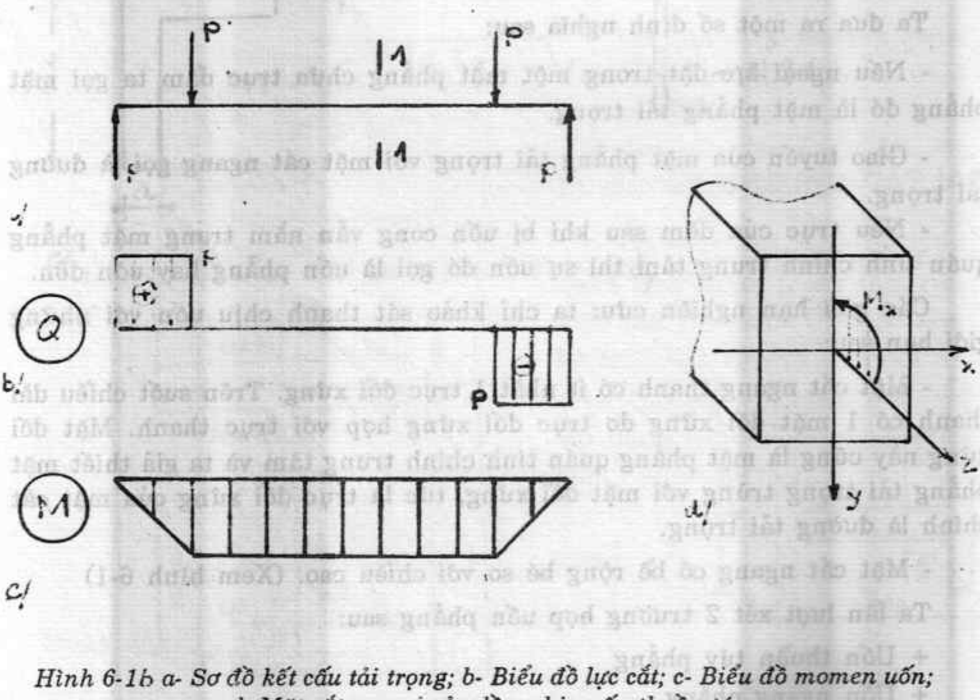


Hình 6-1a

2- UỐN THUẦN TÚY PHẲNG

2-1. Định nghĩa:

"Một thanh được gọi là chịu uốn thuần túy khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có 1 thành phần momen uốn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm."



Hình 6-1b a- Sơ đồ kết cấu tải trọng; b- Biểu đồ lực cắt; c- Biểu đồ momen uốn; d- Mặt cắt ngang của dầm chịu uốn thuần túy

Thí dụ: Trường hợp chịu lực của trục bánh xe tàu hỏa được biểu diễn như hình 6-1b.

Dùng mặt cắt bất kỳ trong đoạn CD ta thấy trên mặt cắt chỉ có một thành phần mômen uốn M_x nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm do đó đoạn CD chịu uốn thuần túy.

2-2. Thiết lập công thức tính ứng suất trên mặt cắt ngang

2-2-1. Thí nghiệm và quan sát

- Vạch lên mặt ngoài 1 thanh chịu uốn những đường thẳng song song với trục thanh tượng trưng cho thớ dọc và những đường vuông góc với trục thanh tượng trưng cho mặt cắt ngang (h6-2a) tạo thành lưới vuông.

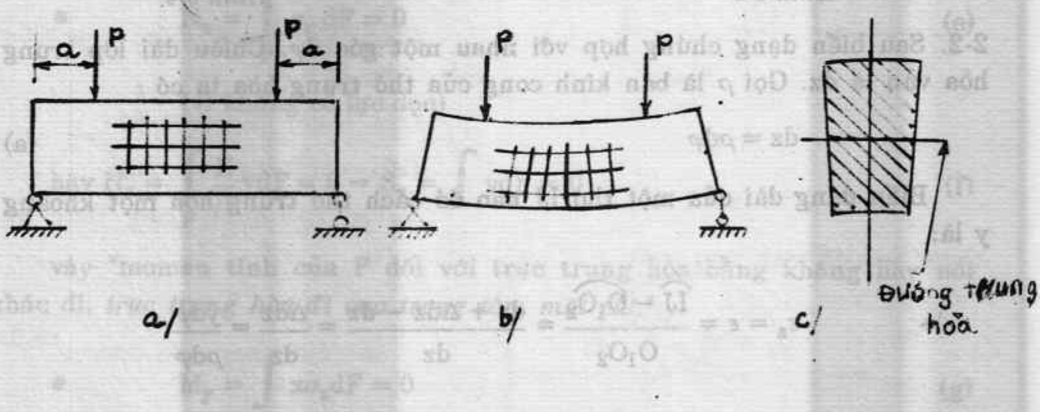
- Sau biến dạng ta nhận thấy: (h.6.2b)

. Những đường thẳng song song với trục thanh biến thành những đường cong song song với trục thanh.

. Những đường vuông góc với trục thanh thì sau khi biến dạng vẫn vuông góc với trục thanh.

. Những góc vuông vẽ trước khi biến dạng thì sau biến dạng vẫn vuông.

Ngoài ra nếu quan sát thanh thì thấy thớ trên bị co lại (bị nén) và thớ dưới bị dãn ra (bị kéo). Như vậy từ thớ co sang thớ dãn phải có thớ không co không dãn gọi là thớ trung hòa. Các thớ trung hòa tạo thành lớp trung hòa. Giao tuyến của mặt cắt ngang và lớp trung hòa gọi là đường trung hòa. Vì mặt cắt ngang có chiều rộng bé nên đường trung hòa xem như thẳng (h.6-2c).



Hình 6-2 a/ Thanh trước biến dạng; b/ Sau biến dạng; c/ Mặt cắt ngang sau biến dạng

2-2-2. Các giả thuyết tính toán

Từ thí nghiệm trên người ta đã đưa ra một số giả thuyết làm cơ sở cho việc tính toán.

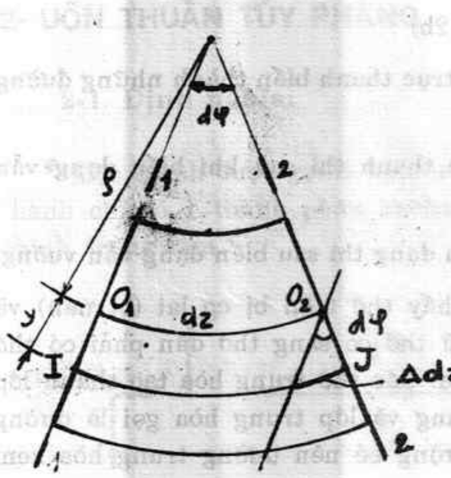
a/ Giả thuyết mặt cắt ngang phẳng (Béc-nu-li): "Mặt cắt ngang của thanh trước và sau biến dạng vẫn phẳng và vuông góc với trục thanh".

b/ Giả thuyết về các thớ dọc: "Trong quá trình biến dạng các thớ dọc không ép hoặc đẩy lên nhau".

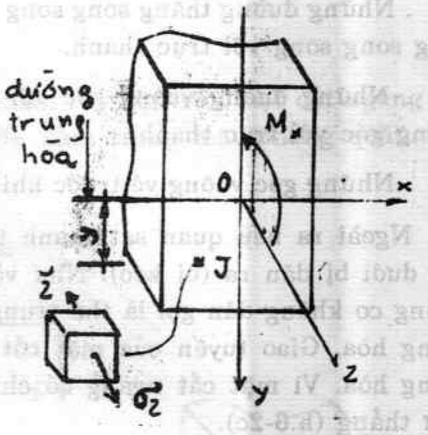
Ngoài ra các giả thuyết khác đã nêu trong chương mở đầu vẫn được sử dụng như giả thuyết về vật liệu, biến dạng bé v.v...

2-2-3. Thiết lập công thức

- Về biến dạng: Xét 1 đoạn thanh dz, được cắt bởi 2 mặt cắt 1-1 và



Hình 6-3



Hình 6-4

2-2. Sau biến dạng chúng hợp với nhau một góc $d\varphi$. Chiều dài lớp trung hòa vẫn là dz. Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hòa ta có

$$dz = \rho d\varphi \tag{a}$$

Biến dạng dài của một thớ IJ nào đó cách thớ trung hòa một khoảng y là:

$$\varepsilon_z = \varepsilon = \frac{\widehat{IJ} - \widehat{O_1O_2}}{O_1O_2} = \frac{dz + \Delta dz - dz}{dz} = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{yd\varphi}{\rho d\varphi}$$

hay $$\varepsilon_z = \frac{y}{\rho} \tag{b}$$

- Về ứng suất:

Lập hệ trục tọa độ Oxyz, với Ox là đường trung hòa, Oy là trục đối xứng và Oz song song với trục thanh. Tách 1 phân tố tại 1 điểm J trên mặt cắt cách trục trung hòa 1 đoạn y bằng các mặt cắt song song với các trục tọa độ (xem h.6-4).

Vì trước và sau biến dạng, các góc vuông của phân tố được bảo toàn nên không có ứng suất tiếp: $\tau_{zy} = \tau_{xy} = ... = 0$

Ngoài ra trong quá trình biến dạng các thớ dọc không ép và đẩy lên nhau do đó $\sigma_x = \sigma_y = 0$

Vậy trên mặt cắt ngang chỉ tồn tại thành phần ứng suất pháp σ_z và trạng thái ứng suất của phân tố trên là trạng thái ứng suất đơn.

Do đó định luật Hooke được viết

$$\sigma_z = E\varepsilon_z \tag{c}$$

trong đó ε_z - biến dạng tương đối theo phương z

σ_z - ứng suất pháp theo phương z

E - môđyn đàn hồi khi kéo hoặc nén

(b) và (c) cho ta: $\sigma_z = \dfrac{Ey}{\rho} = Ky$ (d)

Vậy "*ứng suất σ_z tỉ lệ bậc nhất theo khoảng cách tới thớ trung hòa*".

- Liên hệ giữa ứng suất và nội lực.

Lấy diện tích vi phân dF quanh J ta có:

• $$N_z = \int_F \sigma_z \, dF = 0 \tag{e}$$

(vì không có lực dọc)

hay $N_z = \displaystyle\int_F \frac{E}{\rho} y dF = 0 \rightarrow S_x = \int y dF = 0$ (f)

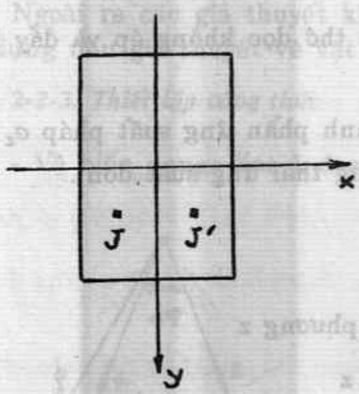
vậy "momen tĩnh của F đối với trục trung hòa bằng không hay nói khác đi, *trục trung hòa đi qua trọng tâm mặt cắt.*"

• $$M_y = \int_F x\sigma_z dF = 0 \tag{g}$$

(vì y là trục đối xứng; phân tố nội lực $\sigma_z dF$ gây ra momen quanh trục y sẽ bị triệt tiêu bởi momen của $\sigma_z dF$ tại điểm đối xứng).

$$M_x = \int_F y\sigma_z\, dF = \int_F \frac{E}{\rho} y^2\, dF = \frac{EJ_x}{\rho} \tag{h}$$

Suy ra: $$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \tag{6.1}$$



Hình 6-5

Thay (6.1) vào (d) ta được:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \tag{6.2}$$

trong đó:

M_x - momen uốn > 0 khi làm căng thớ dương của trục y

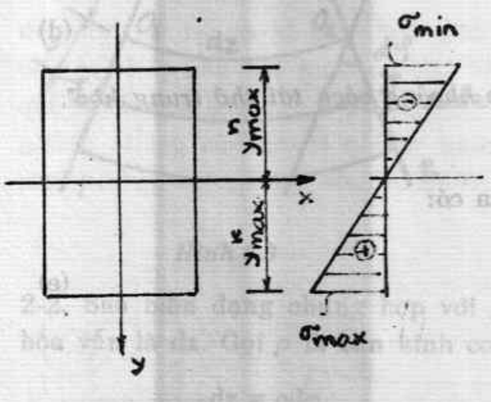
J_x - momen quán tính chính trung tâm

y - khoảng cách từ trục trung hòa tới điểm cần tính ứng suất.

Nhận xét:

- Những điểm càng xa đường trung hòa thì $|\sigma_z|$ càng lớn

- Những điểm nằm trên đường thẳng song song với đường trung hòa thì có cùng một trị số ứng suất.



Hình 6.6

Biểu đồ ứng suất pháp: được biểu diễn trên (h.6-6)

Dấu + chỉ ứng suất kéo

Dấu – chỉ ứng suất nén

Ta có thể dùng công thức kỹ thuật sau để tính ứng suất.

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_z|}{J_x} |y| \tag{6.3}$$

Trong công thức (6.3) ta lấy dấu + nếu M gây kéo tại điểm cần tính ứng suất và lấy dấu – nếu gây nén.

Ứng suất cực đại và cực tiểu:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{J_x} \times y^k_{max} = \frac{|M_x|}{W^k_x} \quad (6.4)$$

$$\sigma_{min} = -\frac{|M_x|}{J_x}\,|y^n_{max}| = -\frac{|M_x|}{W^n_x}$$

với
$$W^k_x = \frac{J_x}{|y^k_{max}|},\ W^n_x = \frac{J_x}{|y^n_{max}|} \quad (6.5)$$

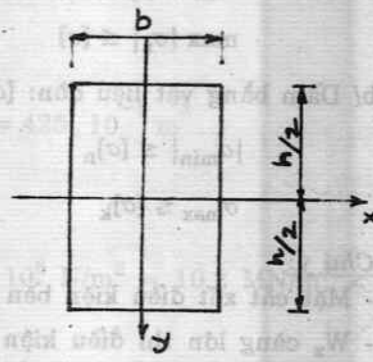
Nếu trục x cũng là trục đối xứng thì

$$y^k_{max} = y^n_{max} = \frac{h}{2} \text{ nên } W^k_x = W^n_x = W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}}.$$

W_x được gọi là momen chống uốn của tiết diện và cũng là đặc trưng hình học của mặt cắt ngang.

2-3. Momen chống uốn của một số hình đơn giản.

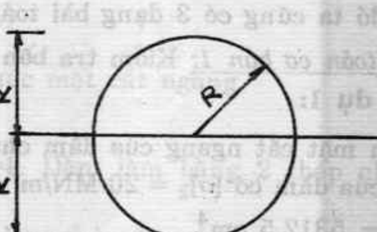
a/ Mặt cắt ngang hình chữ nhật



$$J_x = \frac{bh^3}{12},\ J_y = \frac{hb^3}{12}$$

nên
$$W_x = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

$$W_y = \frac{\frac{hb^3}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{hb^2}{6}$$



b/ Mặt cắt ngang hình tròn

$$J_x = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$y^k_{max} = |y^n_{max}| = R$$

$$\Rightarrow W_x = \frac{J_x}{R} = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0{,}1D^3$$

c/ Mặt cắt ngang hình vành khăn

$$J_x = \frac{\pi R^4}{4}(1 - \eta^4)$$

$$y^k_{max} = |y^n_{max}| = R = \frac{D}{2}$$

$$\Rightarrow W_x = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \eta^4) \approx 0{,}1D^3(1 - \eta^4)$$

với $\eta = \frac{r}{R} = \frac{d}{D}$

2-4 Điều kiện bền

a/ Dầm bằng vật liệu dẻo: có $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$

$$\max|\sigma_z| \le [\sigma] \qquad (6.6)$$

b/ Dầm bằng vật liệu dòn: $[\sigma]_k \ne [\sigma]_n$

$$|\sigma_{min}| \le [\sigma]_n \qquad (6.6a)$$

$$\sigma_{max} \le [\sigma]_k$$

Chú ý:

- Mặt cắt xét điều kiện bền là mặt cắt có $|M|_{max}$

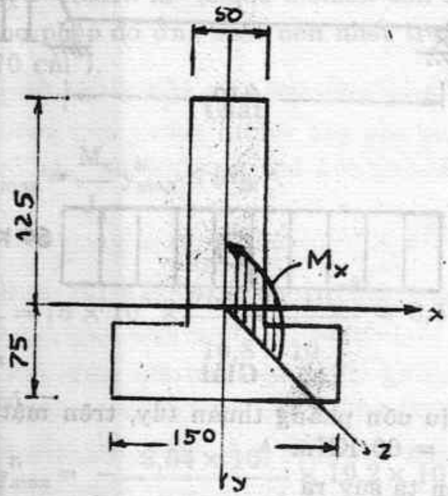
- W_x càng lớn thì điều kiện bền càng thỏa. Do đó momen chống uốn biểu thị ảnh hưởng của hình dáng và kích thước của mặt cắt ngang, đối với độ bền của dầm khi uốn.

Từ đó ta cũng có 3 dạng bài toán cơ bản:

Bài toán cơ bản 1: Kiểm tra bền

Thí dụ 1:

Trên mặt cắt ngang của dầm chữ T chịu momen uốn M_x = 7200Nm, vật liệu của dầm có $[\sigma]_k$ = 20 MN/m^2, $[\sigma]_n$ = 30 MN/m^2. Kiểm tra bền biết rằng J_x = 5312,5 cm^4



Giải

ta có: $y^k_{max} = 75\text{ mm} = 7{,}5 \times 10^{-2}\text{ m}$

$$y^n_{max} = 125\text{ mm} = 12{,}5 \times 10^{-2}\text{ m}$$

$$W^k_x = \frac{J_x}{y^k_{max}} = \frac{5312{,}5 \times 10^{-8}}{7{,}5 \times 10^{-2}} = 708{,}3 \times 10^{-6}\text{ m}^3$$

$$W^n_x = \frac{J_x}{y^n_{max}} = \frac{5312{,}5 \times 10^{-8}}{12{,}5 \times 10^{-2}} = 425\,.\,10^{-6}\text{ m}^3$$

Do đó

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W^k_x} = \frac{7200}{708{,}3 \times 10^{-6}} = 10{,}20 \times 10^6\text{ N/m}^2 = 10{,}2\text{ MN/m}^2 < [\sigma]_k$$

$$|\sigma_{min}| = \frac{M_x}{W^n_x} = \frac{7200}{425.10^{-6}} = 17 \times 10^6\text{ N/m}^2 = 17\text{ MN/m}^2 < [\sigma]_n$$

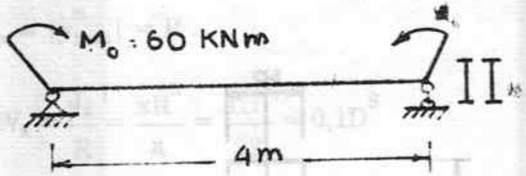
Vậy dầm đủ bền

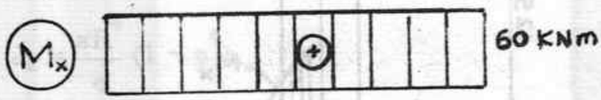
Bài toán cơ bản 2: Chọn kích thước mặt cắt ngang.

Thí dụ 2:

Cho 1 dầm chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng 2 thép chữ I, và $[\sigma] = 16\text{ KN/cm}^2$.

Hãy chọn số hiệu thép chữ I để dầm thỏa điều kiện bền.





Giải

Ta thấy dầm chịu uốn phẳng thuần túy, trên mặt cắt ngang của dầm có 1 momen uốn $M_x = 60$ KNm

Từ điều kiện bền ta suy ra

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \rightarrow W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{6000}{16} = 375\,\text{cm}^3$$

Tra bảng thép hình ta chọn 2 I 20 có $W_x = 2 \times 184 = 368\ \text{cm}^3$. Kiểm tra lại điều kiện bền ta có:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6000}{368} = 16{,}3\ \text{KN/cm}^2 > [\sigma] = 16\ \text{KN/cm}^2$$

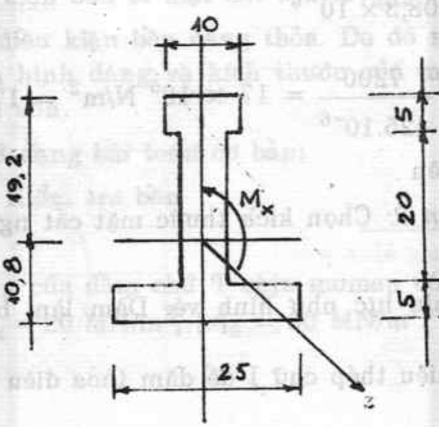
$$\frac{16{,}3-16}{16}100\% \approx 2\% < 5\%$$

Vậy dầm vẫn đủ bền → chọn 2 I 20

Bài toán cơ bản 3: Chọn tải trọng cho phép [P]

Thí dụ 3:

Một dầm bằng gang có kích thước và hình dáng mặt cắt ngang như



hình vẽ. Xác định trị số momen uốn cho phép. Cho biết ứng suất kéo cho phép của gang là $[\sigma]_k = 15MN/m^2$ (chiều momen uốn như hình vẽ). Hỏi với trị số momen uốn cho phép đó ứng suất nén nhất trong dầm là bao nhiêu? (cho biết $J_x = 25470\ cm^4$).

Giải

Từ điều kiện $\sigma_{max} = \dfrac{M_x}{J_x} y_{max}^k \le [\sigma]_k$

ta suy ra

$$[M_x] = [\sigma]_k \frac{J_x}{y_{max}^k} = 15 \times 10^6 \times \frac{25470 \times 10^{-8}}{10{,}8 \times 10^{-2}} = 3{,}54 \times 10^4\ Nm$$

Tương ứng ta có:

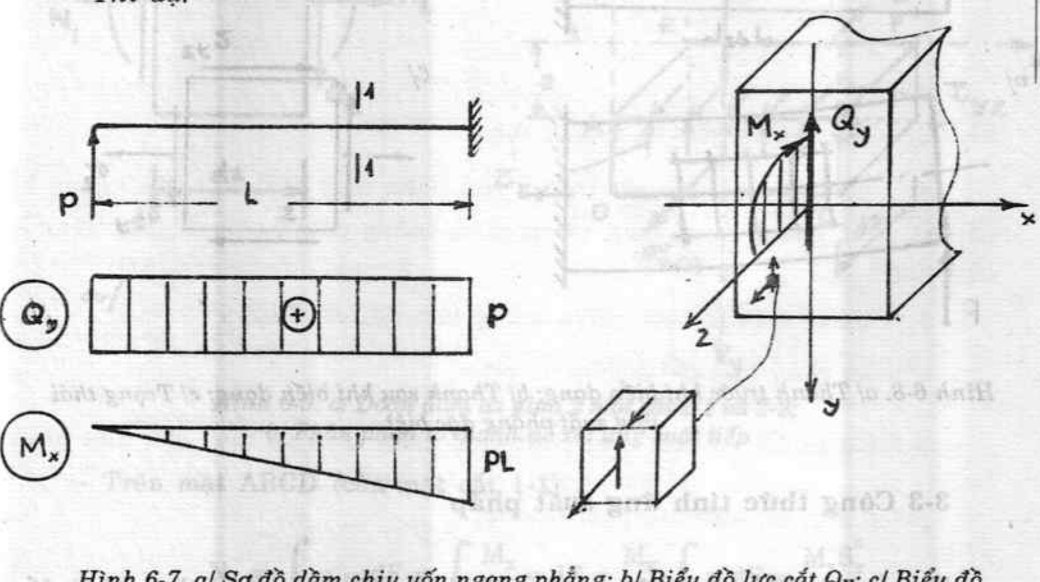
$$\sigma_{min} = -\frac{[M_x]}{J_x} y_{max}^n = -\frac{3{,}54 \times 10^4}{2{,}547 \times 10^{-4}} \times 19{,}2 \times 10^{-2} = -26\ MN/m^2$$

3- UỐN NGANG PHẲNG

3-1 Định nghĩa:

Một thanh chịu uốn ngang phẳng khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ tồn tại momen uốn M_x và lực cắt Q_y nằm trong mặt phẳng quán tính trung tâm.

Thí dụ:



Hình 6-7. a/ Sơ đồ dầm chịu uốn ngang phẳng; b/ Biểu đồ lực cắt Q_y; c/ Biểu đồ momen uốn; d/ Mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng

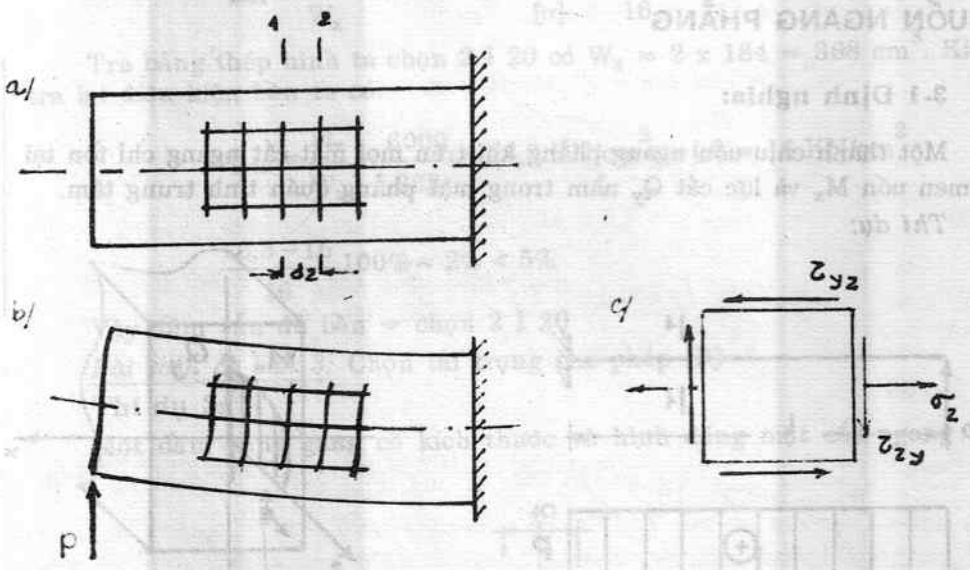
3-2 Các thành phần ứng suất

3-2-1. Thí nghiệm

Vẽ những đường song song với trục thanh và vuông góc với trục thanh (h.6-8a). Sau biến dạng các góc vuông không còn vuông nữa chứng tỏ giả thiết mặt cắt ngang không còn hoàn toàn đúng nữa (h.6-8b).

3-2-2. Trạng thái ứng suất:

Như thế khác với trường hợp uốn thuần túy là ngoài ứng suất pháp σ_z do M_x gây ra còn có thành phần ứng suất tiếp τ_{zy} do Q_y gây ra. Ngoài ra theo định luật đối ứng của ứng suất tiếp trên mặt vuông góc với mặt cắt ngang cũng có thành phần ứng suất tiếp τ_{yz} bằng và trái dấu với τ_{zy}. Vậy trạng thái ứng suất của một phân tố có cạnh song song với các trục có thể biểu diễn bằng hình (h.6-8c).



Hình 6-8. a/ Thanh trước khi biến dạng; b/ Thanh sau khi biến dạng; c/ Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt

3-3 Công thức tính ứng suất pháp

Ta vẫn có thể chấp nhận với sai số không lớn lắm công thức (6.2) để tính ứng suất pháp trong thanh chịu uốn ngang phẳng

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

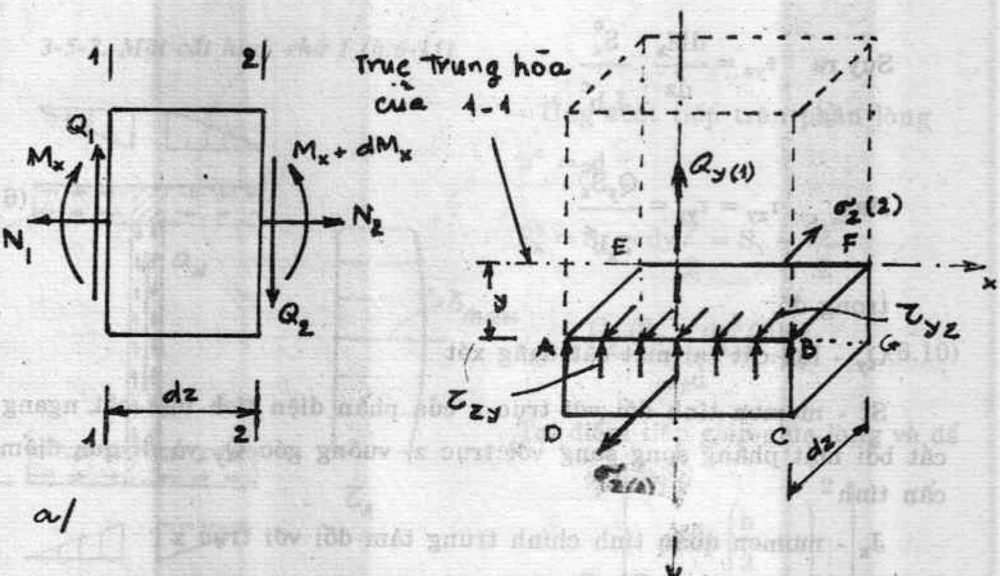
3-4 Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng

Giả thiết:

- Dầm có mặt cắt ngang là hình chữ nhật hẹp
- Thành phần ứng suất tiếp phân bố đều dọc theo bề rộng mặt cắt

Xét phần đoạn dầm giới hạn bởi 2 mặt cắt và 1-1 và 2-2 cách nhau, khoảng dz (h.6-9a). Để khảo sát ứng suất tiếp tại 1 điểm K cách đường trung hòa một khoảng y, ta dùng mặt cắt đi qua K và vuông góc với lực cắt. Xét sự cân bằng của phần dưới ABCDEFGH (h.6-9b)

Chiếu các lực lên phương Oz ta có:



Hình 6-9. a/ Đoạn dầm dz giữa 2 mặt cắt 1-1 và 2-2;
b/ Phần phân tố thanh để xét ứng suất tiếp

- Trên mặt ABCD (của mặt cắt 1-1)

$$N_1 = \int_{F_c} \sigma_{z(1)} dF = \int_{F_c} \frac{M_x}{J_x} y_1 dF = \frac{M_x}{J_x} \int_{F_c} y_1 dF = \frac{M_x S_x^c}{J_x}$$

- Trên mặt EFGH (của mặt cắt 2-2)

$$N_2 = \int_{F_c} \sigma_{z(2)} dF = \int_{F_c} \frac{M_x + dM_x}{J_x} y_1 d_z$$

$$= \frac{M_x + dM_x}{J_x} \int_{F_c} y_1 d_z = \frac{(M_x + dM_x) S_x^c}{J_c}$$

- Trên mặt ABEF (mặt cắt song song với trục thanh và vuông góc với lực cắt Q_y).

$$T = \tau_{yz} \times b^c \times dz$$

$$\sum Z = 0 \rightarrow N_1 - N_2 + T =$$

$$= \frac{M_x}{J_x} S_x^c - \frac{M_x + dM_x}{J_x} S_x^c + \tau_{yz} b^c dz = 0$$

Suy ra $\quad \tau_{yz} = \dfrac{dM_x}{dz} \cdot \dfrac{S_x^c}{J_x b^c}$

Hay $\quad \tau_{zy} = \tau_{yz} = \dfrac{Q_y S_x^c}{J_x b^c} \qquad (6.7)$

trong đó:

Q_y - lực cắt tại mặt cắt đang xét

S_x^c - momen tĩnh đối với trục x của phần diện tích mặt cắt ngang bị cắt bởi mặt phẳng song song với trục z, vuông góc Q_y và đi qua điểm K cần tính

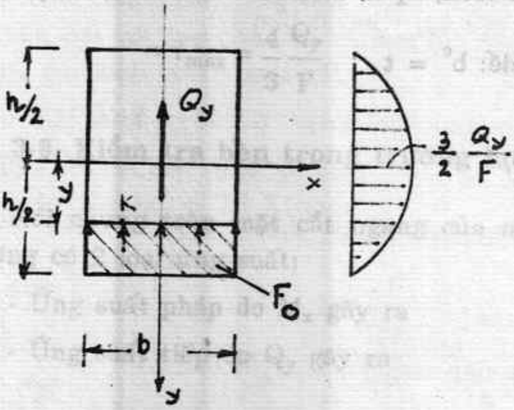
J_x - momen quán tính chính trung tâm đối với trục x

b^c - bề rộng mặt cắt ngang bị cắt

3-5 Sự phân bố của ứng suất tiếp trên một số mặt cắt đơn giản

3-5-1. Mặt cắt hình chữ nhật (h.6-10)

$$S_x^c = \frac{1}{2} b \left(\frac{h}{2} - y\right) \left(\frac{h}{2} + y\right) = \frac{1}{2} b \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$



Hình 6-10

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$b^c = b$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{2J_x}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \quad (6.8)$$

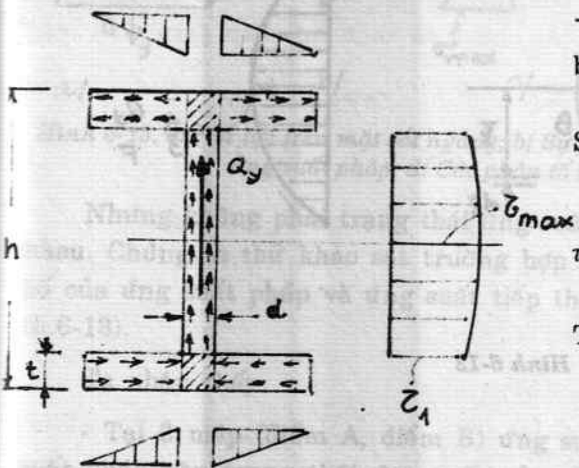
Ta nhận thấy:

- Quy luật phân bố của ứng suất dọc theo chiều cao là một parabol bậc 2.

- Tại điểm trên đường trung hòa, ứng suất tiếp cực đại và có trị số

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} \quad (6.9)$$

3-5-2. Mặt cắt hình chữ I (h.6-11)



Hình 6-11. Sự phân bố của ứng suất tiếp trên mặt cắt chữ I

- Ứng suất tiếp trên phần lòng

$b^c = d$

$$S_x^c = S_x - dy\,\frac{y}{2} = S_x - \frac{dy^2}{2}$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y\,(S_x - dy^2/2)}{J_x d} \quad (6.10)$$

Tại điểm tiếp giáp giữa lòng và đế

$$\tau_1 = \frac{Q_y\left[S_x - \frac{d\left(\frac{h}{2} - t\right)^2}{2}\right]}{J_x d} \quad (6.11)$$

Trị số ứng suất tiếp cực đại tại trục trung hòa

$$y = 0 \rightarrow \tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{J_x d} \quad (6.12)$$

Lưu ý: Trong các công thức trên, S_x là momen tĩnh của 1/2 mặt cắt I đối với trục x.

- Ứng suất tiếp trên phần đế: $b^c = t$

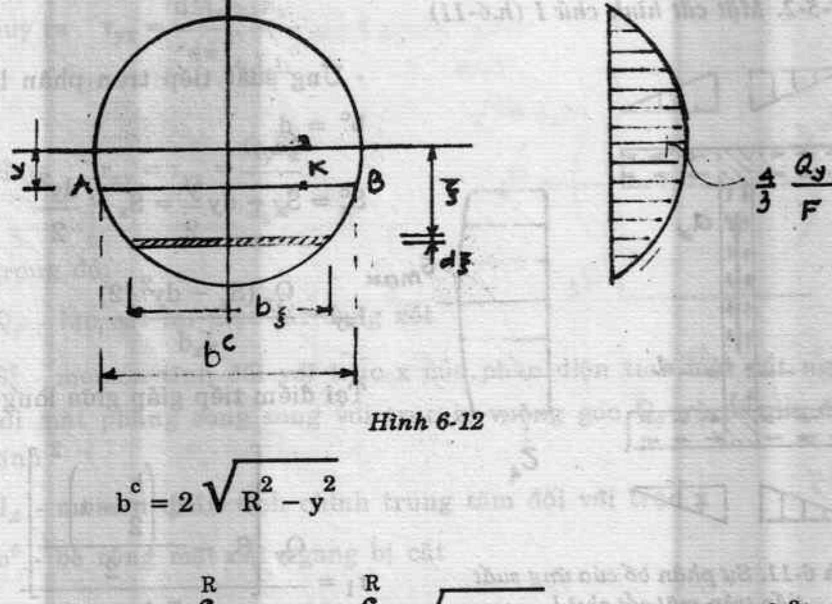
$$S_x^c = t\left(\frac{b}{2} - x\right)\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

Do đó

$$\tau_{zx} = \frac{Q_y\left(\frac{b}{2} - x\right)\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)}{J_x}$$

$$= \frac{Q_y\left(\frac{b}{2} - x\right)(h - t)}{2J_x} \qquad (6.13)$$

3-5-3. Mặt cắt hình tròn



Hình 6-12

$$b^c = 2\sqrt{R^2 - y^2}$$

$$S_x^c = \int_y^R \zeta b(\zeta)d\zeta = \int_y^R 2\sqrt{R^2 - y^2}\,\zeta d\zeta = \frac{2}{3}(R^2 - y^2)^{3/2}$$

Do đó

$$\tau_{zy} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F}\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right) \qquad (6.14)$$

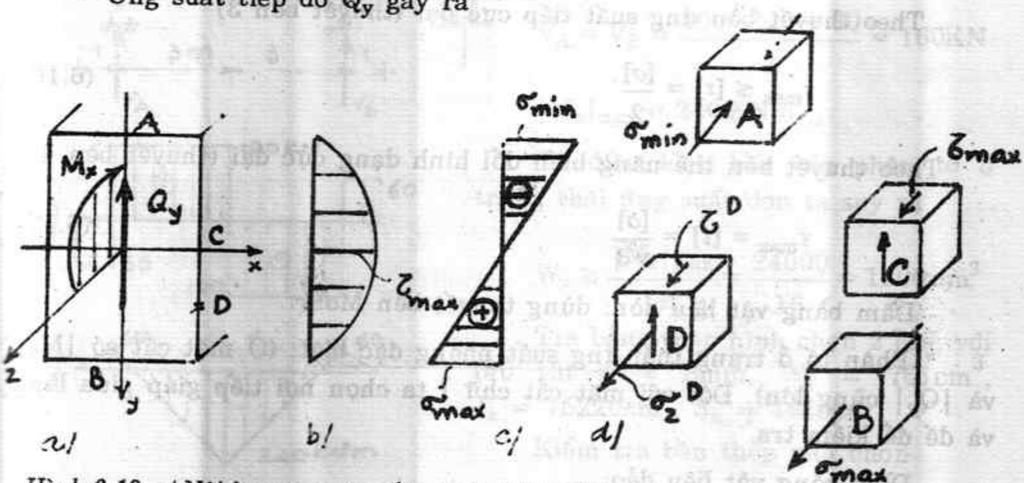
Tại trục trung hòa y = 0

$$\rightarrow \tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F} \quad (6.14a)$$

3-6. Kiểm tra bền trong trường hợp uốn ngang phẳng

Nói chung trên mặt cắt ngang của một dầm chịu uốn ngang phẳng thường có 2 loại ứng suất:

- Ứng suất pháp do M_x gây ra
- Ứng suất tiếp do Q_y gây ra



Hình 6-13. a/ Nội lực trên mặt cắt ngang; b/ Sự phân bố ứng suất tiếp; c/ Sự phân bố ứng suất pháp; d/ Các phân tố trạng thái ứng suất

Nhưng không phải trạng thái ứng suất tại mọi điểm trên mặt cắt như nhau. Chúng ta thử khảo sát trường hợp tiết diện chữ nhật hẹp; sự phân bố của ứng suất pháp và ứng suất tiếp theo chiều cao được biểu diễn như (h.6-13).

Ta nhận thấy:

- Tại 2 mép (điểm A, điểm B) ứng suất tiếp bằng không, chỉ có ứng suất pháp nên trạng thái ứng suất của phân tố tại A và B là trạng thái ứng suất đơn (h.6-13d).

- Tại trục trung hòa (điểm C), ứng suất pháp $\sigma_z = 0$ chỉ có ứng suất tiếp nên trạng thái ứng suất là trượt thuần túy.

- Tại các điểm khác ta có 2 thành phần ứng suất nên trạng thái ứng suất là phẳng đặc biệt. Do đó nói chung khi kiểm tra bền ta phải kiểm tra 3 loại phân tố trên và áp dụng các thuyết bền tương ứng.

* Phân tố ở trạng thái ứng suất đơn: (Chọn tại mặt cắt có $|M|_{max}$ dùng thuyết bền ứng suất pháp cực đại (thuyết bền I)).

- Vật liệu dẻo: $\max|\sigma| \le [\sigma]$

- Vật liệu dòn: $\sigma_{max} \le [\sigma]_k$

$$|\sigma_{min}| \le [\sigma]_n \tag{6.15}$$

* Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy: (Ở mặt cắt có $|Q_y|_{max}$)

- Dầm bằng vật liệu dẻo:

. Theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại (thuyết bền 3)

$$\tau_{max} \le [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} \tag{6.16}$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng cực đại (thuyết bền 4)

$$\tau_{max} = [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \tag{6.17}$$

- Dầm bằng vật liệu dòn: dùng thuyết bền Mohr

* Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt: (Ở mặt cắt có $|M_x|$ và $|Q_y|$ cùng lớn). Đối với mặt cắt chữ I ta chọn nơi tiếp giáp giữa lòng và đế để kiểm tra.

- Dầm bằng vật liệu dẻo:

. Theo thuyết bền 3

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} \le [\sigma]$$

. Theo thuyến bền 4:

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{zy}^2} \le [\sigma] \tag{6.18}$$

- Dầm bằng vật liệu dòn: Dùng thuyết bền Mohr.

3-7 Ba bài toán cơ bản

+ Bài toán cơ bản 1. Kiểm tra bền đã nói ở trên

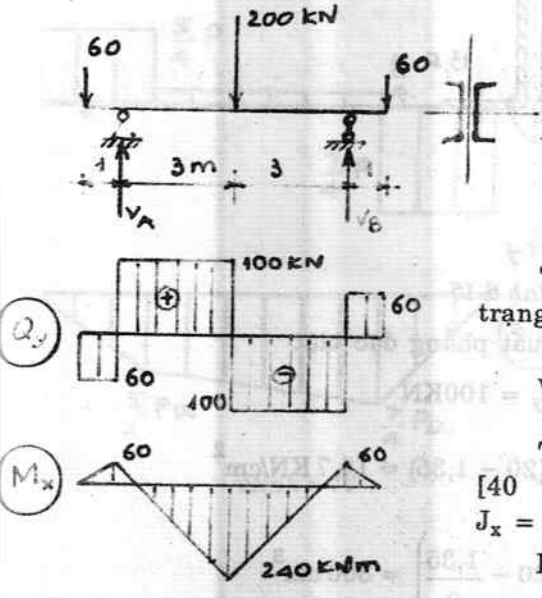
+ Bài toán cơ bản 2. Chọn kích thước mặt cắt ngang

- Dựa vào phân tố chịu trạng thái ứng suất đơn để sơ bộ chọn kích thước tiết kiệm dầm.

- Tiến hành kiểm tra bền ở các phân tố khác như đã nói. Nếu điều kiện bền đối với các phân tố chịu trạng thái ứng suất khác không đạt thì ta thay đổi kích thước mặt cắt.

+ Bài toán cơ bản 3. Định tải trọng cho phép

Thí dụ 4: Xác định số hiệu mặt cắt ngang theo yêu cầu độ bền, nếu $[\sigma] = 160\ N/mm^2 = 16\ KN/cm^2$.



Hình 6-14

Giải

Do tính chất đối xứng nên:

$$V_A = V_B = \frac{60 + 200 + 60}{2} = 160KN$$

$$|M_x|_{max} = 240\ KNm$$

Từ điều kiện bền của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn ta suy ra

$$W_x \geq \frac{|M_x|_{max}}{[\sigma]} = \frac{24000}{16} = 1500\ cm^3$$

Tra bảng thép hình chọn 2 [40, với [40 thì $d = 8mm$, $W_x = 761cm^3$, $J_x = 15220cm^4$, $S_x = 444cm^3$

Kiểm tra bền thép mới chọn

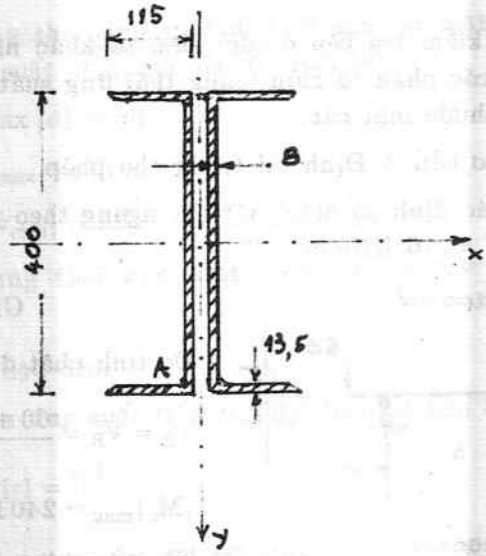
+ Phân tố ở trạng thái ứng suất đơn: đương nhiên thỏa

+ Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy: tại mặt cắt có $|Q_y|_{max} = 100KN$

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x \times b^c} \quad \begin{cases} S_x^c = S_x = 444\ cm^3 \\ J_x = 15220\ cm^4 \\ b^c = d = 8mm = 0{,}8cm \\ Q_y = 50KN\ (\text{mỗi thép chịu } \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$= \frac{50 \times 444}{15220 \times 0{,}8} = 1{,}82\ KN/cm^2$$

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = \frac{16}{2} = 8KN/cm^2 \rightarrow \tau_{max} \leq \frac{[\sigma]}{2} \text{ thỏa}$$



Hình 6-15

+ Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt

$$|M_x| = 240 \text{ KNm}, \ Q_y = 100\text{KN}$$

$$|\sigma_z^A| = \frac{24000}{2 \times 15220} \times (20 - 1{,}35) = 14{,}7\,\text{KN/cm}^2$$

$$S_x^c = 11{,}5 \times 1{,}35 \times \left(20 - \frac{1{,}35}{2}\right) = 300\,\text{cm}^3$$

$$|\tau_A| = \frac{100/2 \times 300}{15220 \times 0{,}8} = 1{,}23 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{14{,}7^2 + 4.1{,}23^2} = 14{,}75 \text{ KN/cm}^2$$

Vậy phân tố thỏa điều kiện bền: → chọn 2 [40

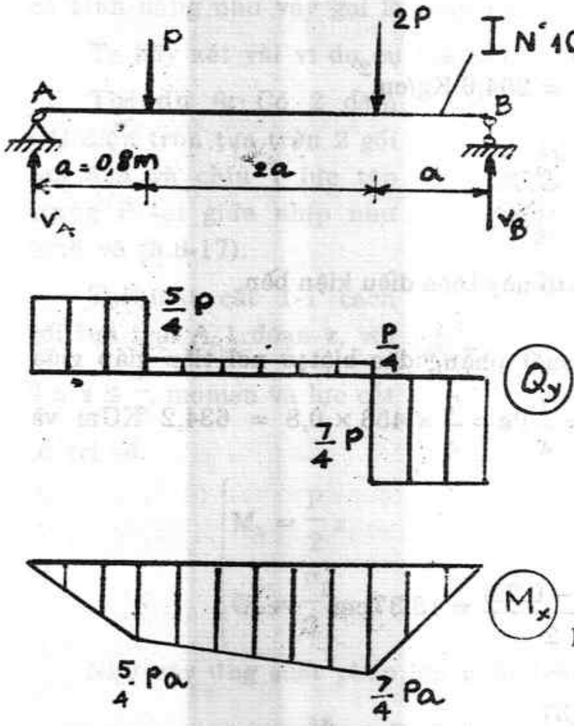
Thí dụ 5: Xác định tải trọng cho phép [P] cho biết $[\sigma] = 1600 \text{ KG/cm}^2$

Giải

$$\left[\sum M/B = 0\right] \rightarrow V_A \times 4a - P \times 3a - 2P \times a \approx 0$$

$$\rightarrow V_A = \frac{5}{4}P$$

$$V_B = 3P - \frac{5}{4}P = \frac{7}{4}P$$



Hình 6-16

Biểu đồ nội lực Q_y và M_x như hình vẽ.

Mặt cắt nguy hiểm:

$$M_x = \frac{7}{4}Pa$$

$$Q_y = \frac{7}{4}P$$

Mặt cắt chữ I có:

$h = 10cm$, $J_x = 198\ cm^4$,

$W_x = 39{,}7\ cm^3$, $S_x = 23\ cm^3$

$d = 0{,}45\ cm$, $t = 0{,}72\ cm$

$b = 5{,}5\ cm$

Từ điều kiện bền ứng suất pháp cực đại ta có

$$\frac{7Pa}{4W_x} \le [\sigma] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [P] \le \frac{4}{7} \cdot \frac{[\sigma]\,W_x}{a} =$$

$$= \frac{4}{7} \times \frac{1600 \times 39{,}7}{80} = 453{,}7\ KG$$

Ta chọn [P] = 453 KG

Với P đã chọn ta kiểm tra bền lại các phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy và trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt.

- Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy: ở trục trung hòa của mặt cắt có $|Q_y| = \frac{7}{4}P = \frac{7}{4} \times 453\,KG$

$$S_x^c = S_x = 23\,cm^2$$

$$b^c = d = 0{,}45\ cm$$

$$J_x = 198\ cm^4$$

Suy ra

$$\tau_{max} = \frac{\frac{7}{4} \times 453 \times 23}{198 \times 0,45} = 204,6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{[\sigma]}{2} = 800 \text{ KG/cm}^2$$

$\tau_{max} < \frac{[\sigma]}{2}$ nên phân tố này thỏa điều kiện bền

- Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt: ở nơi tiếp giáp giữa lòng và đế tại mặt cắt có $M_x = \frac{7}{4}Pa = \frac{7}{4} \times 453 \times 0,8 = 634,2$ KGm và $Q_y = \frac{7}{4}P = 792,75$ KG

$$S_x^c = 5,5 \times 0,72 \frac{(10 - 0,72)}{2} = 18,37 \text{cm}^3$$

$$\tau_{zy} = \frac{\frac{7}{4} \times 453 \times 18,37}{198 \times 0,45} = 163,4 \text{ KG/cm}^2$$

$$\sigma_z = \frac{63420}{198} \times \left(\frac{10}{2} - 0,72\right) = 1370,89 \text{ KG/cm}^2$$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại

$$\sigma_{tđ} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} = \sqrt{1370,89^2 + 4 \,.\, 163,4^2} = 1409,30 \text{ KG/cm}^2$$

$\sigma_đ < [\sigma] = 1600$ KG/cm^2

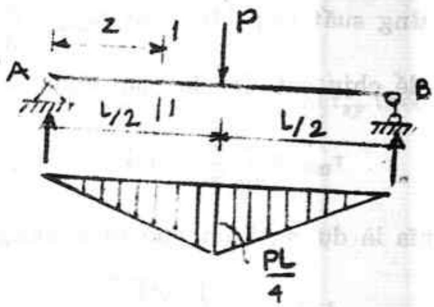
Vậy tải trọng [P] = 453 KG

3-8. Dầm chống uốn đều

Thông thường đối với dầm có mặt cắt ngang không đổi ta chọn, kích thước của dầm theo mặt cắt có momen uốn lớn nhất. Với cách chọn như thế ta chưa tận dụng hết khả năng làm việc của vật liệu, vì khi ứng suất tại những điểm nguy hiểm trên mặt cắt có momen uốn lớn nhất đạt tới trị số ứng suất cho phép thì ứng suất tại các mặt cắt khác còn nhỏ hơn rất nhiều so với ứng suất cho phép. Vì vậy để tiết kiệm được vật liệu ta phải tìm hình dáng hợp lý của dầm sao cho ứng suất tại những điểm nguy hiểm trên mọi mặt cắt ngang đều cùng đạt đến giá trị ứng suất cho phép. Dầm có hình dáng như vậy gọi là *Dầm chống uốn đều.*

Ta hãy xét vài ví dụ cụ thể sau:

Thí dụ 6: Có 2 dầm tiết diện tròn tựa trên 2 gối tựa đơn và chịu 1 lực tập trung P tại giữa nhịp như hình vẽ (h.6-17).



Hình 6-17

Tại mặt cắt 1-1 cách gối tựa trái A 1 đoạn z, với $0 \le z \le \frac{1}{2}$, momen và lực cắt có trị số.

$$\begin{cases} M_x = \frac{P}{2} z \\ Q_y = \frac{P}{2} \end{cases}$$

Như vậy ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt này được tính là

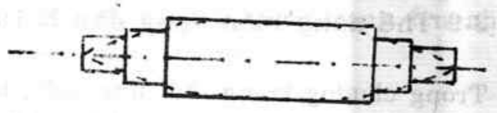
$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{P \cdot z}{0{,}1d^3}$$

Với điều kiện ứng suất cực đại trên mọi cắt cùng đạt trị số ứng suất cho phép $[\sigma]$, ta tìm được luật biến thiên của đường kính d theo biến số z như sau:

$$d = \sqrt[3]{\frac{P \cdot z}{0{,}1[\sigma]}} \qquad \text{(a)}$$

Như vậy hình dáng của thanh phải có dạng đường nét đứt như trên hình vẽ (H.6-18).

Ta thấy tại hai đầu mút, mặt cắt có diện tích bằng không, điều đó hoàn toàn phù hợp với điều kiện biến thiên của momen uốn, vì tại đó momen uốn bằng không. Song như vậy không thỏa mãn điều kiện bền của lực cắt Q_y. Thật vậy trên



Hình 6-18

mọi mặt cắt của dầm ta đều có một trị số lực cắt $Q_y = \frac{P}{2}$ và lực cắt đó sinh ra ứng suất tiếp lớn nhất $\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F}$. Vì thế diện tích mặt cắt cần phải đủ để chịu cắt. Do đó phải chọn đường kính với điều kiện:

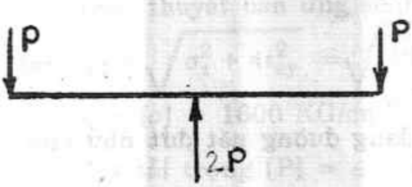
$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F} \leq [\tau]$$

Nghĩa là đường kính nhỏ nhất cũng phải là:

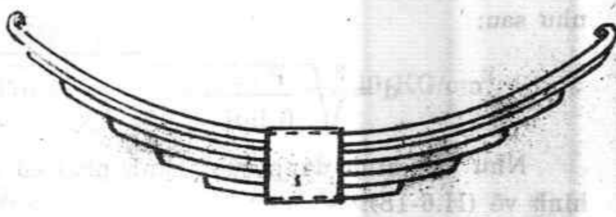
$$d = d_1 = \sqrt{\frac{16Q_y}{3\pi\,[\tau]}} \qquad \text{(b)}$$

Vì điều kiện chế tạo, rất khó gia công để thanh có thể có hình dáng của đường cong biểu diễn trong (a) nên trong thực tế người ta thường làm các trục bậc như trên H.6-18.

Thí dụ 7: Các lò xo có sơ đồ chịu lực như hình H.6-19, thường được ghép bởi các lá thép như hình H.6-20. Các lá thép được ghép theo hình dáng của dầm chống uốn đều, hình dáng đó làm lò xo có trọng lượng nhỏ và chuyển vị lớn. Loại lò xo này thường dùng díp của các trục bánh xe.



Hình 6-19



Hình 6-20

3-9 Thế năng biến dạng đàn hồi trong uốn ngang phẳng

Trong chương trạng thái ứng suất, ta đã có công thức tính thế năng biến dạng đàn hồi riêng của 1 phân tố là:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\,(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]$$

Trong trường hợp dầm bị uốn ngang phẳng, trạng thái ứng suất của phân tố là phẳng nên công thức trên có dạng:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3\right] \qquad \text{(a)}$$

Trong đó σ_1 và σ_3 là các ứng suất chính được suy từ σ_z và τ_{zy} theo công thức:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2}$$

Thay vào (a) ta được

$$u = \frac{1}{2E}\left\{2\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2\right] - 2\mu\left[\left[\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 - \tau_{zy}^2\right]\right]\right\}$$

Rút gọn ta được:

$$u = \frac{\sigma_z^2}{2E} + \frac{\tau_{zy}^2}{2} \cdot \frac{2(1+\mu)}{E} \qquad \text{(b)}$$

Nếu để ý đến hệ thức liên hệ giữa E, μ và G.

$$\frac{2(1+\mu)}{E} = \frac{1}{G}$$

thì (b) có thể viết lại dưới dạng:

$$u = \frac{\sigma_z^2}{2E} + \frac{\tau_{zy}^2}{2G} \qquad \text{(c)}$$

Công thức (c) cho ta thế năng biến dạng đàn hồi riêng trong dầm chịu uốn ngang phẳng. Thay biểu thức của σ_z và τ_{zy} ta được

$$u = \frac{M_x^2}{2EJ_x^2}y^2 + \frac{Q_y^2\left(S_x^c\right)^2}{2GJ_x^2\left(b^c\right)^2} \qquad \text{(d)}$$

Thế năng biến dạng đàn hồi trong một đoạn thanh dz là:

$$dU = \int_F u dz \, . \, dF \tag{e}$$

Thay trị số của u vào và chú ý dz là hằng số đối với biểu thức tích phân ta có:

$$dU = dz \int_F \left(\frac{M_x^2}{2EJ_x^2} y^2 + \frac{Q_y^2 \, . \, (S_x^c)^2}{2GJ_x^2 (b^c)^2} \right) dF \tag{f}$$

Với $\int_F y^2 dF = J_x$ và nếu ta ký hiệu:

$$\frac{F}{J_x^2} \int \frac{(S_x^c)^2}{(b^c)^2} dF = \eta \tag{g}$$

ta được: $dU = \frac{M_x^2 \, dz}{2EJ_x} + \eta \frac{Q_y^2 \, dz}{2GF}$

Vậy thế năng biến dạng đàn hồi trong cả thanh với chiều dài l là:

$$U = \int_o^l \frac{M_x^2 \, dz}{2EJ_x} + \int_o^l \eta \frac{Q_y^2 \, dz}{2GF} \tag{6.19}$$

Với thanh có độ cứng thay đổi từng đoạn hay luật biến thiên của M_x và Q_y thay đổi từng đoạn, công thức (6.19) có thể được viết dưới dạng

$$U = \sum_{i=1}^{n} \int_{l_i} \frac{M_x^2}{2EJ_x} dz + \sum_{i=1}^{n} \int_{li} \eta \frac{Q_y^2}{2GF} dz \tag{6.19a}$$

trong đó:

l_i là chiều dài mỗi đoạn

n là số đoạn

η là hệ số điều chỉnh sự phân bố không đều của ứng suất tiếp.

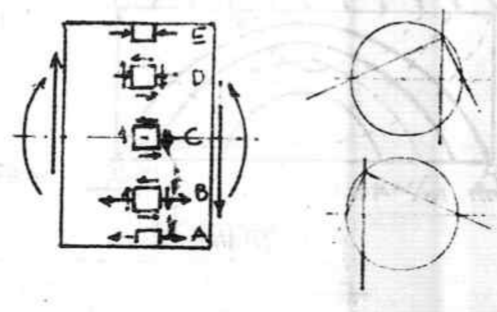
Bằng cách áp dụng công thức (g) ở trên, người ta đã tính được hệ số η đối với các loại tiết diện thường dùng

- Tiết diện chữ nhật: $\eta = 1{,}2$
- Tiết diện hình tròn: $\eta = \frac{10}{9}$

- Tiết diện chữ I: $\eta \approx \dfrac{F}{F_{lòng}}$; trong đó F là diện tích toàn bộ mặt cắt, $F_{lòng}$ là diện tích trong lòng chữ I.

3-10. Quỹ đạo ứng suất chính trong dầm chịu uốn.

Nói chung một phân tố bất kỳ trong lòng của thanh chịu uốn ngang phẳng đều ở trạng thái ứng suất phẳng như ta đã phân tích (hình 6-8c). Ở đây ta hãy xác định phương các ứng suất chính của các phân tố khác nhau trên một mặt cắt ngang 1-1 nào đó của dầm chịu uốn ngang phẳng. (Hình 6-21a).



a *b*

Hình 6-21

Đối với các phân tố ở A và E là các phân tố ở trạng thái ứng suất đơn nên phương chính của chúng là các phương song song và vuông góc với trục hoành.

Phân tố ở C là phân tố ở trạng thái trượt thuần túy, vì C nằm trên đường trung hòa, sẽ có phương chính nghiêng với trục thanh một góc 45° và 135°.

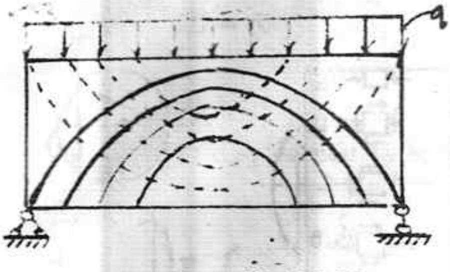
Đối với các phân tố ở B và D các phương chính tùy thuộc vào trị số các ứng suất. Để xác định phương chính của các phân tố đó ta vẽ các vòng tròn Mohr ứng suất (hình 6-21b).

Bằng phương pháp tương tự, ta có thể xác định được phương của ứng suất chính ở nhiều điểm trên dầm. Ta vẽ các đường cong có tiếp tuyến là phương của ứng suất chính và gọi các đường đó là *quỹ đạo ứng suất chính của dầm chịu uốn*. Các quỹ đạo này hợp thành hai họ đường cong vuông góc nhau, một họ là quỹ đạo ứng suất kéo và một họ là quỹ đạo ứng suất nén.

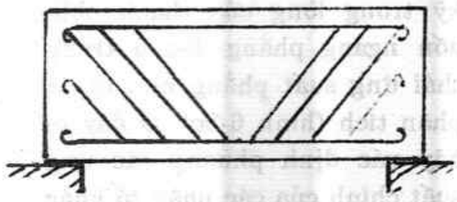
Trên hình 6-22 biểu diễn các quỹ đạo ứng suất chính của dầm đơn giản chịu tải phân bố đều, đường nét đứt là quỹ đạo ứng suất kéo, đường nét liền là quỹ đạo ứng suất nén.

Người ta thường dùng các phương pháp thực nghiệm để xác định quỹ đạo ứng suất chính như phương pháp quang đàn hồi, phương pháp dùng sơn dòn.

Sở dĩ ta cần biết quỹ đạo ứng suất chính trong dầm vì nó cho phép ta biết cách sắp xếp vật liệu đúng chỗ làm tăng khả năng chịu lực của dầm. Thí dụ bêtông là vật liệu chịu nén tốt, chịu kéo kém. Để tăng khả năng chịu uốn của dầm làm bằng bêtông thì ta đặt cốt thép vào dầm theo phương quỹ đạo ứng suất chính chịu kéo như trên hình vẽ. (hình 6-23).



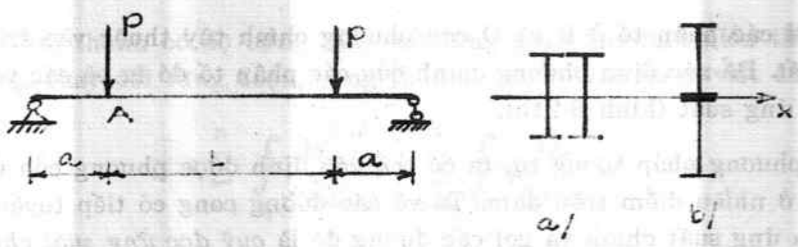
Hình 6-22



Hình 6-23

BÀI TẬP CHƯƠNG VI

1. Cho dầm chịu lực như hình vẽ. Biết P = 160 KN, a = 0,35cm, l = 4m và $[\sigma]$ = 16 KN/cm^2. Kiểm tra bền của đoạn dầm AB trong 2 trường hợp.

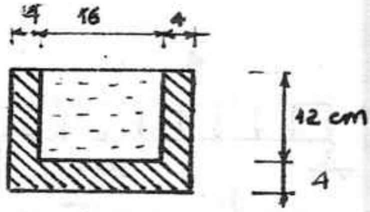


Hình 6-1

a) Hai dầm chữ I số hiệu 18 đặt song song với nhau.

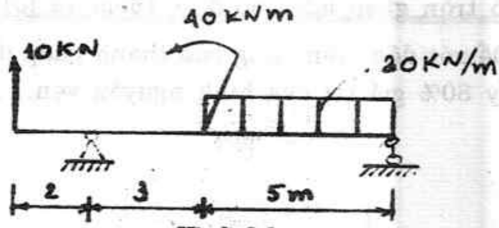
b) Hai dầm chữ I số hiệu 18 đặt chồng lên nhau và hàn liền.

2. Một máng nước có mặt cắt ngang như hình vẽ. Máng đặt lên hai cột cách nhau 6m. Vật liệu làm máng có trọng lượng riêng γ = 18 KN/m^3. Hỏi khi chứa đầy nước thì ứng suất pháp và ứng suất tiếp cực đại là bao nhiêu?



Hình 6-2

3. Dầm thép, mặt cắt ngang chữ I, chịu tải như hình vẽ. Chọn số hiệu của mặt cắt. Kiểm tra bền dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.

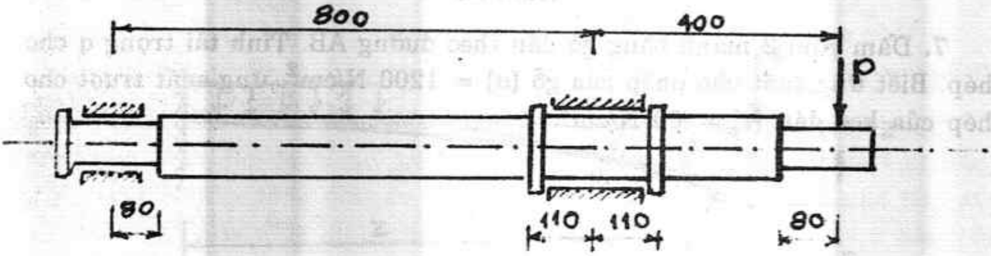


Hình 6-3

Biết

$[\sigma] = 16\ KN/cm^2$

4. Xác định đường kính của 5 đoạn trục theo điều kiện bền ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Trục chịu lực như hình vẽ. Biết P = 20KN và thép làm trục có $\sigma_o = 320\ N/mm^2$, hệ số an toàn n = 3 và $[\tau] = [\sigma]/\sqrt{3}$



Hình 6-4

5. Định kích thước a của mắt cắt ngang dầm trong 2 trường hợp.

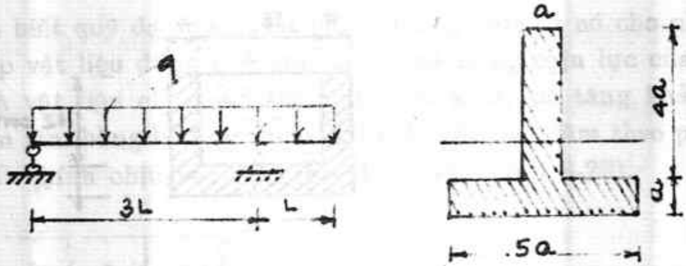
1- Vật liệu làm dầm có

$[\sigma]_k = [\sigma]_n = 17{,}5\ KN/cm^2$

2- Vật liệu làm dầm có

$[\sigma]_k = 3\ KN/cm^2$, $[\sigma]_n = 9\ KN/cm^2$

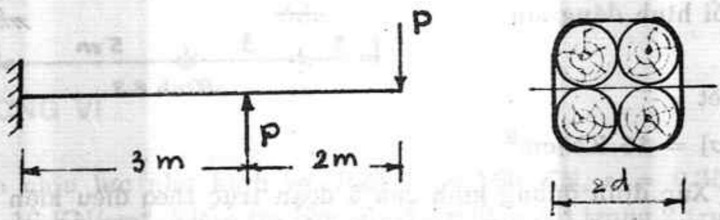
Biết q = 100 N/cm, L = 1m



Hình 6-5

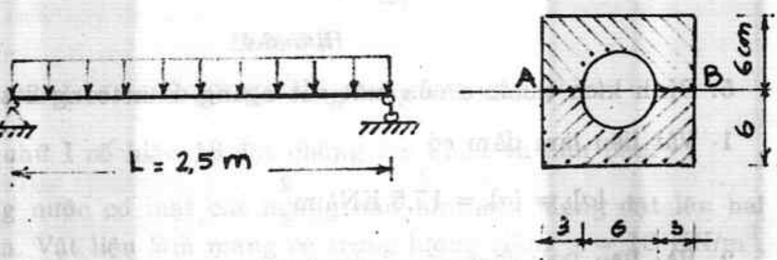
6. Xác định tải trọng lớn nhất có thể tác dụng lên công xon gồm 4 cây gỗ tròn ghép lại. Cho d = 16cm và $[\sigma]$ = 1000 N/cm^2

Để xét đến biến dạng của thanh ghép dầm, khi tính mômen chống uốn chỉ lấy 80% giá trị của hình nguyên vẹn.



Hình 6-6

7. Dầm gồm 2 mảnh bằng gỗ dán theo đường AB. Tính tải trọng q cho phép. Biết ứng suất cho phép của gỗ $[\sigma]$ = 1200 N/cm^2, ứng suất trượt cho phép của keo dán $[\tau]$ = 60 N/cm^2.



Hình 6-7

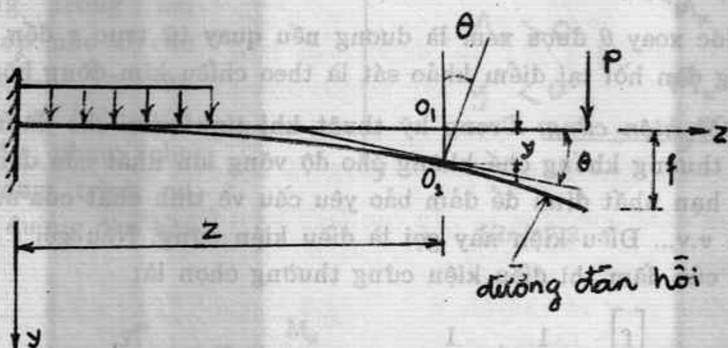
CHƯƠNG VII

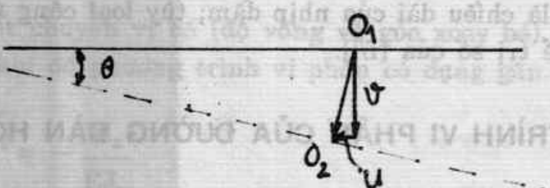
CHUYỂN VỊ CỦA DẦM CHỊU UỐN

1- KHÁI NIỆM CHUNG

Dưới tác dụng của tải trọng ngang đặt trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm, ta có uốn phẳng và trục dầm bị uốn cong. Đường cong của trục dầm sau khi bị uốn được gọi là *đường đàn hồi* (h.7.1a).

Gọi O_1 là 1 điểm nào đó trên trục dầm và O_2 là vị trí của nó sau khi dầm bị biến dạng. Khoảng cách $O_1 O_2$ được gọi là *chuyển vị dài* của O_1.





Hình 7-1

Ta có thể phân chuyển vị O_1O_2 thành hai thành phần u và v theo phương của trục z và trục y (hình 7-1b). Trong điều kiện biến dạng của dầm là bé, thì thành phần chuyển vị u, là 1 số vô cùng bé bậc hai so với v, do đó ta có thể bỏ qua chuyển vị u và xem O_1O_2 là bằng v nghĩa là vị trí O_1 sau khi biến dạng thì nằm trên đường vuông góc với trục thanh. Chuyển vị v được gọi là độ võng tại O_1 của dầm và nó là 1 hàm theo hoành độ z của mặt cắt ngang. Như thế phương trình đường đàn hồi (phương trình của trục dầm sau khi bị uốn cong) có thể biểu diễn:

$$y(z) \approx v(z) \tag{a}$$

Trong quá trình biến dạng các mặt cắt ngang vẫn phẳng và xoay quanh vị trí ban đầu một góc θ gọi là chuyển vị góc của mặt cắt hay góc xoay (h.7-1a-b). Bởi vì độ võng khá bé so với nhịp dầm nên góc xoay cũng nhỏ, suy ra:

$$\tan\theta \approx \theta \approx \frac{dy}{dz} = y'(z) \tag{b}$$

Vậy "đạo hàm của đường đàn hồi là góc xoay của mặt cắt khi dầm bị biến dạng".

Quy ước dương của chuyển vị.

+ Độ võng y được xem là dương nếu hướng xuống.

+ Góc xoay θ được xem là dương nếu quay từ trục z đến tiếp tuyến với đường đàn hồi tại điểm khảo sát là theo chiều kim đồng hồ.

* *Điều kiện cứng:* Trong kỹ thuật khi tính toán cho dầm chịu uốn, người ta thường khống chế không cho độ võng lớn nhất của dầm vượt qua một giới hạn nhất định để đảm bảo yêu cầu về tính chất của sự làm việc, mỹ quan v.v... Điều kiện này gọi là điều kiện cứng. Nếu gọi f là độ võng lớn nhất của dầm thì điều kiện cứng thường chọn là:

$$\left[\frac{f}{l}\right] = \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} \tag{c}$$

trong đó l là chiều dài của nhịp dầm; tùy loại công trình mà người ta quy định cụ thể trị số của [f/l].

2- PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA ĐƯỜNG ĐÀN HỒI

Trong chương 6 (theo (6.1)) ta đã thiết lập liên hệ giữa độ cong của trục dầm sau khi biến dạng và mômen uốn là:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad \text{(a)}$$

Mặt khác theo hình học giải tích ta biết độ cong của hàm y(z) được tính bởi:

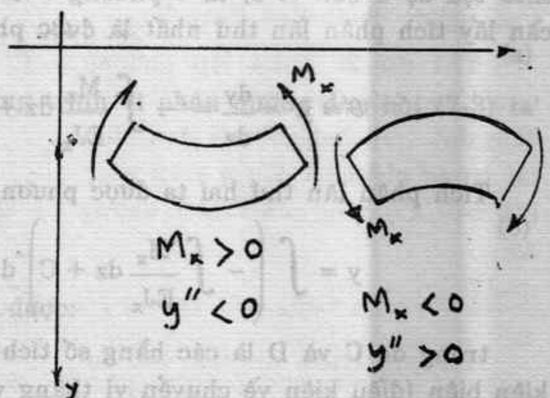
$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\dfrac{d^2y}{dz^2}}{\left[1 + \left(\dfrac{dy}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} = \pm \frac{y''}{\left[1 + y'^2\right]^{3/2}} \qquad \text{(b)}$$

Từ (a) và (b) ta suy ra:

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = \pm \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (7.1)$$

Đây là phương trình vi phân tổng quát của đường đàn hồi.

Mặt khác, ta hãy khảo sát 1 đoạn dầm bị uốn cong trong hai trường hợp như ở các hình vẽ (h.7-2). Ta nhận thấy M_x và y'' luôn luôn ngược dấu nhau, cho nên phương trình vi phân của đường đàn hồi có dạng:



Hình 7-2

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = - \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (7.2)$$

Với giả thiết chuyển vị bé (**độ võng và góc xoay bé**) ta có thể bỏ qua y'^2 so với 1 và khi đó phương trình vi phân có dạng gần đúng như sau:

$$y'' = - \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (7.3)$$

trong đó tích số EJ_x là độ cứng của dầm khi uốn.

Nếu kể đến liên hệ vi phân giữa momen uốn và lực phân bố (xem công thức 1-5c).

$$\frac{d^2M_x}{dz^2} = q(z)$$

ta có thể viết phương trình vi phân của đường đàn hồi (7.3) dưới dạng sau:

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EJ_x\frac{d^2y}{dz^2}\right] = -q(z) \tag{7.4}$$

3- THIẾT LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ĐÀN HỒI BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KHÔNG ĐỊNH HẠN

Ta nhận thấy vế hai của phương trình vi phân (7.3) chỉ là một hàm theo tọa độ z nên (7-3) là 1 phương trình vi phân thường. Do vậy ta chỉ cần lấy tích phân lần thứ nhất là được phương trình góc xoay:

$$\theta \approx y' = \frac{dy}{dz} = -\int \frac{M_x}{EJ_x}dz + C \tag{7.5}$$

Tích phân lần thứ hai ta được phương trình đường đàn hồi:

$$y = \int\left(-\int \frac{M_x}{EJ_x}dz + C\right)dz + D \tag{7.6}$$

trong đó C và D là các hằng số tích phân sẽ được xác định các điều kiện biên (điều kiện về chuyển vị thẳng và xoay tại các đầu đoạn dầm).

Đối với dầm đơn giản ta gặp các điều kiện biên như sau:

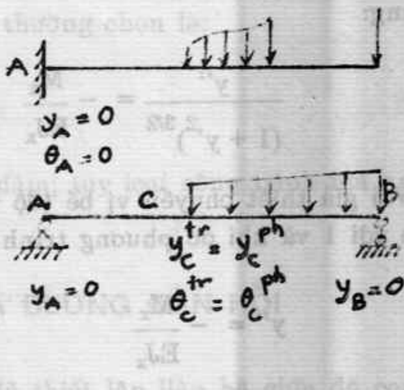
+ Đầu ngàm của dầm công-son: Góc xoay và chuyển vị thẳng tại ngàm bằng zero: (h.7-3a)

$$\theta_A = 0; y_A = 0$$

+ Tại các đầu khớp của dầm đơn giản, chuyển vị thẳng (độ võng) bằng không: (h.7-3b)

$$y_A = 0$$

$$y_B = 0$$

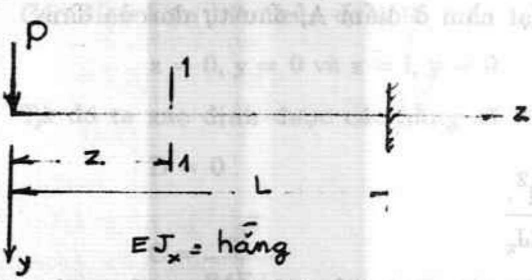


Hình 7-3

+ Tại nơi tiếp giáp giữa 2 đoạn dầm có phương trình đường đàn hồi khác nhau, độ võng và góc xoay bên trái phải bằng với độ võng và góc xoay bên phải (h.7-3b)

$$y_c^{tr} = y_c^{ph} ; \theta_c^{tr} = \theta_c^{ph}$$

Để hiểu rõ phương pháp này ta xét các thí dụ minh họa sau:



h.7-4

Thí dụ 1: Viết phương trình độ võng và góc xoay cho dầm công-son như hình vẽ (h.7-4). Từ đó suy ra độ võng và góc xoay lớn nhất.

Bài giải

Momen uốn tại mặt cắt 1-1 có hoành độ z là:

$$M_x(z) = -Pz \tag{a}$$

Thay vào biểu thức của phương trình vi phân đường đàn hồi (7-3) ta được:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} = \frac{Pz}{EJ_x} \tag{b}$$

Tích phân hai lần ta lần lượt được:

$$\theta = \frac{dy}{dz} = \frac{Pz^2}{2EJ_x} + C \tag{c}$$

$$y = \frac{Pz^3}{6EJ_x} + Cz + D \tag{d}$$

trong đó C và D được xác định bằng các điều kiện biên như sau:

$$x = l, \theta = 0 \text{ và } y = 0$$

Thay vào (c) và (d) ta được:

$$C = -\frac{Pl^2}{2EJ_x} \text{ và } D = -\frac{Pl^3}{6EJ_x} + \frac{Pl^3}{2EJ_x} = \frac{Pl^3}{3EJ_x}$$

Vậy phương trình đường đàn hồi và phương trình góc xoay là:

$$y = \frac{Pz^3}{6EJ_x} - \frac{Pl^2}{2EJ_x}z + \frac{Pl^3}{3EJ_x} \quad \text{(e)}$$

$$\theta = \frac{Pz^2}{2EJ_x} - \frac{Pl^2}{2EJ_x} \quad \text{(f)}$$

Độ võng và góc xoay cực đại nằm ở điểm A, đầu tự do của dầm:

$$y_{max} = f_A = \frac{Pl^3}{3EJ_x} \quad \text{(g)}$$

$$\theta_{max} = \theta_A = -\frac{Pl^2}{2EJ_x} \quad \text{(h)}$$

Kết luận: trị số dương của f_A chứng tỏ điểm A dịch chuyển xuống theo chiều dương của y còn dấu âm của θ_A chứng tỏ tiết diện tại A quay 1 góc theo ngược chiều kim đồng hồ.

Thí dụ 2: Thiết lập phương trình góc xoay và độ võng của 1 dầm đặt trên hai gối tựa đơn chịu tải trong phân bố đều q trên nhịp l (h.7-5). Độ cứng của dầm là không đổi.

Giải

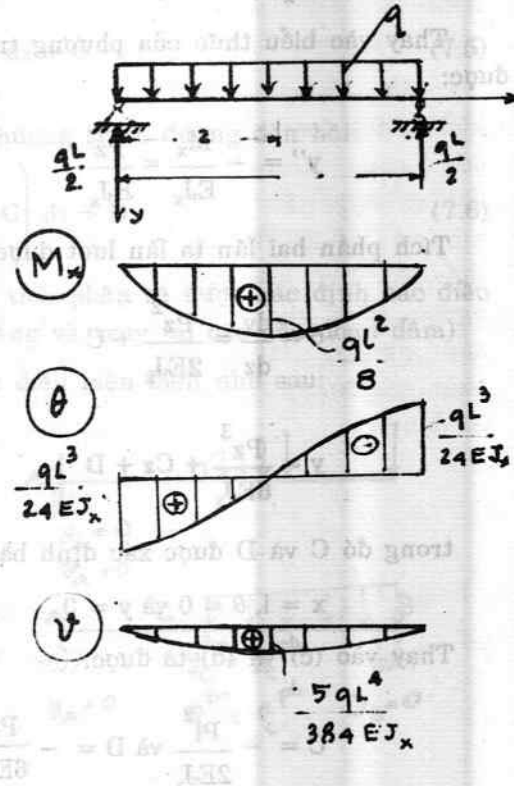
Phương trình momen uốn tại mặt cắt ngang có hoành độ z là:

$$M_x = \frac{ql}{2}z - \frac{qz^2}{2}$$

Thay vào (7.3) ta có:

$$y'' = \frac{-q}{2EJ_x}(lz - z^2)$$

Tích phân liên tiếp 2 lần ta được phương trình góc xoay và độ võng là:



Hình 7.5

$$\begin{cases} \theta = y' = -\dfrac{q}{2EJ_x}\left(\dfrac{lz^2}{2} - \dfrac{z^3}{3}\right) + C \\ y = -\dfrac{q}{2EJ_x}\left(\dfrac{lz^3}{6} - \dfrac{z^4}{12}\right) + Cz + D \end{cases}$$

Các điều kiện biên của dầm là

$$z = 0,\ y = 0 \text{ và } z = l,\ y = 0$$

Từ đó ta xác định được các hằng số tích phân sau:

$$D = 0$$

$$C = \frac{ql^3}{24EJ_x}$$

Vậy phương trình của góc xoay và độ võng là

$$\theta = y' = \frac{ql^3}{24EJ_x}\left(1 - \frac{6z^2}{l^2} + \frac{4z^3}{l^3}\right)$$

$$y = \frac{ql^3 z}{24EJ_x}\left(1 - \frac{2z^2}{l^2} + \frac{z^3}{l^3}\right)$$

Ta dễ dàng thấy độ võng cực đại xảy ra tại giữa nhịp ứng với $z = \frac{l}{2}$ (vì $y'_{z=\frac{l}{2}} = 0$). Thay trị số z này vào phương trình đường đàn hồi ta có:

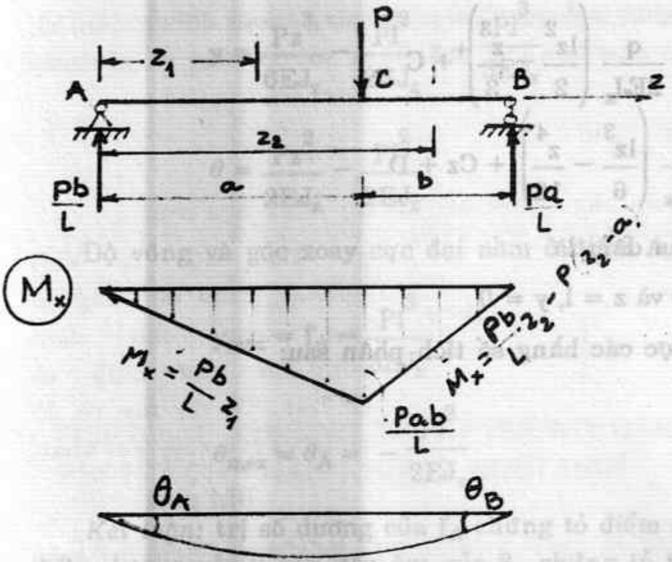
$$y_{z=\frac{l}{2}} = y_{max} = f = \frac{5ql^4}{384EJ_x}$$

Còn góc xoay lớn nhất tại các mặt cắt ngang có y'' = 0 ($M_x = 0$) tức là tại các gối tựa (z = 0 và z = l).

Khi z = 0 ta được $\theta^1_{max} = \dfrac{ql^3}{24EJ_x} = \theta_A$

Khi z = l ta được $\theta^2_{max} = -\dfrac{ql^3}{24EJ_x} = \theta_B$

Ta nhận thấy $\theta_A = -\theta_B$



Hình 7.6

Thí dụ 3:

Thiết lập phương trình góc xoay và độ võng của dầm đặt trên 2 gối tựa chịu tác dụng của lực tập trung P ở cách gối tựa bên trái một hoành độ z = a như hình vẽ (h.7-6a).

Giải

Trong trường hợp này phương trình của momen uốn trong hai đoạn AC và CB khác nhau (h.7-6b) nên biểu thức của độ võng trong 2 đoạn cũng khác nhau.

Biểu thức momen, các phương trình vi phân và tích phân của chúng trong 2 đoạn trên có thể được viết như sau:

Đoạn AC ($0 \le z_1 \le a$) Đoạn CB ($a \le z_2 \le l$)

$$M_{x1} = \frac{Pb}{l} z_1 \qquad M_{x2} = \frac{Pb}{l} z_2 - P(z_2 - a)$$

$$y''_1 = -\frac{Pb}{lEJ_x} z_1 \qquad y''_2 = -\frac{Pb}{lEJ_x} z_2 + \frac{P}{EJ_x}(z_2 - a)$$

$$y'_1 = -\frac{Pb}{lEJ_x} \cdot \frac{z_1^2}{2} + C_1 \qquad y'_2 = \frac{-Pb}{2lEJ_x} z_2^2 + \frac{P}{2EJ_x}(z_2 - a)^2 + C_2$$

$$y_1 = \frac{-Pb}{6lEJ_x} z_1^3 + C_1 z_1 + D_1 \qquad y_2 = -\frac{Pb}{6lEJ_x} z_2^3 + \frac{P}{6EJ_x}(z_2 - a)^3 + C_2 z_2 + D_2$$

Để xác định 4 hằng số tích phân C_1, D_1, C_2, D_2 ta dựa vào các điều kiện biên sau đây:

$$\begin{cases} z_1 = 0\,, y_1 = 0\,, z_2 = l\,, y_2 = 0 \\ z_1 = z_2 = a \text{ thì } y_1 = y_2 \text{ và } y_1' = y_2' \end{cases}$$

Từ bốn điều kiện đó ta có:

$$\begin{cases} D_1 = 0 & (1) \\ -\dfrac{Pb}{6lEJ_x}l^3 + \dfrac{P}{6EJ_x}(l-a)^3 + C_2 l + D_2 = 0 & (2) \\ -\dfrac{Pb}{6lEJ_x}a^3 + C_1 a + D_1 = -\dfrac{Pb}{6lEJ_x}a^3 + C_2 a + D_2 & (3) \\ -\dfrac{Pb}{2lEJ_x}a^2 + C_1 = -\dfrac{Pb}{2lEJ_x}a^2 + C_2 & (4) \end{cases}$$

Giải hệ 4 phương trình trên ta tìm được:

$$D_1 = D_2 = 0$$

$$C_1 = C_2 = \frac{Pb}{6lEJ_x}(l^2 - b^2)$$

Vậy phương trình độ võng và góc xoay trong từng đoạn là

- Đoạn AC ($0 \le z_1 \le a$):

$$\begin{cases} \theta_1 = y' = \dfrac{Pb}{lEJ_x}\left(\dfrac{l^2 - b^2}{6} - \dfrac{z_1^2}{2}\right) \\ y_1 = \dfrac{Pb}{lEJ_x}\left(\dfrac{l^2 - b^2}{6} z_1 - \dfrac{z_1^3}{6}\right) \end{cases}$$

- Đoạn CB: $a \le z_2 \le l$

$$\begin{cases} \theta_2 = y'_2 = \dfrac{Pb}{lEJ_x}\left[\dfrac{z_2^2}{2} - \dfrac{l(z_2 - a)^2}{2b} - \dfrac{l^2 - b^2}{6}\right] \\ y_2 = \dfrac{Pb}{lEJ_x}\left[\dfrac{(z_2 - a)^3 l}{6b} + \dfrac{l^2 - b^2}{6} z_2 - \dfrac{z_2^3}{6}\right] \end{cases}$$

Trong thí dụ này ta tìm độ võng lớn nhất trong dầm bằng cách dựa vào điều kiện y' = 0. Giả sử a > b ta có

$$\theta_A = \theta_{1(z_1=0)} = \frac{Pbl}{6EJ_x}\left(1 - \frac{b^2}{l^2}\right) > 0$$

$$\theta_C = \theta_{1(z_1=a)} = \frac{Pb}{lEJ_x}\left(\frac{l^2-b^2}{6} - \frac{a^2}{2}\right) = \frac{-Pb}{6lEJ_x}(3a^2 - l^2 + b^2)$$

$$= -\frac{+Pab}{3lEJ_x}(a-b) < 0$$

Giữa 2 điểm A và C góc xoay đổi dấu, nghĩa là sẽ bị triệt tiêu 1 lần. Điều đó chứng tỏ độ võng có giá trị lớn nhất ở trong đoạn thứ nhất. Cho $\theta_1 = 0$ ta tìm được.

$$z = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}$$

Thay vào phương trình của y_1 ta có:

$$y_{1max} = f = \frac{1}{EJ_x}\frac{Pb}{l}\left(\frac{l^2-b^2}{6}\sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}} - \frac{l^2-b^2}{18}\sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}}\right)$$

$$\text{hay } f = \frac{\sqrt{3}\,Pbl^2}{27EJ_x}\sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{l^2}\right)^3}$$

Nhận xét: Nếu trên dầm momen uốn chia làm nhiều đoạn khác nhau thì phải thiết lập phương trình vi phân đường đàn hồi cho nhiều đoạn khác nhau. Ở mỗi đoạn ta phải xác định hai hằng số tích phân. Nếu dầm có n đoạn thì phải xác định 2n hằng số tích phân. Do vậy bài toán trở nên phức tạp nếu số đoạn chịu lực khác nhau càng lớn, vì vậy phương pháp này ít dùng khi tải trọng phức tạp.

4- PHƯƠNG PHÁP TẢI TRỌNG GIẢ TẠO (HAY PHƯƠNG PHÁP ĐỒ TOÁN)

Trong các phần trước đây, ta đã có các liên hệ vi phân giữa nội lực và tải trọng cũng như giữa chuyển vị và nội lực như sau:

$$\frac{d^2M}{dz^2} = q(z) \tag{a}$$

$$\text{và} \quad y'' = \frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{M_x}{EJ_x} \tag{b}$$

Như ta đã biết, nếu biết q(z) thì ta có thể suy ra M_x mà không cần tích phân (a). Dựa vào sự tương tự giữa hai liên hệ vi phân (a) và (b), ta nhận thấy có thể tìm được y mà không cần tích phân (b).

Thật vậy tưởng tượng ta tác dụng lên 1 dầm nào đó (gọi là dầm giả tạo) một tải trọng phân bố giả tạo có cường độ là:

$$q_{gt} = \frac{-M_x}{EJ_x} \tag{7.7}$$

nghĩa là quy luật phân bố của q_{gt} giống như quy luật phân bố của $\frac{M_x}{EJ_x}$. Như vậy gọi momen uốn trên dầm giả tạo là M_{gt} thì ta có thể viết:

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{-M_x}{EJ_x} = q_{gt} = \frac{d^2M_{gt}}{dz^2}$$

hay

$$y'' = \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{d^2M_{gt}}{dz^2} = q_{gt} \tag{7.8}$$

hoặc viết dưới dạng khác:

$$\frac{dy'}{dz} = \frac{dQ_{gt}}{dz} \tag{7.9}$$

Từ đó ta nhận thấy nếu chọn được dầm giả tạo với các điều kiện liên kết sao cho có sự tương ứng.

y (dầm thực) = M_{gt} (dầm giả tạo)

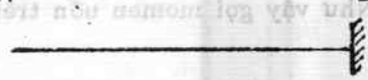
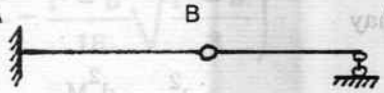
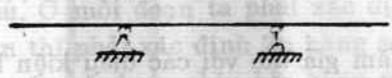
θ (dầm thực) = Q_{gt} (dầm giả tạo)

thì có thể thay đổi việc tích phân biểu thức (b) bằng cách tính nội lực trên dầm giả tạo khi biết q_{gt}.

** Cách chọn dầm giả tạo*

Dầm giả tạo được suy từ dầm thực với điều kiện là nơi nào trên dầm thực không có độ võng và góc xoay thì ta phải chọn điều kiện liên kết của dầm giả tạo ở những nơi đó sao cho q_{gt} không gây ra M_{gt} và Q_{gt}. Chiều dài dầm thực và giả tạo như nhau. Với cách đó ta có thể chọn các dầm giả tạo tương ứng với một số các dầm thực như trong bảng sau đây:

Bảng 1

Dầm thực	Dầm giả tạo
A B  $y = 0$ $y = 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$	A B  $M_{gt} = 0$ $M_{gt} = 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$
A B  $y = 0$ $y \neq 0$ $\theta = 0$ $\theta \neq 0$	A B  $M_{gt} = 0$ $M_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} = 0$ $Q_{gt} \neq 0$
A B C  $y \neq 0$ $y = 0$ $y = 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$ $\theta_{tr} = \theta_{ph}$	A B C  $M_{gt} \neq 0$ $M_{gt} = 0$ $M_{gt} = 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt}^{tr} = Q_{gt}^{ph}$
A B C D  $y \neq 0$ $y = 0$ $y = 0$ $y \neq 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$ $\theta \neq 0$	 $M_{gt} \neq 0$ $M_{gt} = 0$ $M_{gt} = 0$ $M_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$ $Q_{gt} \neq 0$

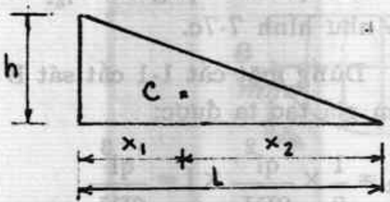
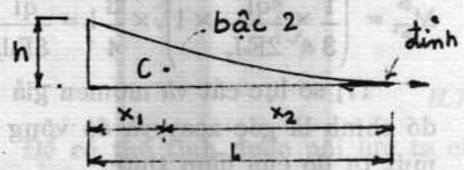
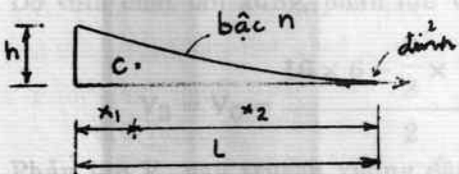
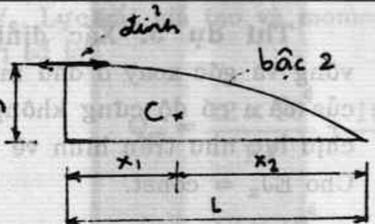
Ghi chú: Vì $q_{gt} = -\dfrac{M_x}{EJ_x}$ nên q_{gt} bao giờ cũng ngược dấu với momen uốn M_x. Vì vậy:

- Nếu $M_x > 0$ thì $q_{gt} < 0$ nghĩa là nếu biểu đồ M_x nằm phía dưới trục hoành (theo quy ước chiều dương của biểu đồ M_x vẽ hướng xuống dưới) thì q_{gt} hướng xuống.

- Nếu $M_x > 0$ thì $q_{gt} < 0$, chiều của tải trọng giả tạo hướng lên.

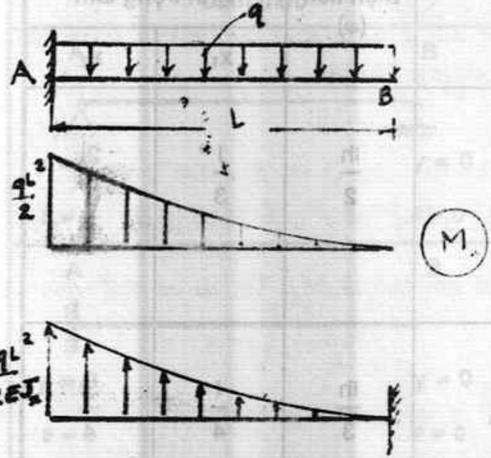
Để tiện lợi trong quá trình tính toán sau này ta xác định trước các hoành độ trọng tâm và diện tích Ω của những hình giới hạn bởi các đường cong như bảng 2 dưới đây.

Bảng 2

Hình vẽ	Diện tích (ω)	Vị trí trọng tâm	
		x_1	x_2
	$\frac{lh}{2}$	$\frac{l}{3}$	$\frac{2l}{3}$
	$\frac{lh}{3}$	$\frac{l}{4}$	$\frac{3l}{4}$
	$\frac{lh}{n+1}$	$\frac{l}{n+2}$	$\frac{l(n+1)}{n+2}$
	$\frac{2lh}{3}$	$\frac{3l}{8}$	$\frac{5l}{8}$
	$\frac{2lh}{3}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$

Thí dụ 4: Tính độ võng và góc xoay tại đầu tự do của dầm công-son, chịu tác dụng của tải trọng phân bố đều q (hình 7-7). Biết dầm có độ cứng EJ_x = const.

Bài giải



Hình 7-7

Biểu đồ momen uốn M_x bậc 2 được vẽ như trên hình 7-7b. Dầm giả tạo được chọn là dầm có đầu ngàm tại B, chịu tác dụng của q_{gt} hướng lên như hình 7-7c.

Dùng mặt cắt 1-1 cắt sát B của dầm giả tạo ta được:

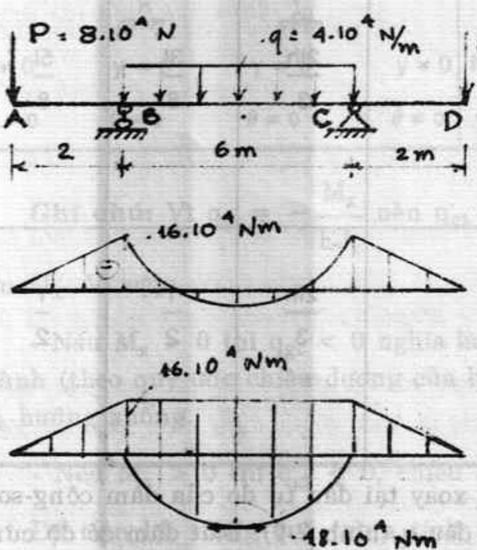
$$Q_{gt}^{B} = \frac{1}{3} \times \frac{ql^2}{2EJ_x} \times l = \frac{ql^3}{6EJ_x}$$

$$M_{gt}^{B} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{ql^2}{2EJ_x} \times l\right) \times \frac{3}{4} l = \frac{ql^4}{8EJ_x}$$

Trị số lực cắt và momen giả tạo đó chính là góc xoay và độ võng tại mút tự do của dầm thực:

$$\theta_B = Q_{gt}^{B} = \frac{ql^3}{6EJ_x}$$

$$y_B = M_{gt}^{B} = \frac{ql^4}{8EJ_x}$$



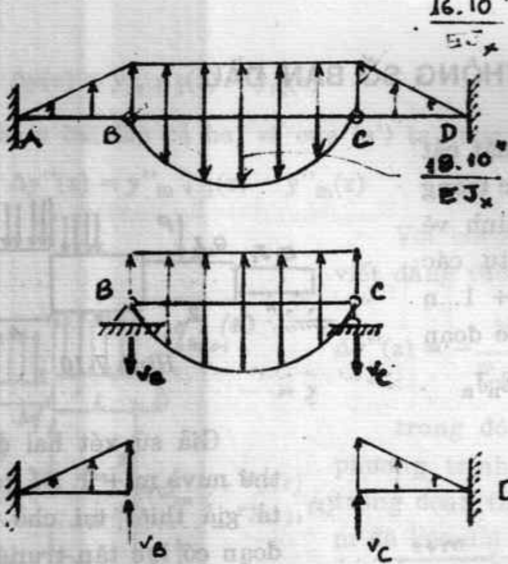
Hình 7-8

Thí dụ 5: Xác định độ võng và góc xoay ở đầu mút D của đầ n có độ cứng không đổi chịu lực như trên hình vẽ 7-8a. Cho EJ_x = const.

Giải

Biểu đồ momen uốn M_x được vẽ trên H.7-8b. Tuy nhiên để dễ dàng trong việc tính toán ta có thể phân tích M_x thành tổng cộng của các biểu đồ momen uốn vẽ chung trên H.7-8c.

Dầm giả tạo và tải trọng giả tạo được chọn như trên hình 7-9a.



H.7-9

Để có thể tính được nội lực ta chia dầm thành 3 dầm đơn như hình vẽ (H.7-9b).

Do tính chất đối xứng, phản lực V_B và V_C của dầm giữa là:

$$V_B = V_C = \frac{16 \times 6 - \dfrac{2}{3} \times 18 \times 6}{2} \times 10^4 \times \frac{1}{EJ} = \frac{12.10^4}{EJ}$$

Phản lực V_c này truyền xuống dầm CD một lực bằng và ngược chiều với V_c. Lực cắt giả tạo và momen giả tạo tại D trên đoạn dầm cuối cùng có trị số là:

$$Q_{gt} = \frac{12 \times 10^4}{EJ} + \frac{16 \times 10^4}{EJ} \times \frac{2}{2} = \frac{28 \times 10^4}{EJ}$$

$$M_{gt} = \frac{12 \times 10^4}{EJ}.2 + \frac{16 \times 10^4}{EJ} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{136 \times 10^4}{EJ}$$

Vậy độ võng và góc xoay tại D là:

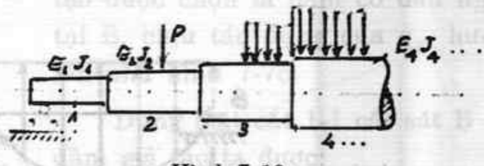
$$y_D = M_{gt}^D = \frac{136 \times 10^4}{EJ} \text{ (m)}$$

$$\theta_D = Q_{gt}^D = \frac{28 \times 10^4}{EJ} \text{ (radian)}$$

Các kết quả mang dấu dương có nghĩa là góc xoay có chiều theo chiều kim đồng hồ và độ võng hướng xuống dưới.

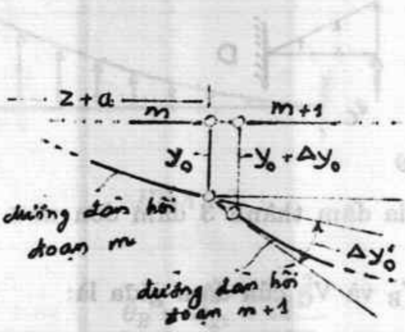
5. PHƯƠNG PHÁP THÔNG SỐ BAN ĐẦU

Xét một dầm có mặt cắt ngang thay đổi từng bậc trong từng đoạn như trên hình vẽ (7-10). Đánh số thứ tự các đoạn là 1, 2, 3...m, m + 1...n và gọi độ cứng của các đoạn là E_1J_1, $E_2J_2 \ldots E_mJ_m \ldots E_nJ_n$



Hình 7-10

Giả sử xét hai đoạn kề nhau thứ m và m + 1. Để được tổng quát ta giả thiết tại chỗ nối giữa hai đoạn có lực tập trung, mômen tập trung, cường độ của tải trọng phân bố theo chiều dài q ở hai đoạn là khác nhau và có một liên kết đặc biệt làm cho độ võng và góc xoay tại đó có một bước nhảy Δy_a và $\Delta y'_a$. Liên kết đặc biệt đó trong sơ đồ tính toán được biểu diễn như trên hình vẽ (hình 7-11)



Hình 7-11

Tưởng tượng kéo dài đường đàn hồi $y_m(z)$ trong đoạn thứ m sang đoạn thứ m + 1 (hình 7-12). Như vậy đường đàn hồi $y_{m+1}(z)$ trong đoạn thứ m + 1 có thể tính với biểu thức:

$$y_{m+1}(z) = y_m(z) + \Delta y(z) \tag{a}$$

Ta khai triển $\Delta y(z)$ theo chuỗi Tay-lo tại hoành độ z = a như sau:

$$\Delta y(z) = \Delta y(a) + \frac{\Delta y'(a)}{1!}(z-a) + \frac{\Delta y''(a)}{2!}(z-a)^2 + \ldots + \frac{\Delta y^{v}(a)}{5!}(z-a)^5 + \ldots \tag{b}$$

Trong đó $\Delta y(a)$ và $\Delta y'(a)$ là bước nhảy của độ võng và góc xoay tại mặt cắt có hoành độ z = a.

$$\left.\begin{aligned} \Delta y(a) &= \Delta y_a \\ \Delta y'(a) &= \Delta y'_a \end{aligned}\right\} \tag{c}$$

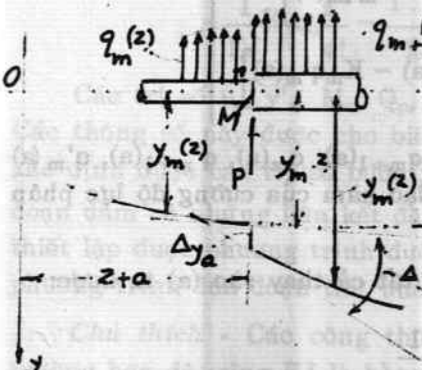
Các hệ số của những số hạng khác có thể xác định như sau.

Đẳng thức (a) có thể viết lại dưới dạng:

$$\Delta y(z) = y_{m+1}(z) - y_m(z) \qquad \text{(a')}$$

Lấy đạo hàm hai lần cả hai vế của (a') ta được:

$$\Delta y''(z) = y''_{m+1}(z) - y''_m(z) \qquad \text{(d)}$$



Hình 7-12

Với công thức (7-3) ta có thể viết đẳng thức (d) dưới dạng:

$$\Delta y''(z) = -\frac{M_{m+1}(z)}{E_{m+1}J_{m+1}} + \frac{M_m(z)}{E_mJ_m} \qquad \text{(d')}$$

trong đó $M_{m+1}(z)$, $M_m(z)$ là phương trình của mômen uốn M_x trong đoạn thứ m + 1 và đoạn thứ m đã kéo dài sang đoạn thứ m + 1.

Bây giờ ta chọn một độ cứng quy ước EJ nào đó sao cho:

$$K_m = \frac{EJ}{E_mJ_m}\ ;\ K_{m+1} = \frac{EJ}{E_{m+1}J_{m+1}}\ ;...$$

thì đẳng thức (d') có thể viết lại dưới dạng sau đây:

$$\Delta y''(z) = -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}M_{m+1}(z) - K_mM_m(z)\right] \qquad \text{(d'')}$$

Lấy đạo hàm (d'') và chú ý các liên hệ vi phân ta lần lượt được các đẳng thức như sau:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y^{III}(z) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}Q_{m+1}(z) - K_mQ_m(z)\right]\\
\Delta y^{IV}(z) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}q_{m+1}(z) - K_mq_m(z)\right]\\
\Delta y^{V}(z) &= -\frac{1}{FJ}\left[K_{m+1}q'_{m+1}(z) - K_mq'_m(z)\right]\\
&\dots
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(e)}$$

trong đó $Q_{m+1}(z)$, $q_{m+1}(z)$, $q'_{m+1}(z)$ là phương trình lực cắt, cường độ lực phân bố, đạo hàm của cường độ lực phân bố trong đoạn thứ m + 1 và $Q_m(z)$, $q_m(z)$, $q'_m(z)$ là phương trình của các trị số đó ở đoạn m đã kéo dài sang đoạn thứ m + 1.

Tại hoành độ z = a, ta có:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y^{II}(a) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}M_{m+1}(a) - K_m M_m(a)\right]\\
\Delta y^{III}(a) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}Q_{m+1}(a) - K_m Q_m(a)\right]\\
\Delta y^{IV}(a) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}q_{m+1}(a) - K_m q_m(a)\right]\\
\Delta y^{V}(a) &= -\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}q'_{m+1}(a) - K_m q'_m(a)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (g)$$

trong đó $M_{m+1}(a)$, $M_m(a)$, $Q_{m+1}(a)$, $Q_m(a)$, $q_{m+1}(a)$, $q_m(a)$, $q'_{m+1}(a)$, $q'_m(a)$ là mômen, lực cắt, cường độ lực phân bố, đạo hàm của cường độ lực phân bố... trong hai đoạn tại hoành độ z = a.

Mang (g) và (c) thay vào (b) rồi mang tất cả thay vào (a) ta được:

$$y_{m+1}(z) = y_m(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a(z-a) - \frac{1}{EJ}$$

$$\left[K_{m+1}M_{m+1}(a) - K_m M_m(a)\right]\frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}Q_{m+1}(a) - K_m Q_m(a)\right]$$

$$\frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}q_{m+1}(a) - K_m q_m(a)\right]\frac{(z-a)^4}{4!} -$$

$$-\frac{1}{EJ}\left[K_{m+1}q'_{m+1}(a) - K_m q'_m(a)\right]\frac{(z-a)^5}{5!} - \dots \quad (7\text{-}10).$$

Với công thức (7-10) ta có thể thiết lập được phương trình đường đàn hồi của đoạn thứ nhất. Để thiết lập phương trình đường đàn hồi của đoạn thứ nhất, ta tưởng tượng thêm một đoạn thứ 0 mà đường đàn hồi của đoạn này trùng với trục z của dầm, nghĩa là $y_o(z) = 0$. Nội lực và ngoại lực trong đoạn này cũng bằng không. Chọn gốc tọa độ là đầu mút của dầm, khi đó ta có; với z = a = 0:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y_a = \Delta y_o = y_o\,; &\qquad \Delta y'_a = \Delta y'_o = y'_o\\
M_1(0) = M_o\,; &\qquad Q_1(0) = Q_o\\
q_1(0) = q_o\,; &\qquad q'_1(0) = q'_o
\end{aligned}\right\} \quad (h)$$

y_o, y'_o là độ võng và góc xoay ở đầu mút của dầm.

M_o, Q_o, q_o, q'_o là mômen tập trung, lực tập trung, cường độ lực phân bố và đạo hàm của lực phân bố tại đầu mút của dầm (tại $z = 0$).

Thay các trị số (h) vào công thức (7-10) ta được:

$$y_1(z) = y_o + y'_o z - \frac{1}{EJ}K_1 M_o \frac{z^2}{2} - \frac{1}{EJ}K_1 Q_o \frac{z^3}{3!} -$$

$$- \frac{1}{EJ}K_1 q_o \frac{z^4}{4!} - \frac{1 \cdot K_1}{EJ} q'_o \frac{z^5}{5!} - \ldots \quad (7\text{-}11)$$

Các trị số y_o, y'_o, M_o, Q_o, q_o, q'_o... được gọi là các thông số ban đầu. Các thông số này được cho biết hay xác định từ các điều kiện biên. Nếu xác định được các trị số bước nhảy Δy_a và $\Delta y'_a$ trong trường hợp giữa các đoạn dầm có những liên kết đặc biệt như trên hình vẽ (7-11) ta hoàn toàn thiết lập được phương trình đường đàn hồi của các đoạn dầm xuất phát từ phương trình của đoạn thứ nhất.

Chú thích - Các công thức (7-10) (7-11) chỉ có thể sử dụng trong trường hợp độ cứng EJ là hằng số trên từng đoạn dầm vì trong quá trình lấy đạo hàm $\Delta y(z)$, ta giả thiết độ cứng là không đổi.

Trong trường hợp đặc biệt khi trên suốt chiều dài của dầm có độ cứng là không đổi nghĩa là:

$$E_1J_1 = E_2J_2 = \ldots = EJ$$

thì $\quad K_1 = K_2 = \ldots = K_m = K_{m+1} = \ldots = 1$

Phương trình đường đàn hồi của đoạn m + 1 tính theo công thức (7-10) có thể viết dưới dạng:

$$y_{m+1}(z) = y_m(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a \frac{(z-a)}{1!} - \frac{1}{EJ}\left[M_{m+1}(a) - M_m(a)\right]\frac{(z-a)^2}{2!} -$$

$$- \frac{1}{EJ}\left[Q_{m+1}(a) - Q_m(a)\right]\frac{(z-a)^3}{3} - \frac{1}{EJ}\left[q_{m+1}(a) - q_m(a)\right]\frac{(z-a)^4}{4!} -$$

$$- \frac{1}{EJ}\left[q'_{m+1}(a) - q'_m(a)\right]\frac{(z-a)^5}{5!} \ldots\ldots \quad (7\text{-}12)$$

Các hiệu số trong các dấu ngoặc là bước nhảy của biểu đồ mômen, lực cắt, cường độ lực phân bố và đạo hàm của lực phân bố... tại mặt cắt có hoành độ $z = a$. Vì vậy các hiệu số đó có trị số bằng mômen tập trung, lực tập trung v.v... tại mặt cắt đó. Do đó công thức (7-12) có thể viết lại dưới dạng sau đây:

$$y_{m+1}(z) = y_m(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a(z-a) - \frac{\Delta M_a(z-a)^2}{2!EJ} -$$

$$-\frac{\Delta Q_a(z-a)^3}{3!EJ} - \frac{\Delta q_a(z-a)^4}{4!EJ} - \frac{\Delta q'_a(z-a)^5}{5!EJ}... \quad (7\text{-}13)$$

Trên hình 7-12 các bước nhảy có trị số:

$$\Delta M_a = M_o \text{ ; } \Delta q_a = q_{m+1}(a) - q_m(a)$$

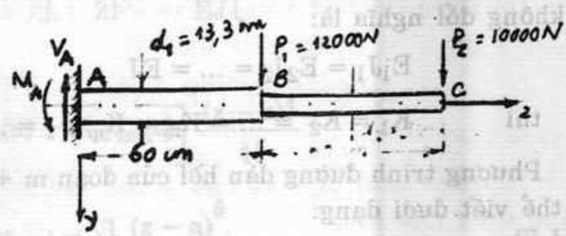
$$\Delta Q_a = Q_o \text{ ; } \Delta q'_a = q'_{m+1}(a) - q'_m(a)$$

Phương trình đường đàn hồi trong đoạn thứ nhất có thể viết dưới dạng:

$$y_1(z) = y_o + y'_o z - \frac{M_o}{2!EJ}z^2 - \frac{Q_o}{3!EJ}z^3 -$$

$$-\frac{q_o}{4!EJ}z^4 - \frac{q'_o}{5!EJ}z^5 - ... \quad (7\text{-}14)$$

Thí dụ 6- Tính độ võng tại đầu nút tự do của dầm bằng thép chịu lực như trên hình vẽ (hình 7-13). Dầm có mặt cắt ngang là tròn, được cấu tạo thành hai bậc với các đường kính là: d_1 = 13,3cm, d_2 = 9cm, hai đoạn dầm đều cùng cấu tạo bằng một loại vật liệu có môđuyn đàn hồi $E = 2.10^5 MN/m^2$



Hình 7-13

Bài giải

- Các phản lực tại ngàm có trị số là:

$$V_A = P_1 + P_2 = 22000N$$

$$M_A = 12000 \times 0,6 + 10000 \times 0,6 \times 2 = 19200Nm$$

Chiều của các phản lực được biểu diễn như trên hình vẽ (hình 7-13).

Theo cấu tạo và sự phân bố của tải trọng, ta chia dầm thành hai đoạn AB, BC. Chọn độ cứng của đoạn AB làm độ cứng quy ước, như vậy ta có các trị số của hệ số K như sau:

$K_1 = 1$

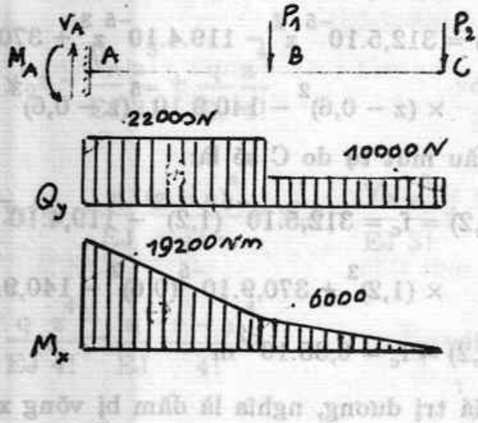
$$K_2 = \frac{E_1J_1}{E_2J_2} = \frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 = \left(\frac{13,3}{9}\right)^4 = 4,798.$$

Mômen quán tính của mặt cắt ngang trong đoạn AB là:

$$J_1 = \frac{\pi d_1^4}{64} = \frac{\pi(0,133)^4}{64} = 15,36.10^{-6}\ m^4.$$

Qua sơ đồ chịu lực và các biểu đồ nội lực trên hình vẽ (hình 7-14) ta có trị số các thông số ban đầu và các trị số nội lực tại B như sau:

Tại mặt cắt ngang A z = a = 0	Tại mặt cắt ngang B z = a = 0,6m
$y_o = 0$ $y'_o = 0$ $M_o = -M_A = -19200Nm$ $Q_o = V_A = 22000N$ $q_o = 0$ $q'_o = 0$	$M_2(a) = -6000Nm$ $M_1(a) = -6000Nm$ $Q_2(a) = 10000N$ $Q_1(a) = 22000N$ $q_1(a) = 0$ $q_2(a) = 0$ $q'_1(a) = 0$ $q'_2(a) = 0$



Hình 7-14

Với công thức (7-11) ta thiết lập được phương trình đường đàn hồi trong đoạn 1 như sau:

$$y_1(z) = -\frac{1}{EJ}K_1M_o\frac{z^2}{2!} - \frac{1}{EJ}K_1Q_o\frac{z^3}{3!}$$

hay:

$$y_1(z) = \frac{19200}{2.10^{11}.15,36.10^{-6}}\frac{z^2}{2!} - \frac{22000}{2.10^{11}.15,36.10^{-6}}\frac{z^3}{3!} =$$

$$= 312,5.10^{-5}z^2 - 119,4.10^{-5}z^3$$

Từ công thức (7-10) ta thiết lập được phương trình đường đàn hồi trong đoạn hai là :

$$y_2(z) = y_1(z) - \frac{1}{EJ}\left[K_2M_2(a) - K_1M_1(a)\right] \times$$

$$\times \frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{1}{EJ}\left[K_2Q_2(a) - K_1Q_1(a)\right]\frac{(z-a)^3}{3!}$$

Thay số vào, ta được:

$$y_2(z) = y_1(z) - \frac{1}{EJ}\left[4,798(-6000) + 6000\right] \times$$

$$\times \frac{(z-0,6)^2}{2!} - \frac{1}{EJ}(4,798.10000 - 22000)\frac{(z-0,6)^3}{3!}$$

$$y_2(z) = y_1(z) + 370,9.10^{-5}(z-0,6)^2 - 140,9.10^{-5}(z-0,6)^3$$

Đem phương trình $y_1(z)$ vào, ta có:

$$y_2(z) = 312,5.10^{-5}z^2 - 119.4.10^{-5}z^3 + 370,9.10^{-5} \times$$

$$\times (z-0,6)^2 - 140,9.10^{-5}(z-0,6)^3$$

Độ võng tại đầu mút tự do C sẽ là:

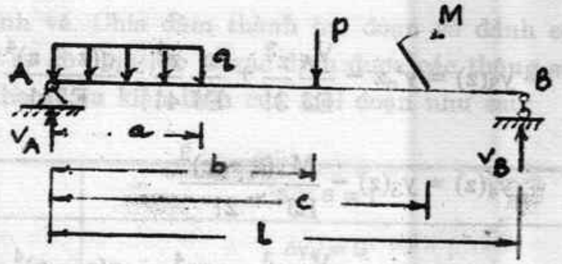
$$y_2(1,2) = f_c = 312,5.10^{-5}(1,2)^2 - 119,4.10^{-5} \times$$

$$\times (1,2)^3 + 370,9.10^{-5}(0,6)^2 - 140,9.10^{-5}(0,6)^2$$

$$y_2(1,2) = f_c = 0,35.10^{-2}\,m$$

Độ võng có giá trị dương, nghĩa là dầm bị võng xuống phía dưới theo chiều dương của trục y.

Thí dụ 7- Tính góc xoay của mặt cắt ngang ở gối tựa A của dầm có độ cứng không đổi chịu tải trong như hình vẽ (hình 7-15)



Hình 7-15

Bài giải

- Vì dầm có độ cứng không đổi nên căn cứ vào ngoại lực ta chia dầm thành 4 đoạn đánh số thứ tự như hình vẽ.

Các thông số ban đầu và các hệ số xác định theo điều kiện biên của mỗi đoạn được xác định như sau:

z = 0	z = a	z = b	z = c
$y_o = 0$	$\Delta y_a = 0$	$\Delta y_b = 0$	$\Delta y_c = 0$
$y'_o \neq 0$	$\Delta y'_a = 0$	$\Delta y'_b = 0$	$\Delta y'_c = 0$
$M_o = 0$	$\Delta M_a = 0$	$\Delta M_b = 0$	$\Delta M_c = M$
$Q_o = V_A$	$\Delta Q_a = 0$	$\Delta Q_b = -P$	$\Delta Q_c = 0$
$q_o = -q$	$\Delta q_a = q$	$\Delta q_b = 0$	$\Delta q_c = 0$
$q'_o = 0$	$\Delta q'_a = 0$	$\Delta q'_b = 0$	$\Delta q'_c = 0$

Vì ở đây độ cứng không đổi nên từ các công thức (7-13) và (7-14) thiết lập được phương trình đường đàn hồi của các đoạn như sau:

$$y_1(z) = y'_o z - \frac{V_A}{EJ}\frac{z^3}{3!} + \frac{q}{EJ}\frac{z^4}{4!} \qquad \text{với } 0 \le z \le a$$

$$y_2(z) = y_1(z) - \frac{q}{EJ}\frac{(z-a)^4}{4!} = y'_o z - \frac{V_A}{EJ}\frac{z^3}{3!} +$$

$$+ \frac{q}{EJ}\frac{z^4}{4!} - \frac{q}{EJ}\frac{(z-a)^4}{4!} \qquad \text{với } a \le z \le b$$

$$y_3(z) = y_2(z) + \frac{P}{EJ}\frac{(z-b)^3}{3!}$$

$$y_3(z) = y'_o z - \frac{V_A}{EJ}\frac{z^3}{3!} + \frac{q}{EJ}\frac{z^4}{4!} - \frac{q(z-a)^4}{EJ4!} + \frac{P(z-b)^3}{EJ3!} \qquad (b \le z \le c).$$

$$y_4(z) = y_3(z) - \frac{M}{EJ}\frac{(z-c)^2}{2!}$$

$$y_4(z) = y'_o z - \frac{V_A}{EJ}\frac{z^3}{3!} + \frac{qz^4}{EJ4!} - \frac{q(z-a)^4}{EJ4!} +$$

$$+ \frac{P(z-b)^3}{EJ3!} - \frac{M(z-c)^2}{EJ2!} \qquad (c \le z \le l).$$

Để xác định thông số ban đầu y'_o ta phải dựa vào điều kiện biên tại B của đầm. Với z = l độ võng của dầm phải bằng không. Do đó ta có:

$$y_4(l) = 0$$

$$y_4(l) = y'_o l - \frac{V_A}{EJ}\frac{l^3}{3!} + \frac{q}{EJ}\frac{l^4}{4!} - \frac{q(l-a)^4}{EJ.4!} +$$

$$+ \frac{P(l-b)^3}{EJ.3!} - \frac{M(l-c)^2}{EJ.2!} = 0$$

Từ đó, ta rút ra được:

$$y'_o = \frac{V_A}{EJ}\frac{l^2}{3!} - \frac{q}{EJ}\frac{l^3}{4!} + \frac{q(l-a)^4}{EJ.l.4!} - \frac{P(l-b)^3}{EJ.l.3!} + \frac{M(l-c)^2}{EJ.l.2!}.$$

Giá trị y'_o đó chính là góc xoay của mặt cắt ngang tại A.

Thí dụ 8 - Viết phương trình đường đàn hồi của dầm tĩnh định chịu lực như hình vẽ (hình 7-16).

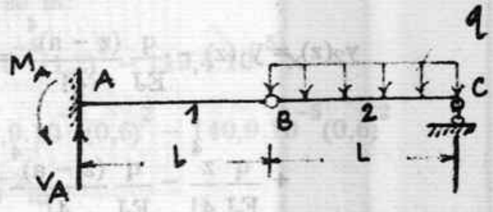
Cho biết độ cứng của toàn dầm là như nhau:

Bài giải

- Ta dễ dàng xác định được các phản lực tại ngàm A và ở đầu mút C là:

$$V_A = \frac{ql}{2};\ M_A = \frac{ql^2}{2};$$

$$V_C = \frac{ql}{2}$$



Hình 7-16

Chiều các phản lực như hình vẽ. Chia dầm thành hai đoạn và đánh số thứ tự như hình (hình 7-16). Từ sơ đồ chịu lực ta xác định được các thông số ban đầu và các hệ số xác định theo điều kiện biên của mỗi đoạn như sau:

$z = a = 0$	$z = a = l$
$y_o = 0$	$\Delta y_a = 0$
$y'_o = 0$	$\Delta y'_a \neq 0$
$M_o = -M_A = -\dfrac{ql^2}{2}$	$\Delta M_a = 0$
$Q_o = \dfrac{ql}{2}$	$\Delta Q_a = 0$
	$\Delta q_a = -q$
	$\Delta q'_a = 0$

Phương trình đường đàn hồi trong các đoạn có dạng như sau:

$$y_1(z) = \frac{ql^2}{2EJ}\frac{z^2}{2!} - \frac{ql}{2EJ}\frac{z^3}{3!} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} y_2(z) &= y_1(z) + \frac{q}{EJ}\frac{(z-l)^4}{4!} + \Delta y_a(z-l) \\ y_2(z) &= \frac{ql^2}{2EJ}\frac{z^2}{2!} - \frac{ql}{2EJ}\frac{z^3}{3!} + \frac{q}{EJ}\frac{(z-l)^4}{4!} + \Delta y'_a(z-l) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Để xác định $\Delta y'_a$ ta dựa vào điều kiện tại C của dầm.

Với $z = 2l$, $y_2(z) = 0$.

Ta có: $\dfrac{ql^2}{2EJ}\dfrac{4l^2}{2} - \dfrac{ql}{2EJ}\dfrac{8l^3}{6} + \dfrac{ql^4}{EJ.24} + \Delta y'_a . l = 0$

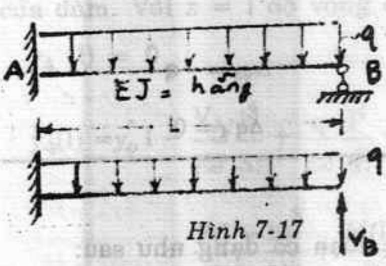
Từ đó rút ra được $\Delta y'_a = -\dfrac{9}{24}ql^3$ (3)

Thay (3) vào (2) ta được:

$$y_2(z) = \frac{ql^2}{2EJ}\frac{z^2}{2!} - \frac{ql}{2EJ}\frac{z^3}{3!} + \frac{q(z-l)^4}{EJ.4!} - \frac{9ql^3}{24.EJ}(z-l)$$

6. BÀI TOÁN SIÊU TĨNH

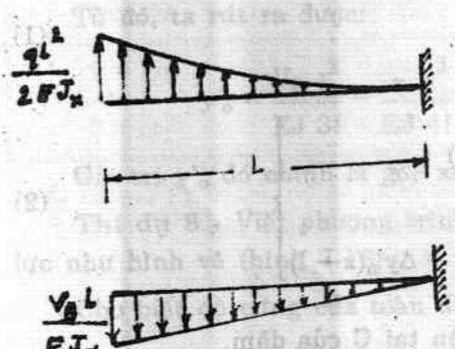
Cũng như các bài toán về nén, ta còn có các bài toán siêu tĩnh về uốn. Đó là bài toán mà trong đó ta không thể xác định toàn bộ nội lực hoặc phản lực liên kết chỉ bằng phương trình cân bằng tĩnh học, bởi vì ẩn số của bài toán phải tìm luôn lớn hơn số phương trình cân bằng tĩnh học có được. Để giải quyết bài toán trên ta phải tìm thêm 1 số phương trình phụ dựa vào điền kiện biến dạng.



Hình 7-17

Giả sử ta có 1 dầm chịu lực như hình vẽ (Hình 7-17a)

Muốn biết được nội lực ta phải biết các phản lực ở ngàm và gối tựa. Trong trường hợp ấy ta có 4 ẩn số, nhưng chỉ có 3 phương trình cân bằng tĩnh học. Vậy ta phải tìm thêm 1 phương trình phụ về biến dạng.



Hình 7-18

Tưởng tượng bỏ gối tựa ở đầu B và thay vào đó một phản lực V_B (h 7-17b) ta được 1 hệ mới. Hệ này chỉ có thể làm việc giống hệ trên khi V_B phải có trị số thế nào để độ võng tại B do trọng tải q và V_B sinh ra, phải bằng không. Ta hãy tính độ võng này bằng phương pháp đồ toán.

Căn cứ vào biểu đồ momen uốn do q và V_B gây ra ta có thể chọn dầm giả tạo và q_{gt} như trên hình vẽ (h.7-18). Momen giả tạo tại B:

$$M_{gt} = \frac{1}{3}\frac{ql^2}{2EJ_x}.l.\frac{3l}{4} - \frac{V_B l}{EJ_x}.\frac{l}{2}.\frac{2}{3}l$$

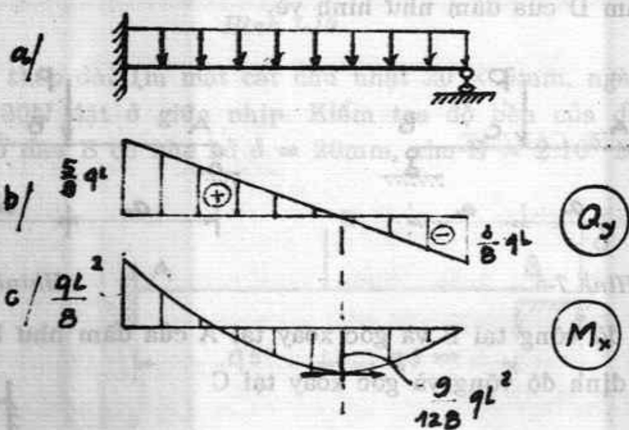
Đó cũng chính là độ võng tại B của hệ (7-17b)

Với điều kiện độ võng này bằng không ta có phương trình

$$\frac{ql^4}{8EJ_x} - \frac{V_B l^3}{3EJ_x} = 0$$

Suy ra: $V_B = \frac{3}{8}ql$

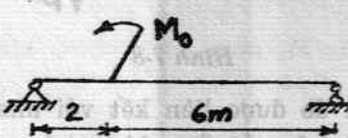
Khi đã có V_B ta dễ dàng vẽ được các biểu đồ nội lực của dầm như trên hình 7-19b-c.



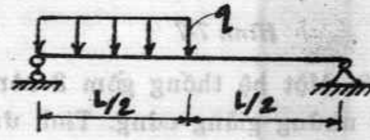
Hình 7-19

BÀI TẬP CHƯƠNG VII

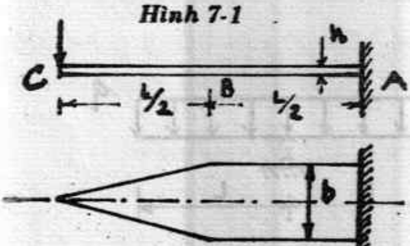
1. Xác định đường đàn hồi của dầm bằng phương pháp tích phân không định hạn, biết M_o = 20KNm



Hình 7-1



Hình 7-2



Hình 7-3

2. Xác định góc xoay ở hai đầu dầm và độ võng tại giữa dầm bằng phương pháp tích phân không định hạn.

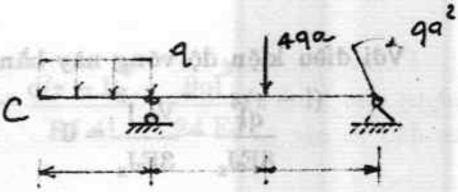
3. Dầm mặt cắt ngang thay đổi và chịu lực như hình vẽ. Tính độ võng tại đầu tự do và góc xoay tại mặt cắt ngang giữa dầm.

4. Dầm có độ cứng không đổi. Xác định

- Độ võng và góc xoay tại C

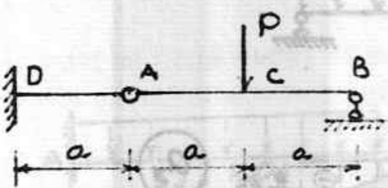
- Góc xoay tại A và B

- Độ võng tại mặt cắt D

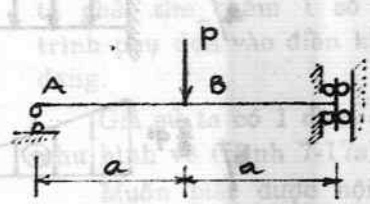


Hình 7-4

5. Tìm độ võng tại mặt cắt C góc xoay bên trái và phải khớp A, góc xoay tại ngàm D của dầm như hình vẽ.



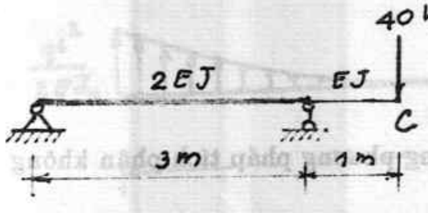
Hình 7-5



Hhình 7-6

6. Tìm độ võng tại B và góc xoay tại A của dầm như hình vẽ.

7. Xác định độ võng và góc xoay tại C.

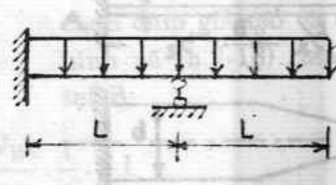


Hình 7-7

Hình 7-8

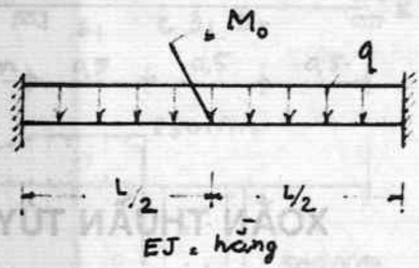
8. Một hệ thống gồm 3 công xon đầu tự do được liên kết với nhau bằng những giằng cứng. Tính ứng suất cực đại ở mỗi dầm khi có lực P treo ở đầu (hình 7-8)

9. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm siêu tĩnh như hình vẽ. Viết phương trình đường đàn hồi.



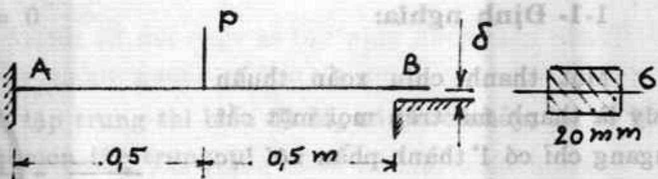
Hình 7-9

10. Xác định phản lực tại ngàm của dầm siêu tĩnh như hình vẽ.



Hình 7-10

11. Thanh thép dài 1m mặt cắt chữ nhật 20 × 6mm, ngàm ở đầu A, chịu lực P = 30N đặt ở giữa nhịp. Kiểm tra độ bền của dầm biết $[\sigma] = 16KN/cm^2$. Ở đầu B có khe hở δ = 20mm, cho $E = 2.10^5$ MN/m^2



Hình 7-11

CHƯƠNG VIII

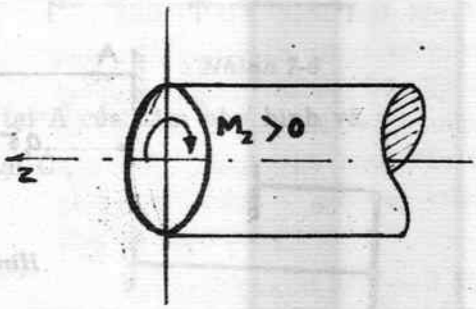
XOẮN THUẦN TÚY THANH THẲNG

1- KHÁI NIỆM CHUNG

1-1- Định nghĩa:

Một thanh chịu xoắn thuần túy là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang chỉ có 1 thành phần nội lực là momen xoắn M_z (h.8-1)

Ngoại lực làm cho thanh chịu xoắn là những momen tập trung hoặc momen phân bố tác động trong những mặt phẳng vuông góc với trục thanh.



Hình 8-1

Quy ước dấu:

$M_z > 0$ khi đứng nhìn vào mặt cắt ta thấy M_z xoay cùng chiều kim đồng hồ (h.8-1)

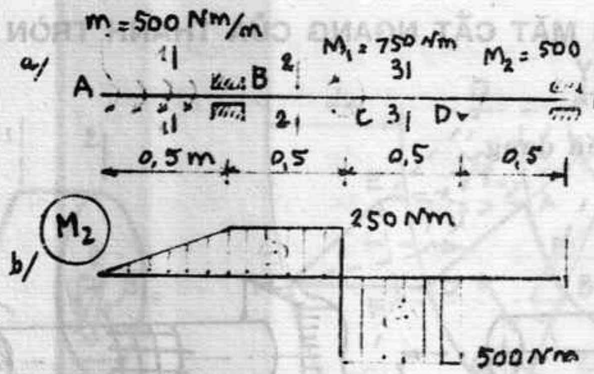
1-2. Biểu đồ nội lực (biểu đồ momen xoắn M_z)

Trình tự vẽ M_z giống hệt trình tự khi vẽ biểu đồ các thành phần nội lực khác nghĩa là dùng phương pháp mặt cắt và xét sự cân bằng của 1 phần.

Thí dụ 1:

Dùng mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3 ta có:

- Đoạn AB: $M_{z1} = mz = 500z$ Nm



a- Sơ đồ chịu lực; b- Biểu đồ momen xoắn M_z.

- Đoạn BC: $M_{z2} = 500 \times 0{,}5 = 250$ Nm

- Đoạn CD: $M_{z3} = -500$ Nm

- Đoạn DE: $M_{z4} = 0$

Nhận xét

Nơi nào có momen tập trung thì biểu đồ M_z có bước nhảy; trị số bước nhảy bằng cường độ momen tập trung.

Chú thích: Nếu dùng 1 môtơ truyền động đến các trục truyền thì ta có thể suy ra momen xoắn ngoại lực tác động lên trục thông qua công suất của động cơ như sau:

Gọi α là góc quay của trục trong thời gian t. Công do momen M thực hiện được trong thời gian đó là

$$A = M \cdot \alpha$$

Công suất là:

$$W = \frac{A}{t} = M\frac{\alpha}{t} = M2\pi\,\frac{n}{60}\ \left\{\text{n số vòng của trục truyền động trong 1 phút}\right\}$$

- Nếu công suất tính bằng mã lực (1 CV = 750 Nm)

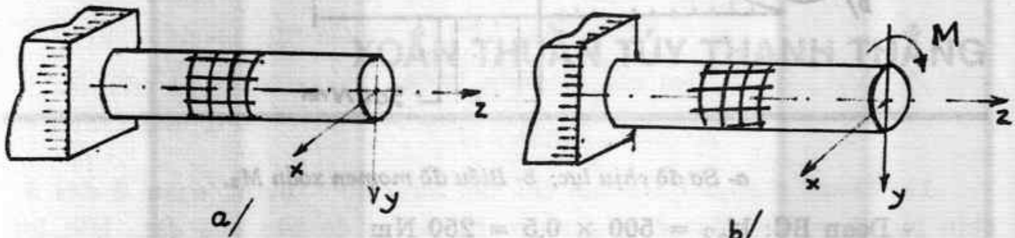
$$M = \frac{60 \times 750}{2\pi} \times \frac{W}{n} = 7162\,\frac{W\ (\text{mã lực})}{n}\,(\text{Nm}) \qquad (8.1)$$

- Nếu công suất tính bằng KW (1KW = 0,736CV)

$$M = \frac{7162}{0{,}736} \cdot \frac{W(\text{KW})}{n}(\text{Nm}) = 9740\frac{W}{n}\ (\text{Nm}) \qquad (8.2)$$

2- ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG CỦA THANH TRÒN CHỊU XOẮN THUẦN TÚY

2-1. Quan sát biến dạng



Hình 8-2

Trước khi thanh chịu lực ta vạch lên bề mặt của thanh những đường song song với trục thanh và những đường vuông góc với trục thanh (hình 8-2a)

Sau khi chịu lực, ta nhận thấy, các đường thẳng song song với trục thanh trở thành những đường xoắn ốc, các đường vuông góc với trục thanh vẫn vuông góc với trục thanh. Các ô vuông trước khi biến dạng thành các ô bình hành (hình 8-2b)

2-2. Các giả thuyết:

Ngoài các giả thuyết ở chương mở đầu, dựa vào quan sát biến dạng người ta đưa thêm các giả thuyết sau:

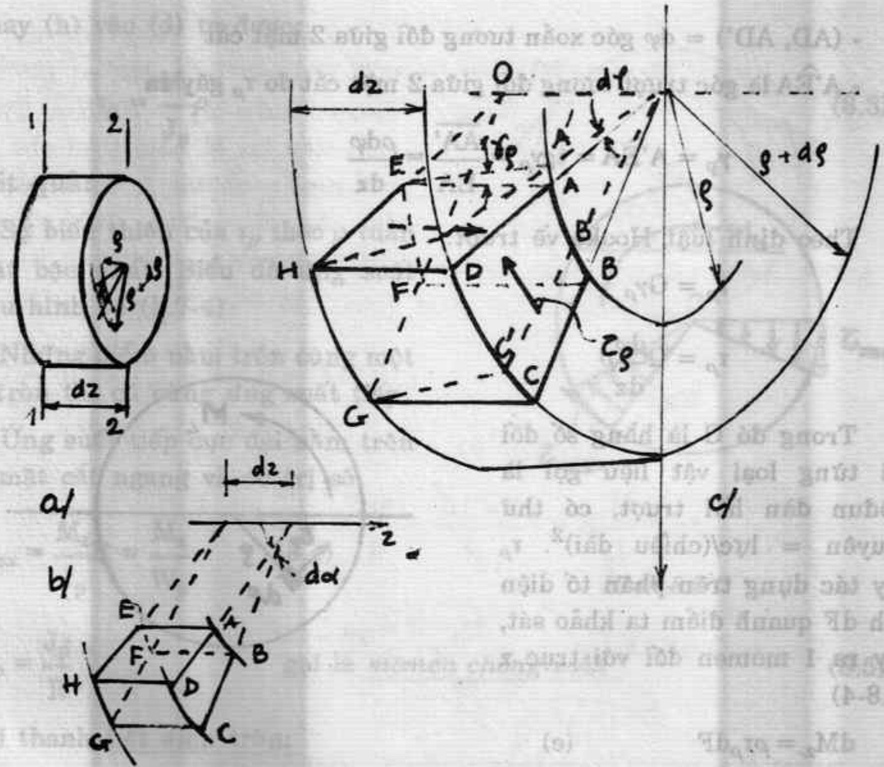
a. Giả thuyết về mặt cắt ngang: mặt cắt ngang trước và sau biến dạng vẫn phẳng, thẳng góc với trục thanh và khoảng cách giữa chúng không đổi.

b. Giả thuyết về bán kính: các bán kính trước và sau biến dạng vẫn thẳng và có chiều dài không đổi.

c. Giả thuyết về các thớ dọc: trong quá trình biến dạng các thớ dọc không ép hoặc đẩy lên nhau.

2-3. Thiết lập công thức tính ứng suất

Tưởng tượng tách 1 phân tố ABCDEFGH trên thanh tròn chịu xoắn thuần túy giới hạn bởi (h.8-3a, b, c)



Hình 8-3

- 2 mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau dz

- 2 mặt trụ đồng trục có bán kính ρ và $\rho + d\rho$

- 2 mặt phẳng chứa trục thanh và hợp với nhau 1 góc $d\alpha$

Ta hãy xác định trạng thái ứng suất của phân tố này trong hệ tọa độ trụ.

- Theo giả thuyết về mặt cắt ngang và thớ dọc → $\sigma_\rho = \sigma_\theta = \sigma_z = 0$

- Theo giả thuyết về bán kính → không có thành phần ứng suất tiếp theo phương bán kính.

Vậy: Chỉ có 1 thành phần ứng suất tiếp theo phương tiếp tuyến: τ_ρ nghĩa là phân tố trên ở trạng thái trượt thuần túy.

Từ những nhận xét và kết luận trên ta có thể hình dung một cách nôm na biến dạng của phân tố như sau: sau khi bị biến dạng 2 mặt cắt 1-1 và 2-2 bị trượt với nhau. Để dễ tính toán ta giả sử mặt cắt 1-1 đứng yên và mặt cắt 2-2 bị trượt như thế các điểm A, B, C, D lần lượt trượt đến A', B', C', D' (h. 8.3b). Theo hình vẽ ta có:

- (AD, AD') = $d\varphi$ góc xoắn tương đối giữa 2 mặt cắt (a)

- $A'\hat{E}A$ là góc trượt tương đối giữa 2 mặt cắt do τ_ρ gây ra (b)

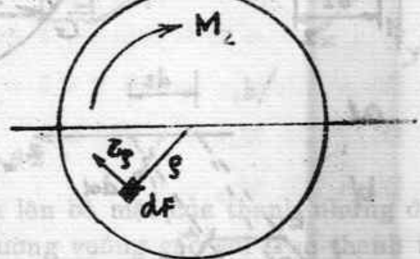
$$\gamma_p = A'\hat{E}A = tg\gamma_\rho = \frac{\overline{AA'}}{EA} = \frac{\rho d\varphi}{dz}$$

Theo định luật Hooke về trượt:

$$\tau_\rho = G\gamma_\rho \quad (c)$$

$$\tau_\rho = G\frac{d\varphi}{dz}\rho \quad (d)$$

Trong đó G là hằng số đối với từng loại vật liệu gọi là môđun đàn hồi trượt, có thứ nguyên = lực/(chiều dài)^2. τ_ρ này tác dụng trên phân tố diện tích dF quanh điểm ta khảo sát, gây ra 1 momen đối với trục z (h.8-4)



Hình 8-4

$$dM_z = \rho\tau_\rho dF \quad (e)$$

Hợp các momen vi phân dM_z này chính là momen xoắn nội lực M_z. Do đó:

$$M_z = \int_F dM_z = \int_F \rho\tau_\rho dF \quad (f)$$

Thay (d) và (f) ta được

$$M_z = G\frac{d\varphi}{dz}\int_F \rho^2 dF \quad (g)$$

Đặt $\theta = \frac{d\varphi}{dz}$: góc xoắn tỉ đối

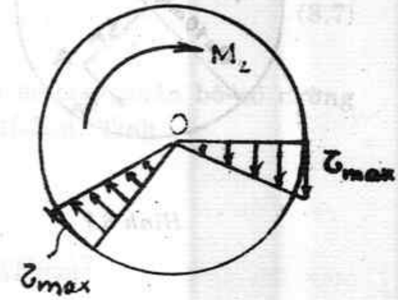
$$J_p = \int_F \rho^2 dF : \text{momen quán tính độc cực}$$

Suy ra $$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GJ_p} \quad (h)$$

Thay (h) vào (d) ta được:

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{J_p}\rho \qquad (8.3)$$

Kết quả:



Hình 8.5

+ Sự biến thiên của τ_ρ theo ρ tuân quy luật bậc nhất. Biểu đồ ứng suất tiếp như hình vẽ (h.7-4)

+ Những điểm nằm trên cùng một đường tròn thì có cùng ứng suất tiếp

+ Ứng suất tiếp cực đại nằm trên chu vi mặt cắt ngang và có trị số

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{J_p}R = \frac{M_z}{W_p} \qquad (8.4)$$

Với $W_p = \dfrac{J_p}{R}$ gọi là *momen chống xoắn* (8.5)

Với thanh tiết diện tròn:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0{,}1D^4 \rightarrow W_p = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0{,}2D^3$$

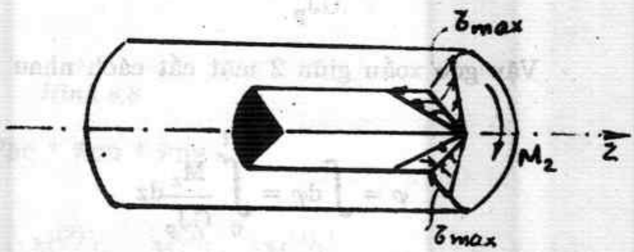
Với thanh tiết diện hình vành khăn:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32}(1-\eta^4) \rightarrow W_p \approx 0{,}2D^3(1-\eta)^4$$

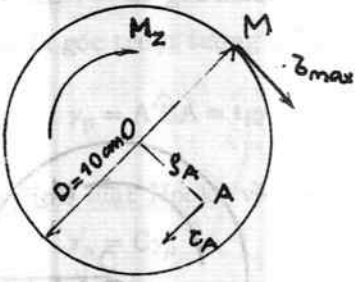
với $\eta = \dfrac{d}{D}$

+ τ_ρ cùng chiều quay với M_z

+ Theo định luật đối ứng của ứng suất tiếp, trên mặt cắt chứa trục z cũng có ứng suất tiếp với luật phân bố tương tự (xem h.8-6)



Hình 8.6



Hình 8.7

Thí dụ 2: Trên mặt cắt ngang của 1 thanh tròn đặc có tác dụng 1 momen xoắn $M_z = 20kNm$. Tính ứng suất tiếp tại M nằm trên chu vi mặt cắt ngang và tại A có khoảng cách đến tâm $\rho_A = 3cm$. Đường kính mặt cắt ngang là D = 10cm

Giải

$$J_p = 0{,}1D^4 = 0{,}1 \times 10^4 = 10^3 cm^4$$

Ứng suất tiếp tại M:

$$\tau_R = \frac{M_z}{J_p}R = \frac{20 \times 10^2}{10^3} \times \frac{10}{2} = 10KN/cm^2$$

Ứng suất tiếp tại A: $\tau_A = \dfrac{M_z}{J_p}\rho_A = \dfrac{20 \times 10^2}{10^3} \times 3 = 6KN/cm^2$

3- BIẾN DẠNG CỦA THANH TRÒN KHI XOẮN

Khi thanh tròn chịu xoắn, biến dạng của thanh được thể hiện bởi sự xoay của các mặt cắt quanh trục của nó. Góc xoay giữa 2 mặt cắt được gọi là góc xoắn của đoạn thanh giới hạn bởi 2 mặt cắt đó.

Từ công thức (h) ta suy ra góc xoắn giữa 2 mặt cắt cách nhau 1 đoạn dz là:

$$d\varphi = \frac{M_z}{GJ_p}dz$$

Vậy góc xoắn giữa 2 mặt cắt cách nhau một đoạn l là

$$\varphi = \int d\varphi = \int_0^l \frac{M_z}{GJ_p}dz \qquad (8\text{-}5)$$

trong đó GJ_p độ cứng chống xoắn

- Nếu $\dfrac{M_z}{GJ_p}$ = hằng số trong đoạn l: $\varphi = \dfrac{M_z l}{GJ_p}$ (8.6)

- Nếu $\dfrac{M_z}{GJ_p}$ thay đổi nhưng là hằng số trong từng đoạn thì:

$$\varphi = \sum \varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{zi} l_i}{G_i J_{pi}} \qquad (8.7)$$

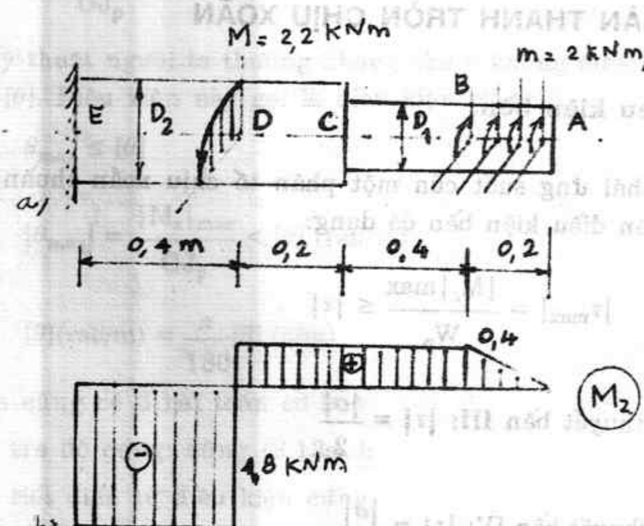
Thí dụ 3: Một trục bậc chịu tác dụng của momen phân bố có cường độ m = 2KNm/m và momen tập trung M = 2,2KNm. Tính

1- Góc xoắn tuyệt đối tại A.

2- Góc xoắn của đoạn BC.

Biết D_1 = 2cm, D_2 = 3cm, G = 8 × 10^3 KN/cm^2

Giải



Hình 8.8

1) $\varphi_A = \varphi_{AE} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DE}$

$$= \int_0^{0,2} \frac{mz}{GJ_p^{(1)}} d_z + \frac{M_z^{(2)} l_2}{GJ_p^{(2)}} + \frac{M_z^{(3)} l_3}{GJ_p^{(3)}} + \frac{M_z^{(4)} l^4}{GJ_p^{(4)}}$$

Ta tính được:

$\varphi_A = 0{,}057\text{rad}$

2) Góc xoắn của đoạn BD

$$\varphi_{BD} = \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = \frac{M_z^{(2)} l_2}{GJ_p^{(2)}} + \frac{M_z^{(3)} l_3}{GJ_p^{(3)}}$$

$$= \frac{0{,}4 \times 10^2 \times 40}{8 \times 10^3 \times 0{,}1 \times 2^4} + \frac{0{,}4 \times 10^2 \times 20}{8 \times 10^3 \times 0{,}1 \times 3^4}$$

$$= 0{,}137 \text{ rad}$$

Chú ý: Khi tính góc xoắn ta cần phải chú ý đến dấu của momen xoắn và kích thước mặt cắt ngang trong đoạn cần phải tính

4- TÍNH TOÁN THANH TRÒN CHỊU XOẮN

4-1. Điều kiện bền:

Trạng thái ứng suất của một phân tố chịu xoắn thuần túy là trạng thái trượt nên điều kiện bền có dạng:

$$|\tau_{max}| = \frac{|M_z|max}{W_p} \leq |\tau| \tag{8.8}$$

- Theo thuyết bền III: $|\tau| = \dfrac{|\sigma|}{2}$

- Theo thuyết bền IV: $|\tau| = \dfrac{|\sigma|}{\sqrt{3}}$ (8.8a)

Từ đó ta cũng có 3 bài toán cơ bản

a) Kiểm tra bền

b) Chọn tiết diện

. Tròn đặc: $W_p = 0{,}2d^3 \geq \dfrac{|M_z|max}{|\tau|} \rightarrow d = \sqrt[3]{\dfrac{|M_z|max}{0{,}2|\tau|}}$ (8.9)

- Vành khăn: $W_p = 0{,}2D^3(1 - \eta^4) \geq \dfrac{|M_z|max}{|\tau|}$

Suy ra $D = \sqrt[3]{\dfrac{|M_z|max}{0,2[\tau](1-\eta^4)}}$ (8.10)

Với $\eta = \dfrac{d}{D}$

c) Tìm tải trọng cho phép

$M_z \leq [\tau]W_p$ từ đó suy ra tải trọng (8.11)

4-2. Điều kiện cứng:

Theo (h) trong 2, ta có góc xoắn tỉ đối hay góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau 1 đơn vị chiều dài là:

$$\theta = \frac{M_z}{GJ_p} \tag{8.12}$$

Trong kỹ thuật người ta thường khống chế θ không được lớn hơn 1 trị số cho phép $[\theta]$. Điều kiện này gọi là điều kiện cứng:

$$\theta_{max} \leq [\theta] \tag{8.13a}$$

hay $$|\theta_{max}| = \frac{|M_z|_{max}}{GJ_p} < [\theta] \text{ (rad/m)} \tag{8.13b}$$

$$[\theta](\text{rad/m}) = \frac{\pi}{180}[\theta] \text{ (o/m)}$$

Từ đó ta cũng có 3 bài toán cơ bản

a) Kiểm tra độ cứng: dùng (8.13a, b)

b) Chọn tiết diện từ điều kiện cứng

- Tiết diện tròn đặc: Từ $J_p \approx 0,1d^4 \geq \dfrac{[M_z]}{G[\theta]}$ (8.14)

ta suy ra $d \geq \sqrt[4]{\dfrac{|M_z|}{0,1\,G\,[\theta]}}$ (8.15)

Tiết diện vành khăn: $J_p = 0,1D^4(1-\eta^4) \geq \dfrac{|M_z|}{G[\theta]}$ (8.16)

ta suy ra $D \geq \sqrt[4]{\dfrac{|M_z|}{0,1G[\theta](1-\eta^4)}}$ (8.17)

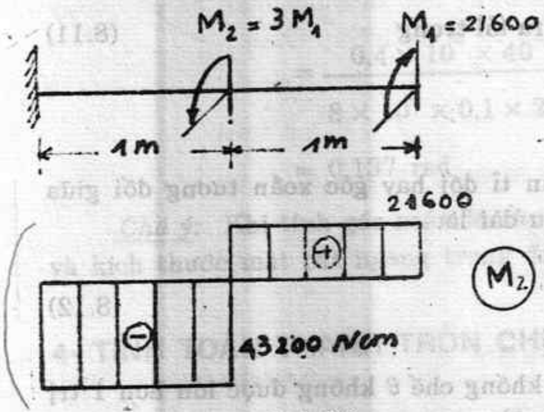
c) Chọn tải trọng cho phép

$$M_z \le [\theta]GJ_p \qquad (8.18)$$

Thí dụ 4: Xác định đường kính d_1 của 1 trục truyền chịu xoắn như hình vẽ. Cho biết ứng suất cho phép $[\tau] = 4500\text{N/cm}^2$, góc xoắn tỷ đối cho phép $[\theta] = \frac{1}{4}$ o/m và $G = 8 \times 10^6\text{N/cm}^2$

Sau đó giả thiết trục truyền có mặt cắt ngang là hình vành khăn, hãy xác định D và d. Cho biết $\eta = \frac{d}{D} = 0{,}7$. So sánh sự tiết kiệm vật liệu trong hai trường hợp trên.

Xác định góc xoắn tương đối giữa 2 mặt cắt ngang A, B.



Hình 8.9

k- cộng lại
mà tổng độ đều tuyệt đối như nhau

Giải

Ta vẽ được biểu đồ momen xoắn nội lực như hình vẽ.

1) Trường hợp cắt ngang hình tròn đặc.

Theo điều kiện bền, từ (8.9) ta có:

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{|M|_{zmax}}{0{,}2[\tau]}} \quad \text{với} \begin{cases} |M_z|_{max} = 43200\text{Ncm} \\ [\tau] = 4500\text{N/cm}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 \ge 3{,}65 \text{ cm}$$

Theo điều kiện cứng, từ (8.15) ta có :

$$d_1 \ge \sqrt[4]{\frac{|M_z|_{max}}{0{,}1G[\theta]}} \quad \text{với} \begin{cases} |M_z|_{max} = 43200\text{Ncm} \\ G = 8 \times 10^6\text{N/cm}^2 = 8 \times 10^{10}\text{ N/m}^2 \\ [\theta] = \frac{1}{4}\text{ o/m} = \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{4}\text{ rad/m} = \frac{10^{-2}\pi}{180 \times 4}\text{ rad/cm} \end{cases}$$

$$d_1 \ge \sqrt[4]{\frac{43200 \times 180}{0{,}1 \times \pi \times \frac{1}{4} \times 8 \times 10^6 \times 10^{-2}}} = 5{,}95\text{cm}$$

Vậy để thỏa mãn cả 2 điều kiện bền và cứng ta chọn $d_1 = 6\text{cm}$.

rỗng, đg kính lớn hơn → ít chịu xoắn hơn (so với trục đặc)

2. Mặt cắt ngang hình tròn rỗng (hình vành khăn)

Từ điều kiện bền, theo (8.10) ta có: $D \geq \sqrt[3]{\dfrac{|M_z|_{max}}{0,2[\tau](1-\eta^4)}} = 3,98\text{cm}$

Từ điều kiện cứng theo (8.17) ta có:

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{43200 \times 10^2}{0,1 \times 8 \times 10^6 \times \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{4}(1-0,7^4)}} = 6,38 \text{ cm}$$

Vậy phải chọn đường kính ngoài D = 6,4 cm. Đường kính bên trong sẽ là $d = 0,7D \approx 4,5$ cm

Để đánh giá mức độ tiết kiệm, ta tính diện tích của mặt cắt thanh trong 2 trường hợp:

- Thanh tròn đặc: $F_1 = \dfrac{\pi d_1^2}{4} = \dfrac{\pi \times 6^2}{4} = 28,27\text{cm}^2$

- Thanh tròn rỗng: $F_2 = \dfrac{\pi D^2}{4}(1-\eta^2) = \dfrac{\pi \times 6,4^2}{4}(1-0,7^2) = 16,4\text{cm}^2$

Ta nhận thấy nếu dùng thanh tròn rỗng thì tiết kiệm hơn.

Góc xoắn tương đối giữa 2 mặt cắt ngang A và B trong trường hợp thanh đặc là:

$$\varphi_{AB} = \frac{M_1 l_1}{GJ_p} - \frac{2M_1 l_2}{GJ_p} = -\frac{21600 \times 100}{8 \times 10^6 \times 0,1 \times 4^4} = \frac{-21,6}{8 \times 4^4} = -0,0105 \text{ rad}$$

Thí dụ 5: Một động cơ điện A truyền sang puli của trục I công suất N_1 = 20KW. Các puli 2, 3, 4 nhận được các công suất N_2 = 15KW, N_3 = 2KW, N_4 = 3KW. Các puli của trục II: N_5 = 7KW , N_6 = 4KW, N_7 = 4KW.

Xác định đường kính của 2 trục, biết $[\tau] = 3000\text{N/cm}^2$, $[\theta] = 0,25$ o/m D = 200mm, D_1 = 400mm, D_2 = 200mm, D_3 = 600mm

Vận tốc của trục động cơ n = 1000 vòng/phút

Giải

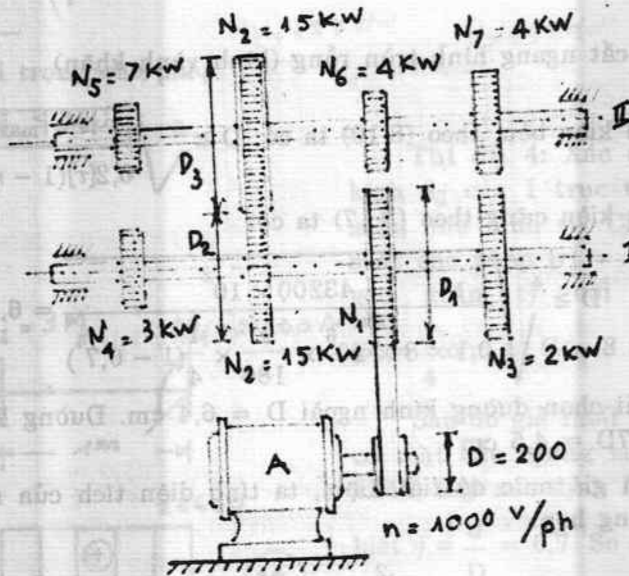
Số vòng quay của trục I

$$n_1 = n\frac{D}{D_1} = 1000 \times \frac{200}{400} = 500 \text{ vòng/phút.}$$

Vận tốc gốc của trục 1:

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{\pi \times 500}{30} = 52,3 \text{ rad/s}$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{D'}{D}$$



Hình 8.10

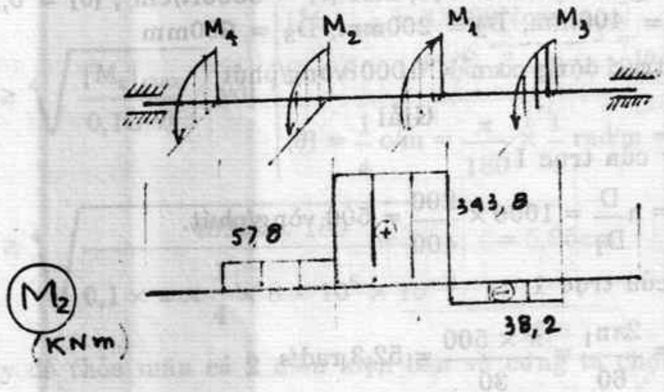
Mặt khác theo công thức W = Mω ta suy ra:

$$M_1 = \frac{W_1}{\omega_1} = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{20 \times 10^3}{52,3} = 382\text{Nm}$$

$$M_2 = \frac{N_2}{\omega_1} = \frac{15 \times 10^3}{52,3} = 286 \text{ Nm}$$

$$M_3 = \frac{N_3}{\omega_1} = \frac{2 \times 10^3}{52,3} = 38,2 \text{ Nm}$$

$$M_4 = \frac{N_4}{\omega_1} = \frac{3 \times 10^3}{52,3} = 57,8 \text{ Nm}$$



Hình 8.11

Đối với trục I, momen M_1 là động còn các momen M_2, M_3, M_4 là các momen thụ động nên sơ đồ chịu lực và momen xoắn của trục I như sau:

$$M_z^{Imax} = 343{,}8\text{Nm}$$
$$= 34380\text{Ncm}$$

Đường kính trục theo điều kiện bền

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0{,}2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{34380}{0{,}2 \times 3000}} = 3{,}85\text{cm}$$

Theo điều kiện cứng

$$d_1 \geq \sqrt[4]{\frac{M_{zmax}^{I}}{0{,}1G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{34380}{0{,}1 \times (8 \times 10^6) \times \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}\right)}} = 5{,}6\text{cm}$$

Số vòng quay của trục II:

$$n_2 = n_1 \frac{D_2}{D_3} = 500 \times \frac{200}{600} = 167 \text{ vòng/phút}$$

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3{,}1416 \times 167}{30} = 17{,}5 \text{ rad/giây}$$

Momen tác động ở các puli trục II

$$M_2 = \frac{N_2}{\omega_2} = \frac{15 \times 10^3}{17{,}5} = 856\text{Nm}$$

$$M_5 = \frac{N_5}{\omega_2} = \frac{7 \times 10^3}{17{,}5} = 400\text{Nm}$$

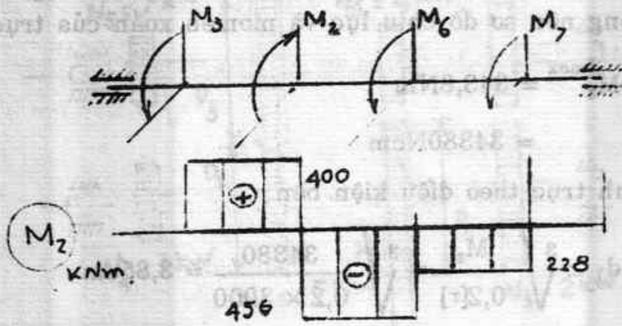
$$M_6 = \frac{N_6}{\omega_2} = \frac{4 \times 10^3}{17{,}5} = 228 \text{ Nm} = M_7$$

Sơ đồ chịu lực và momen xoắn (hình 8-12)

$$M_{zmax}^{II} = 456\text{Nm} = 45600\text{Ncm}$$

Đường kính trục theo điều kiện bền

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{45600}{0{,}2 \times 3000}} \; 4{,}25\text{cm}$$



Hình 8-12

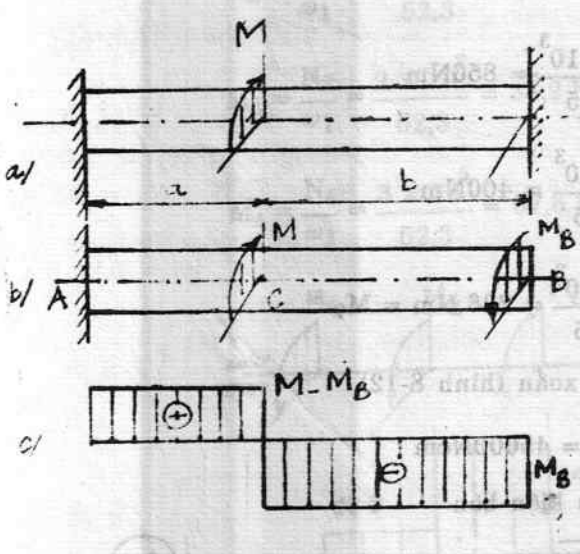
Theo điều kiện cứng

$$d_2 \geq \sqrt[4]{\frac{45600}{0,1 \times (8 \times 10^6) \times \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}\right)}} = 5,9\text{cm}$$

Kết luận: Đường kính trục I: $d_1 = 5,6$cm

Đường kính trục II: $d_2 = 5,9$cm

5- BÀI TOÁN SIÊU TĨNH



Hình 8-13 a/ Sơ đồ kết cấu; b/ Hệ tĩnh định tương đương; c/ Biểu đồ nội lực

- Giả sử có 1 thanh chịu xoắn hình vẽ (h.8-13a). Với bài toán này ta có 2 momen phản lực liên kết trong khi chỉ có một phương trình cân bằng tĩnh học $\sum M/z = 0$. Do vậy ta không thể xác định được các phản lực liên kết cũng từ đó không xác định được nội lực. Bài toán như thế gọi là bài toán siêu tĩnh.

- Để giải quyết bài toán siêu tĩnh một trong các cách người ta thường dùng là tìm thêm số phương trình biến dạng bổ sung.

- Trong bài toán trên (h.8-13a) ta có phương trình cân bằng tĩnh học: giả sử biến dạng

$$\left[\sum M/z = 0\right] \rightarrow M_A + M_B - M = 0 \quad (1)$$

Tưởng tượng giải phóng liên kết tại B và thay bằng momen M_B ta được hệ tĩnh định tương đương như trên (h.8-13b). Để cho hệ tương đương này và hệ đã cho làm việc như nhau ta phải có điều kiện sau: "Góc xoắn tại B bằng 0"

$$\left[\varphi_B = \varphi_{BA} = 0\right] \rightarrow \varphi_{BA} = \varphi_{BC} + \varphi_{CA} = -\frac{M_B b}{GJ_p} + \frac{(M - M_B)a}{GJ_p} = 0 \quad (2)$$

k' biến dạng

Suy ra $M_B = \dfrac{a}{a+b}M$

$$(1) \Rightarrow M_A = \frac{b}{a+b}M$$

Sau đó ta giải bài toán như đối với hệ tĩnh định.

6- THẾ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

Chương trạng thái ứng suất ta đã có công thức tính thế năng riêng của 1 phân tố là

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]$$

Ở đây trong thanh tròn chịu xoắn thuần túy phân tố ở trạng thái trượt thuần túy (chỉ có $\tau_\rho = \dfrac{M_z}{J_p}\rho$ (8.3)), với $\sigma_1 = -\sigma_3 = \left|\tau_\rho\right|$ (3.7) nên thế năng riêng là

$$u = \frac{1}{2E}\left[\tau_p^2 + \tau_p^2 - 2\mu(-\tau_p^2)\right] = \frac{1+\mu}{E}\tau_p^2 \quad (a)$$

Ngoài ra, tương quan giữa môđuyn đàn hồi E và môđuyn trượt G là

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (b)$$

Vậy (a)thành $u = \dfrac{1}{2}\dfrac{\tau_\rho^2}{G}$. (c)

Thay (8.3) vào (c) ta được

$$u = \frac{1}{2}\frac{M_z^2}{J_p^2}\rho^2\frac{1}{G} \quad \text{(d)}$$

Thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy trong một đoạn thanh dz là

$$dU = \int_V udV = \int_F udzdF \quad \text{(e)}$$

Trong đó V là thể tích đoạn dz và dv = dF.dz.

(d) vào (e) ta được:

$$dU = \int_V \frac{1}{2}\frac{M_z^2}{J_p^2}\rho^2\frac{1}{G}dz\,dF = \frac{1}{2}\frac{M_z^2}{J_p^2}\frac{1}{G}dz\int_F \rho^2 dF$$

hay $$dU = \frac{1}{2}\frac{M_z^2}{GJ_p}dz \quad \text{(g)}$$

Vậy thế năng biến dạng đàn hồi trên cả đoạn thanh chiều dài l là

$$U = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_z^2 dz}{GJ_p} \quad (8.19)$$

Nếu thanh có M_z và GJ_p không đổi đối với z thì (8.19) có dạng

$$U = \frac{M_z^2 l}{2GJ_p} \quad (8.20)$$

Trường hợp M_z và GJ_p biến thiên theo từng đoạn thì ta có

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\int_o^{l_i}\frac{M_{zi}^2 dz}{GJ_p} \quad (8.21)$$

7- XOẮN THUẦN TÚY THANH CÓ MẶT CẮT KHÔNG TRÒN

Các kết quả nghiên cứu trong lý thuyết đàn hồi cho ta một số kết luận sau (ta chấp nhận).

- Giả thiết mặt cắt phẳng không còn đúng nữa đối với thanh có tiết diện bất kỳ (vuông, tam giác, elipse...)
- Trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất tiếp

- Các công thức để tính τ_{max}, góc xoắn tỉ đối θ và góc xoắn toàn phần φ của một thanh có chiều dài l cho bởi

$$\tau_{max} = \frac{M_{xoắn}}{W_t} \tag{8.22}$$

$$\theta = \frac{M_{xoắn}}{GJ_t} \tag{8.23}$$

$$\varphi = \frac{M_{xoắn} l}{GJ_t} \tag{8.24}$$

Trong các công thức này J_t và W_t là các đặc trưng hình học và quy ước gọi là momen quán tính và momen chống xoắn.

7-1. Tiết diện chữ nhật

Ta có $W_t = \alpha hb^2$ (8.25)

(h: cạnh dài, b: cạnh ngắn)

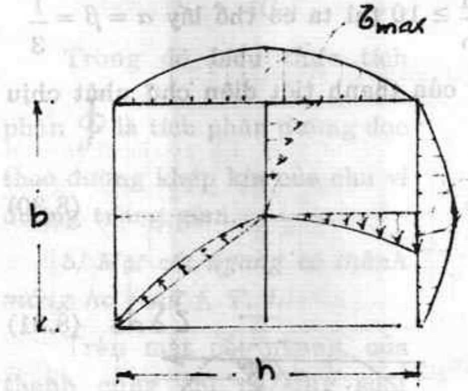
$J_t = \beta hb^3$ (8.26)

với α, β là các hệ số cho trong bảng

Quy luật phân bố của ứng suất tiếp được cho trên H-8-15. Ứng suất cực đại:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{\alpha hb^2} \tag{8.27}$$

tại trung điểm cạnh dài. Còn trung điểm cạnh ngắn có ứng suất lớn thứ hai với trị số là:



Hình .8.15

$$\tau_1 = \gamma\tau_{max} \tag{8.28}$$

trong đó γ cũng là hệ số nhỏ hơn 1, được cho trong bảng theo tỷ số $\frac{h}{b}$

Trên các đường chéo chính, luật phân bố của ứng suất là những đường cong như hình vẽ (H.8-15), ứng suất tiếp ở các góc hình chữ nhật bằng không. Ứng suất tiếp trên các chu vi có phương theo các cạnh và luật phân bố là theo đường parabôn.

- Góc xoắn tỷ đối:

$$\theta = \frac{M_z}{G\beta hb^3} \tag{8-29}$$

Các trị số của α, β và γ phụ thuộc vào tỉ số $\frac{h}{b}$ được cho dưới đây

Bảng 8-1 Bảng các hệ số α, β và γ

$\frac{h}{b}$	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,256	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
γ	1,000	0,859	0,820	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,743

Theo bảng 8-1 ta thấy khi tỷ số $\frac{h}{b} \geq 10$ thì ta có thể lấy $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$

- Điều kiện bền và điều kiện cứng của thanh tiết diện chữ nhật chịu xoắn:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{\alpha hb^2} \leq [\tau] \tag{8.30}$$

$$\theta_{max} = \frac{M_z}{\beta hb^3 G} \leq [\theta] \tag{8.31}$$

Hình 8.16

7-2. Xoắn thanh có thanh mỏng hở và kín

Trong kỹ thuật người ta rất hay dùng những thanh có thành mỏng. Có 2 loại: loại mặt cắt ngang mỏng kín (hình 8-16) và loại mặt cắt ngang có thành mỏng hở (h.8-17). Cũng như thanh có mặt cắt là hình chữ nhật, khi chịu xoắn mặt cắt ngang của thanh không còn phẳng nữa. Ta có các công thức tính ứng suất và biến dạng như sau:

a/ Mặt cắt ngang là thành mỏng kín. Dưới tác dụng của momen xoắn trên mặt cắt ngang của thanh cũng chỉ có ứng suất tiếp.

Sự phân bố của ứng suất tiếp đó được xem là phân bố đều theo bề dày δ và trị số tại 1 điểm bất kỳ được tính bằng công thức Bredt.

$$\tau = \frac{M_z}{2\omega\delta} \tag{8.32}$$

trong đó ω là diện tích giới hạn bởi đường trung bình của tiết diện thành mỏng, δ là bề dày của thành.

Ứng suất tiếp lớn nhất là ứng suất tại nơi nào có bề dày thanh nhỏ nhất.

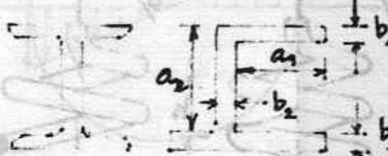
Góc xoắn tỷ đối được tính theo công thức

$$\theta = \frac{M_z}{4G\omega^2} \oint \frac{dS}{\delta} \tag{8.33}$$

Trong đó biểu thức tích phân $\oint$ là tích phân đường dọc theo đường khép kín của chu vi đường trung gian.

b/ Mặt cắt ngang có thành mỏng hở (chữ [, T, L)

Trên mặt cắt ngang, của thanh cũng chỉ có ứng suất tiếp. Giả sử mặt cắt ngang gồm nhiều hình chữ nhật hẹp ghép lại (H.8-17)



Hình 8.17

Gọi a_i và b_i là bề dài và bề rộng của dải chữ nhật hẹp thứ i nào đó. Ứng suất tiếp lớn nhất là ứng suất tại điểm giữa của cạnh dài a_i, và được tính bằng công thức.

$$\tau_{max}^{(i)} = \frac{M_z}{J_{xoắn}} \cdot b_i \tag{8.34}$$

trong đó $\quad J_{xoắn} = \eta \cdot \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} a_i b_i^3 \quad$ (8.35)

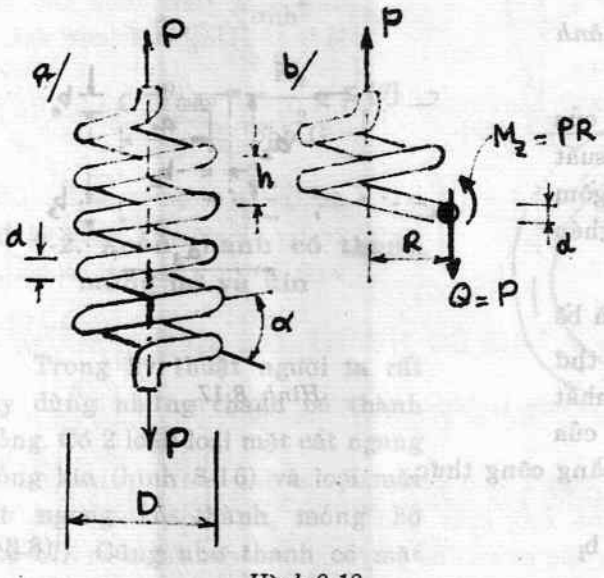
Hệ số η được tra theo bảng sau đây.

Dạng mặt cắt	Trị số η
Thép L	1,00
Thép I	1,20
Thép T	1,15
Thép [	1,12

Góc xoắn tỷ đối được tính theo công thức:

$$\theta = \frac{M_z}{GJ_{xoắn}} \quad (8.36)$$

8- TÍNH LÒ XO XOẮN ỐC HÌNH TRỤ BƯỚC NGẮN



Hình 8.18

+ Lò xo là một loại chi tiết máy được dùng rộng rãi trong kỹ thuật, thí dụ trong các bộ phận của máy hoặc trong các công trình cần tránh chấn động, các thiết bị bảo vệ của những máy chịu áp lực cao.

+ Ta sẽ tính toán 1 lò xo hình trụ như hình vẽ (H.8-18a) với

- h là bước của lò xo
- D là đường kính trung bình của lò xo
- d là đường kính của dây lò xo

- α là góc nghiêng của các dây lò xo

- n là số vòng dây làm việc của lò xo

Tưởng tượng cắt lò xo bằng 1 mặt cắt đi qua trục lò xo chia lò xo thành 2 phần, xét sự cân bằng của phần trên chẳng hạn (H.8-18b).

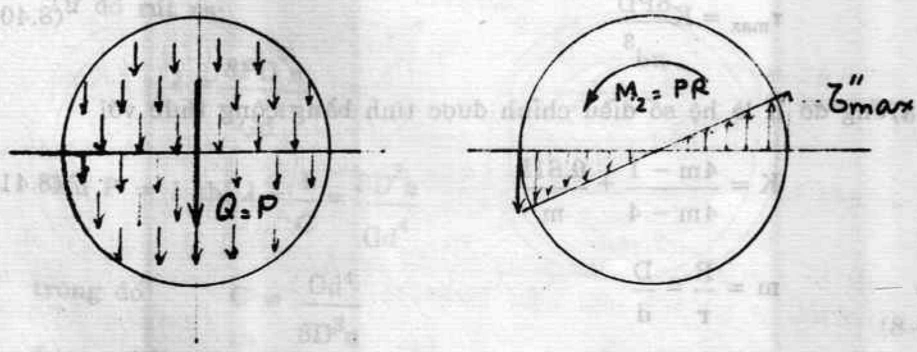
Nội lực trên mặt cắt gồm có lực cắt $Q_y = P$ và momen xoắn $M_z = PR$ như trên hình vẽ (H.8-18b). Một cách gần đúng ta có thể xem ứng suất tiếp do lực cắt Q_y gây ra trên mặt cắt là phân bố đều có phương song song với Q_y và có cường độ là:

$$\tau_Q = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2}$$

và ứng suất tiếp do momen xoắn M_z gây ra tại một điểm bất kỳ cách trọng tâm mặt cắt 1 khoảng cách được tính bởi công thức.

$$\tau_M = \frac{M_z}{J_p}\rho = \frac{P \, . \, R}{J_p}\rho$$

Quy luật phân bố của ứng suất tiếp do Q_y và M_z được biểu diễn trên H 8-19a, b



Hình 8.19

Vậy ứng suất tại một điểm nào đó trên mặt cắt là tổng hình học của hai thành phần ứng suất tiếp đó. Ứng suất tiếp lớn nhất xảy ra tại điểm

A trên chu vi mép trong của mặt cắt và có trị số.

$$\tau_{max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{16PR}{\pi d^3} = \frac{16PR}{\pi d^3}\left(1 + \frac{d}{4R}\right) \tag{8.37}$$

hoặc thay $R = \dfrac{D}{2}$ ta được $\tau_{max} = \dfrac{8PD}{\pi d^3}\left(1 + \dfrac{d}{2D}\right)$ (8.38)

Trong thực tế đường kính của dây lò xo thường bé hơn đường kính trung bình của dây rất nhiều nên $\dfrac{d}{4R} << 1$ và ứng suất cực đại có thể được xác định với 1 độ chính xác vừa phải bằng công thức

$$\tau_{max} = \frac{16PR}{\pi d^3} = \frac{8PD}{\pi d^3} \tag{8.39}$$

So sánh với (8.38) ta thấy trường hợp này đã bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt. Ngoài ra quá trình tính toán kể trên đã không kể đến độ cong của dây nên kết quả chỉ gần đúng.

Để kể đến ảnh hưởng của lực cắt và các yếu tố khác (như độ cong của dây, biến dạng dọc trục v.v...) người ta viết (8.39) dưới dạng:

$$\tau_{max} = K\frac{8PD}{\pi d^3} \tag{8.40}$$

trong đó K là hệ số điều chỉnh được tính bằng công thức với

$$K = \frac{4m - 1}{4m - 4} + \frac{0,615}{m} \tag{8.41}$$

với $m = \dfrac{R}{r} = \dfrac{D}{d}$

Bảng các trị số của k

$\frac{R}{r}$	3	4	5	6	7	8	9	10
K	1,58	1,40	1,31	1,25	1,21	1,18	1,16	1,14

* Điều kiện bền của lò xò: $\tau_{max} \le [\tau]$ (8.42)

* Độ giãn của lò xo:

Gọi λ là độ co hay giãn của lò xo do lực P gây nên. Công của ngoại lực trên biến dạng đó là:

$$A = \frac{1}{2}.P.\lambda \tag{a}$$

Trị số công này phải bằng thế năng biến dạng đàn hồi U tích lũy trong lò xo. Mặt khác ta có thể tính thế năng U theo công thức (8-20)

$$U = \frac{1}{2}\frac{M_z^2 l}{GJ_p} \tag{b}$$

Vậy ta có đẳng thức:

$$A = U \Rightarrow P\lambda = \frac{M_z^2 l}{GJ_p} \tag{c}$$

trong đó l là chiều dài lò xo và nếu gọi n là số vòng làm việc của lò xo ta có thể tính với công thức:

$$l = \pi Dn \tag{d}$$

Thay trị số của l và M_z vào (c) ta được

$$P\lambda = \frac{8P^2D^3n}{Gd^4}$$

Từ đó rút ra:

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4} \tag{8.43}$$

Nếu P = 1 thì $\lambda = \frac{1}{C} = \frac{8D^3n}{Gd^4}$

trong đó $$C = \frac{Gd^4}{8D^3n} \tag{8-44}$$

được gọi là *độ cứng* của lò xo, được tính bằng N/m hay MN/m. Từ đó ta có thể viết (8.43) dưới dạng

$$\lambda = \frac{P}{C} \tag{8.44a}$$

Thí dụ 6: Kiểm tra độ bền của một lò xo hình trụ, dây lò xo có mặt cắt ngang là tròn, lực kéo tác dụng lên lò xo là $P = 3.10^3$N. Đường kính trung bình của lò xo là D = 0,2m. Đường kính của dây làm lò xo $d = 2.10^{-2}$ m. Số vòng làm việc của lò xo là n = 18, $[\tau] = 2{,}5\times10^8$ N/m^2. $G = 8\times 10^{10}$ N/m^2. Tính độ giãn của lò xo.

Bài giải

Ứng suất tiếp cực đại trong lò xo được tính với công thức (8.39) là:

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} = \frac{8 \times 3 \times 10^3 \times 0,2}{\pi \times (0,02)^3} = 1,91 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

Nếu tính bằng công thức (8-40), với $\frac{D}{d} = 10$, $K = 1,14$ ta có

$$\tau_{max} = K \cdot 8\frac{PD}{\pi d^3} = 1,14 \times 1,91 \times 10^8 = 2,18 \times 10^8 \text{N/m}^2 < [\tau]$$

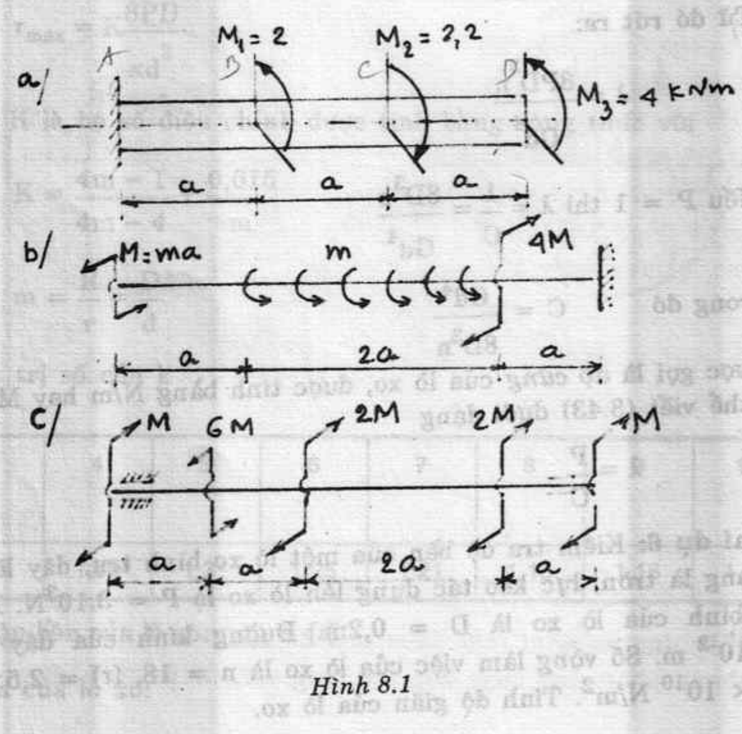
Vậy lò xo đảm bảo được điều kiện bền.

Độ giãn của lò xo được tính theo công thức (8.43)

$$\lambda = \frac{8PD^3 n}{Gd^4} = \frac{8 \times 3 \times 10^3 \times (0,2)^3 \times 18}{8 \times 10^{10} \times (0,02)^4} = 0,27\text{m}$$

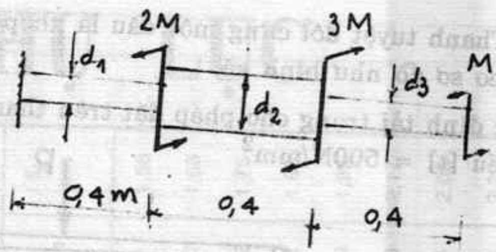
BÀI TẬP CHƯƠNG VIII

1. Vẽ biểu đồ momen xoắn



Hình 8.1

2. Xác định kích thước mặt cắt ngang để đảm bảo điều kiện bền và tính góc xoắn toàn phần



Hình 8.2

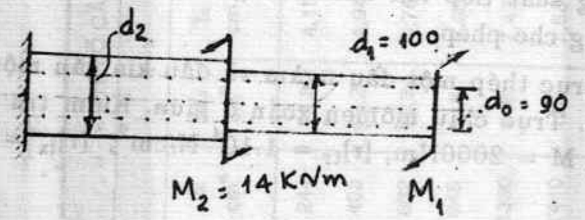
Cho

M = 100 KNm

$[\tau] = 40\ MN/m^2$

$G = 8 \times 10^4\ MN/m^2$

3. Xác định đường kính d_2 theo điều kiện bền đều trên toàn bộ các mặt cắt của thanh nếu biết ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt phần phải thanh bằng $40N/mm^2$



Hình 8.3

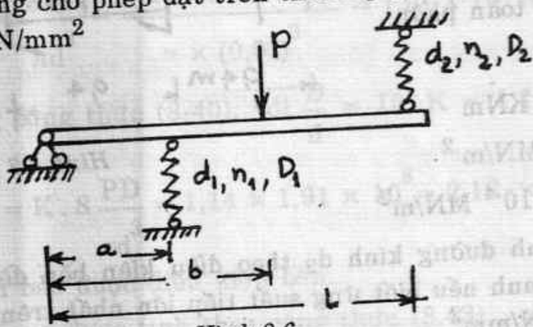
4. Trục truyền công suất N = 80 mã lực, vật liệu trục có $[\tau] = 300KG/cm^2$; $[\theta] = 0{,}4\frac{rad}{m}$; $G = 8.10^5\ KG/cm^2$. Với vận tốc góc bằng bao nhiêu thì đường kính của nó xác định từ tính toán về độ bền và độ cứng bằng nhau? ĐS:n = 79 vòng/phút (ω = 8,28 rad/s)

5. Vẽ biểu đồ mômen xoắn khi biểu thị các tung độ của nó theo m. Tìm giá trị cho phép của m theo điều kiện bền nếu $[\tau] = 700KG/cm^2$, $G = 8.10^5\ KG/cm^2$

Hình 8.5

6. Thanh tuyệt đối cứng một đầu là khớp cố định và được đỡ bằng hai lò xo theo sơ đồ như hình vẽ.

Xác định tải trọng cho phép đặt trên thanh [P] theo điều kiện bền của lò xo, nếu $[\tau] = 500N/mm^2$

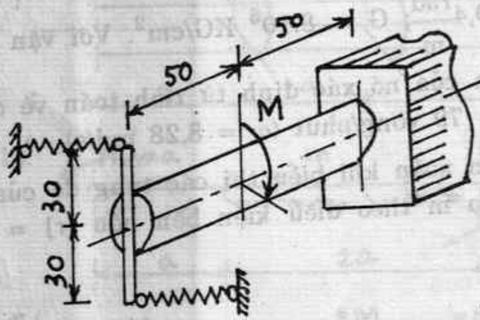


Hình 8.6

Tính ứng suất tiếp lớn nhất trong các dây lò xo khi chịu tải trọng bằng tải trọng cho phép.

7. Một trục thép một đầu ngàm và đầu kia gắn một thanh cứng nối với hai lò xo. Trục chịu mômen xoắn ở giữa. Kiểm tra độ bền của lò xo và trục, biết M = 2000Nm, $[\tau]_{tr} = 1.10^4\ N/cm^2$, $[\tau]_{lx} = 2.5 \times 10^4 N/cm^2$, d_{tr} = 5cm

Kích thước lò xo D = 6cm, d = 1cm, n = 8



Hình 8.7

PHỤ LỤC

BẢNG PHỤ LỤC

THÉP DÁT

Mặt cắt chữ I

ГОСТ 8239-58

THÉP DÁT ĐỊNH HÌNH

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC						
									x - x				y - y		
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
10	111	100	70	4,5	7,2	7,0	3,0	14,2	244	48,8	4,15	28,0,	35,3	10	1,58
12	130	120	75	5,0	7,3	7,5	3,0	16,5	403	62,2	4,94	38,5	43,8	11,7	1,63
14	148	140	82	5,0	7,5	8,0	3,0	18,9	632	90,3	5,78	51,5	58,2	14,2	1,75
16	169	160	90	5,0	7,7	8,5	3,5	21,5	945	118	6,63	67,0	77,6	17,2	1,90
18	187	180	95	5,0	8,0	9,0	3,5	23,8	1330	148	7,47	83,7	94,8	19,9	1,99
18a	199	180	102	5,0	8,2	9,6	3,5	25,4	1440	160	7,53	90,4	119	23,3	2,17
20	207	200	100	5,2	8,2	9,5	4,0	26,4	1810	181	8,27	102	112	22,4	2,06
20a	222	200	110	5,2	8,3	9,5	4,0	28,3	1970	197	8,36	111	148	27,0	2,29

Chú thích: Chúng tôi giới thiệu thêm ГОСТ-8239-58* để tham khảo.

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC						
									x - x				y - y		
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
22	237	220	110	5,3	8,6	10,0	4,0	30,2	2530	230	9,14	130	155	28,2	2,26
22a	254.	220	120	5,3	8,8	10,0	4,0	32,4	2760	251	9,23	141	203	23,8	2,50
24	273	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	294	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	315	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	339	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	365	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	392	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	422	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	486	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	561	400	155	8,0	13,0	15,0	6,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	75,9	3,05
45	652	450	160	8,6	14,2	16,0	7,0	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	761	500	170	9,3	15,2	17,0	7,0	96,9	39120	1560	20,1	899	1040	122	3,28
55	886	550	180	10,0	16,5	18,0	7,0	113	54810	1990	20,2	1150	1350	150	346
60	1030	600	190	10,8	17,8	20,0	8,0	131	75010	2500	23,9	1440	1720	181	362
65	1190	650	200	11,7	19,2	22,0	9,0	151	100840	3100	25,8	1790	2170	217	3,79
70	1370	700	210	12,7	20,8	24,0	10,0	174	133890	3830	27,7	2220	2730	260	3,96
70a	1580	700	210	15,0	24,0	24,0	10,0	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	1840	700	210	17,5	28,2	24,0	10,0	234	175350	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

Mặt cắt chữ I

ГОСТ 8239-58*

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC						
									x - x				y - y		
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
10	94,6	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	115,0	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	4,38
14	137,0	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	159,0	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	409	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	184,0	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,3	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	199,0	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,80	2,12
20	210,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,10	2,07
20a	227,0	200	110	5,2	8,5	9,5	4	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,20	2,32
22	240,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,60	2,27
22a	258,0	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,30	2,50
24	273,0	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,50	2,37
24a	294,0	240	425	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,10	178	260	41,60	2,63
27	315,0	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC						
									x - x				y - y		
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
27a	330,0	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	365,0	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	392,0	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	422,0	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	486,0	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	561,0	400	155	8,0	13,0	15	6	71,4	18930	947	16,3	540	668	85,9	3,05
45	652,0	450	160	8,6	14,2	16	7	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	708,0	500	170	9,5	15,2	17	7	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26
55	898,0	550	180	10,3	16,5	18	7	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44
60	1040	600	190	11,1	17,8	20	8	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60
65	1200	650	200	12,0	19,2	22	9	153	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77
70	1380	700	210	13,0	20,8	24	10	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94
70a	1580	700	210	15,0	24,0	24	10	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	1840	700	210	17,5	28,2	24	10	234	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

THÉP DÁT

Mặt cắt chữ [

ГОСТ 8240-56

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							z_o cm
									x - x				y - y			
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm	
5	54,2	50	37	4,5	7,0	6,0	2,5	6,90	26,4	10,4	1,94	6,36	8,41	3,59	1,10	1,36
6,5	65,0	65	40	4,5	7,4	8,0	6,0	2,5	8,28	54,5	16,8	2,57	10,0	11,9	4,58	1,20
8	77,8	80	45	4,8	7,4	6,5	2,5	9,91	99,9	25,0	3,17	14,8	17,8	5,89	1,34	1,48
10	92,0	100	50	4,8	7,5	7,0	3,0	11,7	187	37,3	3,99	21,9	25,6	7,42	1,48	1,55
12	108,0	120	54	5,0	7,7	7,5	3,0	13,7	313	52,2	4,78	30,5	34,4	9,01	1,58	1,59
14	123,0	140	58	5,0	8,0	8,0	3,0	15,7	489	69,8	5,59	40,7	45,1	10,9	1,70	1,66
14a	132,0	140	62	5,0	8,5	8,0	3,0	16,9	538	76,9	5,65	44,6	56,6	13,0	1,83	1,84

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							z_o cm
									x - x				y - y			
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^2	J_y cm	W_y cm^3	$i_y$cm	
16	141,0	160	64	5,0	8,3	8,5	3,5	18,0	741	92,6	6,42	53,7	62,6	13,6	1,87	1,79
16a	151,0	160	68	5,0	8,8	8,5	3,3	19,3	811	101	6,48	58,5	77,3	16,0	2,00	1,98
18	161,0	180	70	5,0	8,7	9,0	3,5	20,5	1080	120	7,28	69,4	85,6	16,9	2,04	1,95
18a	172,0	180	74	5,0	9,2	9,0	3,5	21,9	1180	131	7,33	75,2	104	19,7	2,18	2,13
20	184,0	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	196,0	200	80	5,2	9,0	9,5	4,0	25,0	1660	168	8,15	95,2	137	24,0	2,34	2,27
22	200,0	220	82	5,3	9,6	10,0	4,0	26,7	2120	193	8,91	111	151	25,4	2,38	2,24
22a	225,0	220	87	5,3	10,2	10,0	4,0	28,6	2320	211	9,01	121	186	29,9	1,55	2,47
24	240,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	258,0	240	96	5,6	10,7	10,5	4,0	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	277,0	270	96	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	318,0	300	100	6,5	11,0	12	5,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	365,0	330	105	7,0	11,7	13	5,0	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	410,0	360	110	7,5	12,6	14	6,9	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	483,0	400	115	8,0	13,5	15	6,0	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Mặt cắt chữ [
ГОСТ 8240-56*

Số hiệu mặt cắt N°	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	KÍCH THƯỚC THEO mm						Diện tích mặt cắt cm^2	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							z_o cm
									x - x				y - y			
		h	b	d	t	R	r		J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	$i_y$cm	
5	48,4	50	32	4,4	7,0	6	2,5	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	59,0	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	70,5	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,08	89,4	72,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	85,9	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,90	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	104,0	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	123,0	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	133,0	140	62	4,9	8,7	8	3	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,2	1,84	1,87
16	142,0	100	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
16a	153,0	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	829	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	163,0	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	174,0	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1490	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	184,0	200	76	5,2	9,0	9,5	4	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	198,0	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	210,0	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2110	192	8,89	110	151	2,51	2,37	2,21
22a	226,0	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240,0	240	90	5,6	10,0	10,3	4	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	258,0	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	277,0	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4100	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	3180	300	100	6,5	11,0	12	5	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	365,0	330	105	7,0	11,7	13	5,0	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,50
36	419,0	360	110	7,5	12,6	14	6,0	53,4	10820	601	14,2	350	542	61,7	3,10	2,68
40	483,0	400	115	8,0	13,5	15	6,0	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

THÉP DÁT

Thép góc đều cạnh

ГОСТ 8509-57

Số hiệu mặt cắt N°	KÍCH THƯỚC THEO mm				Diện tích mặt cắt cm^2	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
							x - x		$x_o - x_o$		$y_o - y_o$		$x_1 - x_1$	
	b	d	R	r			J_x cm^4	i_x cm	J_{xo} max cm^4	i_{xo} max cm	J_{yo} min cm^4	i_{yo} min cm	J_{x1} cm4	z_o cm
2	20	3	3,5	1,2	1,13	8,9	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
		4			1,46	11,5	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	11,2	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73
		4			1,86	14,6	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76
2,8	28	3	4	1,3	1,62	12,7	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	14,6	1,77	0,97	2,8	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89
		4			2,43	19,1	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94
3,6	36	3	4,5	1,5	2,10	16,5	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99
		4			2,75	21,6	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	8,24	1,04

Số hiệu mặt cắt N°	KÍCH THƯỚC THEO mm				Diện tích mặt cắt cm^2	Trong lượng trên 1m tính bằng N	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
							x - x		x_o - x_o		yo - y_o		x1 - x_1	
	b	d	R	r			J_x cm^4	i_x cm	J_{x_o} max cm^4	i_{x_o} max cm	J_{y_o} min cm^4	i_{y_o} min cm	J_{x1} cm4	z_o cm
4	40	3	5	1,7	2,35	18,5	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09
		4			3,08	24,2	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13
4,5	45	3	5	1,7	2,65	20,8	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	27,3	6,63	10,5	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26
		5			4,29	33,7	8,03	12,7	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30
5,0	50	3	5,5	1,8	2,96	23,2	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4			3,89	30,5	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,90	16,6	1,38
		5			4,80	37,7	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	3,5	6	2	3,86	30,3	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50
		4			4,38	34,4	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	42,5	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	7	2,3	4,96	30,0	18,9	1,95	29,9	2,45	7,18	1,25	33,1	1,69
		5			6,13	48,1	23,1	1,94	36,6	2,44	9,25	1,25	41,5	1,74
		6			7,28	57,2	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	8	2,7	6,2	48,7	20,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5			6,86	53,8	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6			8,15	63,9	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7			9,42	73,9	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8			10,7	83,7	18,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02

Số hiệu mặt cắt N°	KÍCH THƯỚC THEO mm				Diện tích mặt cắt cm^2	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
	b	d	R	r			x - x		x_o - x_o		yo - y_o		x1 - x_1	z_o cm
							J_x cm^4	i_x cm	J_{x_o} max cm^4	i_{x_o} max cm	J_{y_o} min cm^4	i_{y_o} min cm	J_{x_1} cm4	
7,5	75	5	9	3	7,39	58,0	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6			8,78	68,9	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7			10,1	79,6	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8			11,5	90,2	59,8	2,28	94,9	2,87	21,8	1,47	113	2,15
		9			12,8	101,0	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	67,8	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6			9,38	73,6	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7			10,8	85,1	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8			12,3	96,5	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10	3,3	10,6	83,3	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7			12,3	96,4	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8			13,9	109,0	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9			15,6	122,0	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
10	100	6,5	12	4	12,8	101,0	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,08
		7,0			13,8	108,0	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8			15,6	122,0	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10			19,2	151,0	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12			22,8	179,0	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14			26,3	206,0	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16			29,7	233,0	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06

Số hiệu mặt cắt N°	KÍCH THƯỚC THEO mm				Diện tích mặt cắt cm^2	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
	b	d	R	r			x - x		x_o - x_o		y_o - y_o		x_1 - x_1	z_o cm
							J_x cm^4	i_x cm	J_{x_o} max cm^4	i_{x_o} max cm	J_{y_o} min cm^4	i_{y_o} min cm	J_{x_1} cm4	
11	110	7	12	4	15,2	119,0	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8			17,2	135,0	198	3,30	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
		8			19,7	155,0	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9			22,0	173,0	327	3,83	520	4,86	135	2,48	582	3,40
12,5	125	10	14	4,6	24,3	191,0	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12			28,9	227,0	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,33
		14			33,4	262,0	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16			37,8	296,0	530	2,78	863	5,75	224	2,44	1051	3,68
		9			24,7	194,0	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
14	140	10	14	4,6	27,3	215,0	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12			32,5	255,0	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90
		10			31,4	247,0	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30
		11			34,4	270,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35
		12			37,4	294,0	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,30
16	160	14	16	5,3	43,3	340,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47
		16			49,1	385,0	1175	4,80	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55
		18			54,8	430,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63
		20			60,4	474,0	1419	4,85	2248	6,19	589	3,12	2756	4,70

Số hiệu mặt cắt N°	KÍCH THƯỚC THEO mm				Diện tích mặt cắt cm^2	Trọng lượng trên 1m tính bằng N	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC								
							x - x		$x_o - x_o$		$y_o - y_o$		$x_1 - x_1$	z_o cm
	b	d	R	r			J_x cm^4	i_x cm	J_{x_o} max cm^4	i_{x_o} max cm	J_{y_o} min cm^4	i_{y_o} min cm	J_{x_1} cm4	
18	180	11	16	5,3	38,8	305,9	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	331,0	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89
		12			47,1	370,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	399,0	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	428,0	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
20	200	16	18	6	62,0	487,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	601,0	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	740,0	3466	6,06	5494	7,63	1432	3,91	6733	5,89
		30			111,5	876,0	4002	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07
22	220	14	21	7	60,4	474,0	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	538,0	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
		16			78,4	615,0	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75
		18			87,7	689,0	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83
		20			97,0	761,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91
25	250	22	24	8	106,1	833,0	6279	7,69	9931	0,60	2579	4,93	11464	7,00
		25			119,7	940,0	7006	7,65	11125	0,64	2887	4,91	13064	7,11
		28			133,1	1045,0	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23
		30			142,0	1114,0	8117	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	7,31

THÉP DẤT

Thép góc không đều cạnh

ГОСТ 8510-57

KÍCH THƯỚC THEO mm			Trọng lượng trên 1m tính bằng N	$\frac{R}{r}$	Diện tích mặt cắt cm^2	x_o cm	y_o cm	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
								x - x				y - y		u - u	
B	b	d						J_x cm^4	W_{xmax} cm^3	W_{xmin} cm^3	i_x cm	J_y cm^4	i_y cm	J_u cm^4	i_u cm
25	16	3	9,1	$\frac{3,5}{1,2}$	1,16	0,42	0,86	0,70	0,82	0,43	0,78	0,22	0,44	0,13	0,34
32	20	3 4	11,7 15,2	$\frac{3,5}{1,2}$	1,49 1,94	0,49 0,53	1,08 1,12	1,52 1,93	1,41 1,72	0,72 0,93	1,01 1,00	0,46 0,57	0,55 0,54	0,28 0,35	0,43 0,43
40	25	3 4	14,8 19,4	$\frac{4,0}{1,3}$	1,89 2,47	0,59 0,63	1,32 1,37	3,06 2,93	2,32 2,87	1,14 1,49	1,27 1,26	0,93 1,18	0,70 0,69	0,56 0,71	0,54 0,54
45	28	3 4	16,8 22,0	$\frac{5}{1,3}$	2,14 2,80	0,64 0,68	1,47 1,51	4,41 5,68	3,00 3,75	1,45 1,90	1,43 2,42	1,32 1,69	0,79 0,78	0,79 1,02	0,61 0,60

KÍCH THƯỚC THEO mm			Trọng lượng trên 1m tính bằng N	R/r	Diện tích mặt cắt cm^2	x_o cm	y_o cm	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
								x - x				y - y		u - u	
B	b	d						J_x cm^4	W_{xmax} cm^3	W_{xmin} cm^3	i_x cm	J_y cm^4	i_y cm	J_u cm^4	i_u cm
50	32	3 4	19,0 24,9	5,5/1,8	2,42 3,17	0,72 0,76	1,60 1,65	6,17 7,98	3,85 4,84	1,81 2,38	1,60 1,59	1,99 2,56	0,91 0,90	1,18 1,52	0,70 0,69
56	36	3,5 4 5	24,8 28,1 34,6	6,0/2,0	3,16 3,58 4,41	0,82 0,84 0,88	1,89 1,82 1,86	10,1 11,4 13,8	5,62 6,27 7,42	2,67 3,02 3,69	1,79 1,78 1,77	3,30 3,70 4,48	1,02 1,02 1,01	1,95 2,19 2,66	0,79 0,78 0,78
63	40	4 5 6 8	31,7 39,1 46,3 60,3	7,0/2,3	4,04 4,08 5,90 7,68	0,91 0,95 0,99 1,07	2,03 2,08 2,12 2,20	16,3 19,9 23,3 29,6	8,04 9,57 11,0 13,5	3,82 4,72 5,58 7,21	2,01 2,00 1,99 1,96	5,16 6,26 7,28 9,15	1,13 1,12 1,11 1,09	3,07 3,73 4,36 5,58	0,87 0,86 0,86 0,85
70	45	4,5 5	39,8 43,9	7,5/2,5	5,07 5,59	1,03 1,05	2,25 2,28	25,3 27,8	11,2 12,2	5,32 5,88	2,23 2,23	8,25 9,05	1,28 1,27	4,88 9,34	0,98 0,98
75	50	5 6 8	47,9 56,0 74,3	8/2,7	6,11 7,25 9,47	1,17 1,21 1,29	2,30 2,44 2,52	34,8 40,9 52,4	14,6 16,8 20,8	6,89 8,06 10,5	2,39 2,38 2,35	12,5 14,6 18,5	1,43 1,42 1,40	7,24 8,48 10,9	1,09 1,08 1,00
80	50	5 6	49,9 59,2	8/2,7	6,36 7,55	1,13 1,17	2,6 2,65	41,8 49,0	16,0 18,5	7,70 9,15	2,56 2,55	12,7 14,8	1,41 1,40	7,58 8,88	1,09 1,08

KÍCH THƯỚC THEO mm			Trọng lượng trên 1m tính bằng N	$\frac{R}{r}$	Diện tích mặt cắt cm^2	x_o cm	y_o cm	TRỊ SỐ CẦN TÌM ĐỐI VỚI CÁC TRỤC							
								x - x				y - y		u - u	
B	b	d						J_x cm^4	W_{xmax} cm^3	W_{xmin} cm^3	i_x cm	J_y cm^4	i_y cm	J_u cm^4	i_u cm
90	56	5,5	61,7	$\frac{9}{3,0}$	7,86	1,26	2,92	65,3	22,3	10,7	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22
		6	67,0		8,54	1,28	2,95	70,6	23,9	11,7	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22
		8	87,7		11,18	1,36	3,04	90,9	29,9	15,2	2.85	27,1	1,56	16,3	1,21
100	63	6	75,3	$\frac{10}{3,3}$	9,59	1,42	3,23	98,3	30,4	14,5	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38
		7	87,0		11,1	1,46	3,28	113	34,5	16,8	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37
		8	98,7		12,6	1,50	3,32	127	38,3	19,1	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36
		10	121,0		15,5	1,58	3,40	154	45,3	23,4	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35
110	70	6,5	89,8	$\frac{10}{3,3}$	11,4	1,58	3,55	142	40	19,1	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53
		7	96,4		12,3	1,6	3,57	152	42,6	20,4	3,52	48,7	1,99	28,8	1,53
		8	109,0		13,9	1,64	3,61	172	47,7	23,3	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52
125	80	7	110,0	$\frac{11}{3,7}$	14,2	1,8	4,01	227	65,6	26,8	4,01	73,7	2,29	43,4	1,70
		8	125,0		16	1,84	4,05	256	63,2	30,3	4,00	83	2,28	48,8	1,75
		10	155,0		19,7	1,92	4,14	312	75,5	37,4	3,98	100	2,26	59,3	1,74
		12	183,0		23,4	2,00	4,22	365	86,5	44,1	3,95	117	2,24	69,5	1,72
140	90	8	141,0	$\frac{12}{4,0}$	18	2,03	4,49	364	81,1	38,3	4,49	120	2,58	70,3	1,98
		10	175,0		22,2	2,12	4,58	444	96,9	47,1	4,47	146	2,56	85,5	1,96

KÍCH THƯỚC THEO mm			Trọng lượng trên 1m tính bằng N	$\frac{R}{r}$	Diện tích mặt cắt cm^2	x_o cm	y_o cm	TRỊ SỐ CẦN TÌM							
								x - x				y - y		u - u	
B	b	d						J_x cm^4	W_{xmax} cm^3	W_{xmin} cm^3	i_x cm	J_y cm^4	i_y cm	J_u	i
160	100	9	180,0	$\frac{13}{4,3}$	22,9	2,23	5,19	606	117	185	5,15	186	2,85	[illegible]	[illegible]
		10	198,0		25,3	2,28	5,23	667	128	243	5,13	204	2,84	121	[illegible]
		12	236,0		30	2,36	5,32	784	147	271	5,11	239	2,82	142	[illegible]
		14	273,0		34,7	2,43	5,40	897	166	299	5,08	272	2,8	162	2,16
180	110	10	222,0	$\frac{14}{4,7}$	28,3	2,44	5,88	952	162	107	5,8	276	3,42	165	2,42
		12	264,0		33,7	2,52	5,97	1123	188	116	5,77	324	3,1	194	2,40
										135					
										152					
200	125	11	274,0	$\frac{14}{4,7}$	34,9	2,79	6,5	1449	222	78,6	6,45	446	3,58	264	2,75
		12	297,0		37,9	2,83	6,54	1568	240	93,5	6,43	482	3,57	285	2,74
		14	344,0		43,9	2,91	6,62	1801	272		6,41	551	3,54	327	2,73
		16	391,0		49,8	2,99	6,71	2026	302		6,38	617	3,52	367	2,72
250	160	12	379,0	$\frac{18}{6,0}$	48,3	3,53	7,97	3147	395	56,1	8,07	1032	4,62	604	3,54
		16	499,0		63,6	3,69	8,14	4091	505	61,9	8,02	1333	4,58	781	3,50
		18	558,0		71,1	3,77	8,13	4545	552	73,5	7,99	1475	4,56	866	3,49
		20	617,0		78,5	3,85	8,31	4987	600	84,6	7,97	1613	4,53	949	3,48

MỤC LỤC

SỨC BỀN VẬT LIỆU

Tập I

Chịu trách nhiệm xuất bản :
PGS. PTS. TÔ ĐĂNG HẢI

Biên tập : ĐẶNG NGỌC
Sửa bản in : HUỲNH LƯƠNG

In 1.000 cuốn, khổ 16 x 24 cm tại Nhà in Trường Kỹ thuật nghiệp vụ công nghiệp. Giấy phép xuất bản số 290-17/CXB của Cục Xuất bản cấp ngày 9-6-1998. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 năm 1998.