

## Chương XVI

# CHUYỂN ĐỘNG CỦA NƯỚC NGÂM

### § XVI-1. CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA NƯỚC NGÂM

Nước chứa trong đất có thể ở dạng hơi, dạng mao dẫn cũng như dạng trọng lực.

Khi ở thể hơi và mao dẫn thì dạng liên kết phân tử và các dạng liên kết khác là cản trở chính cho sự di chuyển của nước dưới tác động của lực trọng trường. Chỉ có nước ở dạng trọng lực, được gọi là nước ngầm, mới chuyển động thực sự dưới tác động của lực trọng trường. Chuyển động của nước ngầm còn được gọi là *chuyển động thấm*. Chuyển động của nước ngầm trong lòng dẫn hở cũng như trong ống có thể là chuyển động ổn định, không ổn định, đều, không đều, thay đổi dần, thay đổi đột ngột, có áp, không áp, phẳng (hai chiều) và ba chiều (không gian).

Trạng thái chuyển động của nước ngầm có thể là tầng hoặc rôi.

Nếu các đặc trưng động học của chuyển động tại mỗi điểm của dòng nước ngầm không thay đổi theo thời gian thì chuyển động của dòng nước ngầm là chuyển động ổn định.

Chuyển động nước ngầm thay đổi dần được đặc trưng bằng các đường dòng có độ cong nhỏ (có thể xem chúng gần như song song), còn mặt cắt ướ́t vì thẳng góc với các đường dòng nên có thể xem là mặt phẳng, áp suất được phân bố trên mặt cắt ướ́t theo quy luật thủy tĩnh.

Nếu dòng nước ngầm chuyển động với mặt thoáng để trên đó áp suất bằng áp suất khí quyển thì chuyển động nước ngầm lúc này là chuyển động không áp.

Nếu dòng nước ngầm xảy ra trong tầng đất chứa đầy nước (tất cả các lỗ rỗng đều chứa nước), nằm kẹp giữa hai tầng đất (trên và dưới) không thấm nước, tức là đường đo áp luôn nằm cao hơn đường biên trên của tầng chứa nước, thì chuyển động của dòng nước ngầm là chuyển động có áp.

### § XVI-2. ĐẶC TÍNH THẤM CỦA ĐẤT

Độ rỗng của vật thể được định nghĩa là sự chứa một số lượng lớn các lỗ rỗng. Các lỗ rỗng này có kích thước nhỏ thua nhiều lần vật thể (hoặc là

khoảng không gian bị chiếm bởi các lỗ rỗng). Độ rỗng trong đất được chia thành các lỗ rỗng, các khe nứt và các hang hốc.

Đặc tính thấm của đất phụ thuộc vào thành phần và tính chất của đất.

Độ rỗng - tỉ số giữa thể tích rỗng  $W_R$  và thể tích đất  $W$  :

$$m = \frac{W_R}{W} \quad (1)$$

Trong cơ học đất khái niệm *hệ số rỗng*  $e$  được dùng để chỉ tỉ số giữa thể tích rỗng  $W_R$  và thể tích tổng cộng của các hạt cứng  $W_H$  :

$$e = \frac{W_R}{W_H}; \quad e = \frac{m}{1-m}; \quad m = \frac{e}{1+e}.$$

Độ rỗng luôn nhỏ hơn một, còn hệ số rỗng có thể nhỏ hơn hoặc lớn hơn một (với đất sét có thể bằng 4).

Đất còn được đặc trưng bằng *độ rỗng bề mặt*

$$m_\omega = \frac{\omega}{\Omega}, \quad (2)$$

trong đó  $\omega$  - diện tích tổng cộng của lỗ rỗng trong phạm vi diện tích  $\Omega$  của đất. Đại lượng  $m_\omega$  còn được gọi là *độ thoáng*.

Theo (1) ta được *độ rỗng trung bình* của một thể tích xác định. Để tìm *độ rỗng cục bộ* phải lấy giới hạn của (1) :

$$m_{TB} = \lim_{W \rightarrow 0} \frac{W_R}{W}$$

Giá trị trung bình của độ rỗng  $m$  bằng giá trị trung bình của bề mặt rỗng  $m_\omega$ .

Một số lỗ rỗng có thể bị khép kín, không có mối liên hệ với các lỗ rỗng khác. Nước trong các lỗ rỗng khép kín không tham gia vào chuyển động thấm. Một số lỗ rỗng có thể có chứa không khí. Có thể phân thành *độ rỗng tuyệt đối* (chung) và *độ rỗng hiệu ích*. Trong công thức (1) đại lượng  $W_R$  chỉ là thể tích của các lỗ rỗng không khép kín mà qua đó chất lỏng có thể chuyển động được.

Xét về độ lớn, lỗ rỗng và khe nứt có thể được chia ra thành loại *mao dẫn cao* (khi mà chất lỏng có thể di chuyển tự do), *mao dẫn* và *mao dẫn yếu*. Kích thước của loại lỗ rỗng mao dẫn cao - lớn hơn 0,5 mm; khe nứt mao dẫn cao - lớn hơn 0,25 mm; loại lỗ rỗng mao dẫn - từ 0,5 đến 0,002 mm, loại khe nứt mao dẫn - từ 0,25 đến 0,0001 mm. Sức căng mặt ngoài

có ảnh hưởng lớn đến sự di chuyển của chất lỏng trong các lỗ rỗng và khe nứt mao dẫn. Chất lỏng và chất khí rất khó thấm qua đất có các lỗ rỗng và khe nứt nhỏ.

Các giá trị gần đúng của độ rỗng được ghi trong bảng 1.

**Bảng 1**

Các loại đất	m	Các loại đất	m
Cuội, d = 2 ÷ 20 mm	0,3 ÷ 0,4	Á cát	0,35 ÷ 0,5
Cát, d = 0,05 ÷ 2 mm	0,3 ÷ 0,45	Sét	0,4 ÷ 0,55
Á sét	0,35 ÷ 0,45	Than bùn	0,6 ÷ 0,95

Độ nứt nẻ của đá được đặc trưng bằng *môđun nứt nẻ*  $M_T$ .  $M_T$  là tỉ số giữa chiều dài khe nứt trên 1m dài. Môđun nứt nẻ thay đổi từ giá trị nhỏ hơn 1,5 (nứt nhẹ) đến lớn hơn 30 (nứt nhiều).

*Độ nứt nẻ bề mặt :*

$$m_{\omega} = \frac{\omega_K}{\Omega},$$

trong đó  $\omega_K$  - diện tích tổng cộng các khe nứt trong phạm vi diện tích  $\Omega$  của đất.

*Vậy độ rỗng do nứt nẻ :*

$$m_K = \frac{W_K}{W},$$

Trong đó  $W_K$  - thể tích tổng cộng các khe nứt trong phạm vi thể tích  $W$  của đất. Độ rỗng do nứt nẻ  $m_K$  thay đổi trong phạm vi 0,05 ÷ 0,005.

- Cần phải lưu ý đến một số tính chất của đất khi nghiên cứu đặc tính thấm của đất thiên nhiên. Dưới tác động của nước, băng, gió và nhiệt độ, nham thạch bị phong hoá thành các loại đất thiên nhiên khác nhau. Vì vậy có thể chia đất thiên nhiên thành hai loại : đất đồng chất và đất không đồng chất.

Trong đất đồng chất, đặc tính thấm đối với mọi điểm đều như nhau. Trong đất không đồng chất, đặc tính thấm phụ thuộc vào vị trí của từng điểm.

Đất đồng chất thiên nhiên lại chia ra đất đẳng hướng và đất không đẳng hướng. Trong đất đẳng hướng, đặc tính thấm không phụ thuộc vào phương chuyển động của dòng thấm. Ngược lại trong đất không đẳng hướng đặc tính thấm lại phụ thuộc vào phương chuyển động của dòng thấm.

Đất được tạo nên bởi các hạt dạng cầu có kích thước giống nhau - đồng chất và đẳng hướng.

Đất được tạo nên bởi các hạt có dạng tương tự hình bình hành hoặc hình trụ có kích thước giống nhau - đồng chất nhưng không đẳng hướng.

Trong thiên nhiên lại thường gặp các loại đất nằm thành lớp, ở mỗi lớp, các đặc tính thấm có thể khác nhau. Các lớp đá gốc thường không thấm nước, nhưng lúc bị phá hoại thì đá trở thành thấm nước và nước sẽ chuyển động dọc các khe nứt nẻ theo những quy luật đặc biệt.

Sau đây ta chỉ nghiên cứu chuyển động nước ngầm ổn định, trong đất đồng chất, đẳng hướng bão hoà nước với  $m = m_w$  trên các tầng đất phẳng không thấm nước.

### §XVI-3. VẬN TỐC THẤM. ĐỊNH LUẬT THẤM ĐÁCXI

Vì đất có đặc tính tổng quát là các hạt đất được sắp xếp không có quy luật và rất ngẫu nhiên, dẫn đến hiện tượng các thông số của các lỗ rỗng cũng có các giá trị rất ngẫu nhiên, nên không thể dùng các phương pháp lí thuyết và thực nghiệm để mô tả chuyển động của chất lỏng trong các "kênh" rỗng hoặc trong các tổ hợp các kênh đó. Do đó ta phải sử dụng đến giá trị vận tốc trung bình mặt cắt.

Trong nghiên cứu thấm ta xem vật thể rỗng và chất lỏng tạo thành một môi trường liên tục. Do đó diện tích được xem xét có kích thước lớn hơn nhiều lần kích thước hạt và có thể cho rằng dòng nước ngầm chảy đầy toàn bộ không gian của môi trường liên tục nói trên.

Ta dùng khái niệm *vận tốc thấm* :

$$u = \frac{Q}{\Omega}, \quad (3)$$

Trong đó  $Q$  - lưu lượng đi qua diện tích  $\Omega$  của đất. Cần nhớ rằng  $\Omega = \omega_R + \omega_H$  (trong đó  $\omega_H$  - phần diện tích của  $\Omega$  đã được các hạt cứng chiếm chỗ).

Vận tốc thực chảy qua các lỗ rỗng  $u_R$  lớn hơn vận tốc thấm  $\frac{1}{m}$  lần.

Cần phải lưu ý là tích số giữa vận tốc thấm  $u$  và diện tích mặt cắt ngang  $\Omega$  bằng lưu lượng thực chảy qua mặt cắt  $\Omega$ .

Vận tốc thấm là hàm số liên tục của tọa độ ( và cả của thời gian nếu chuyển động là không ổn định). Chuyển động của chất lỏng trong đất gặp rất nhiều sức cản do chất lỏng phải di chuyển trong những "kênh" có kích thước rất nhỏ, có độ cong rất lớn, có hình dạng bất kì, có độ nhám lớn và

có những yếu tố khác làm giảm đáng kể vận tốc thấm. Do vậy trong dòng thấm cho phép xem cột nước toàn phần bằng cột  $z + \frac{P}{\rho g}$  nước đo áp, tức là có thể bỏ qua giá trị cột nước vận tốc.

Vì thế tỉ năng dòng chảy (cột nước toàn phần) :

$$H = z + \frac{P}{\rho g}$$

Dựa trên kết quả nghiên cứu dòng thấm trong cát, Đácxi đã xác định được rằng vận tốc thấm phụ thuộc bậc nhất vào độ dốc thủy lực :

$$u = kJ, \quad (4)$$

trong đó  $k$  - hệ số thấm .

Biểu thức (4) được gọi là *định luật thấm Đácxi* hoặc *định luật thấm bậc nhất*. Theo (4) tổn thất cột nước tỉ lệ bậc nhất với vận tốc thấm, tức là trạng thái chuyển động là tầng.

Vì :  $J = -\frac{dH}{ds}$

nên :

$$u = kJ = -k \frac{dH}{ds} \quad (5)$$

Do  $\frac{dH}{ds} < 0$  nên :

$$J = \frac{\left( z_1 + \frac{P_1}{\rho g} \right) - \left( z_2 + \frac{P_2}{\rho g} \right)}{l} = \frac{H_1 - H_2}{l}$$

#### § XVI-4. HỆ SỐ THẤM

Hệ số thấm bằng vận tốc thấm khi  $J = 1$ . Hệ số đó phụ thuộc vào tính chất của môi trường thấm (hình dạng, kích thước; tình trạng sắp xếp của các hạt cứng v.v...), vào độ nhiễm mặn của đất và vào độ nhớt của chất lỏng (tức là vào nhiệt độ của nước). Hệ số thấm có thể thay dưới tác dụng của trường điện lực và trường nam châm.

Các giá trị gần đúng của hệ số thấm được ghi trong bảng 2 .

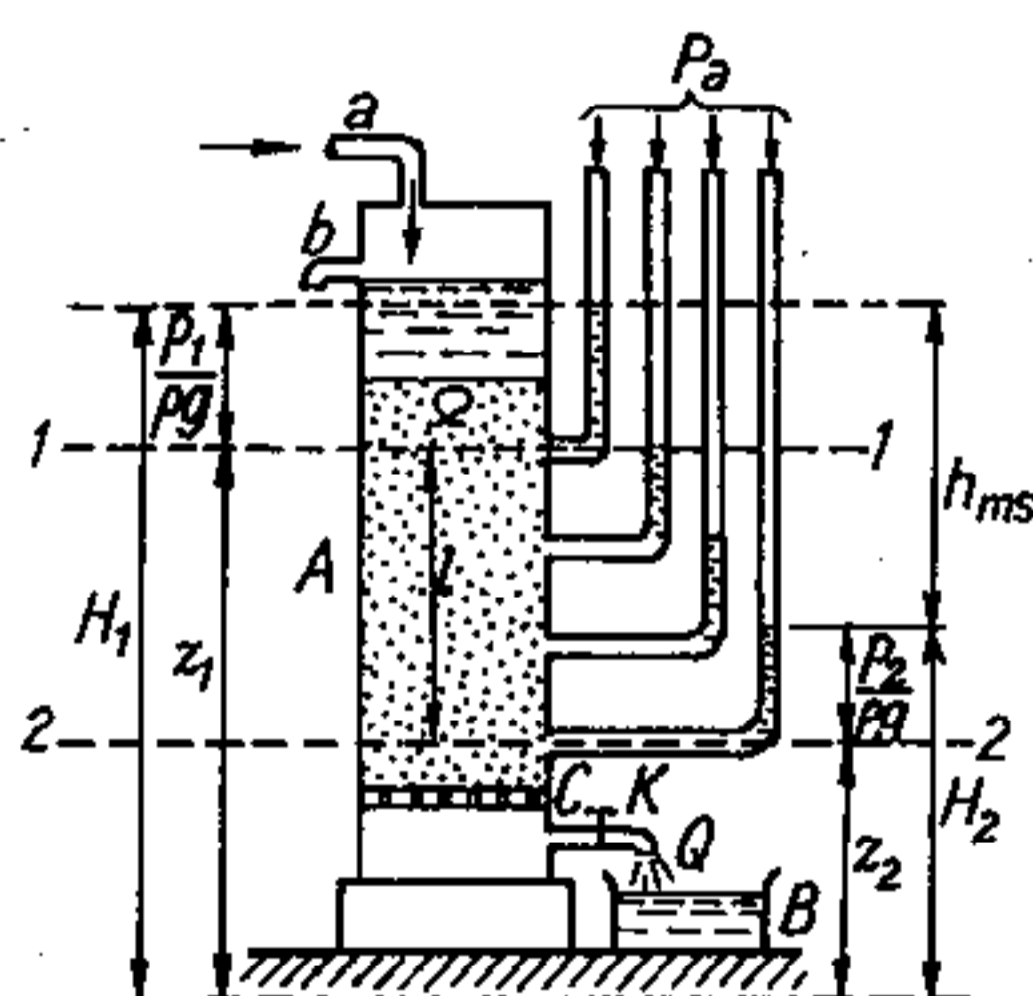
Hệ số thấm được xác định bằng giá trị trung bình của kết quả nghiên cứu trong phòng thí nghiệm và ngoài hiện trường trong cùng điều kiện.

Hệ số thấm của đất không dính được xác định bằng thiết bị thí nghiệm thấm Đácxi.

**Bảng 2**

Các loại đất	k, m/ ngày đêm
Sét	0,001
Á sét nặng	0,05
Á sét nhẹ	0,05 ÷ 0,1
Á cát	0,1 ÷ 0,5
Hoàng thổ	0,25 ÷ 0,5
Cát bụi	0,5 ÷ 1,0
Cát hạt nhỏ	1 ÷ 5
Cát hạt trung bình	5 ÷ 20
Cát hạt lớn	20 ÷ 50
Cuội	20 ÷ 150
Sỏi	100 ÷ 500
Sỏi lớn không lẫn cát	500 ÷ 1000 và lớn hơn

Thiết bị gồm một ống hình trụ A có một số lỗ để lắp các ống đo áp  $p$  vào. Nước theo ống  $a$  đi vào hình trụ được giữ ở cao trình không đổi nhờ một ống tràn  $b$ . Cách đáy một khoảng nhất định có đặt một lưới. Đất chứa đầy ống hình trụ đến một độ cao cho trước. Giữa lưới và đáy hình trụ đặt ống tháo nước có khoá  $K$  để tháo nước thấm qua đất ra ngoài. Nước chảy ra khỏi ống được tập trung vào bình  $B$ . Ta giữ cho chuyển động của nước thấm qua cột đất trong ống hình trụ được ổn định bằng cách giữ cho mực nước trong ống hình trụ không đổi, có nghĩa là đảm bảo cho lượng nước do ống  $a$  cung cấp cho cột đất vừa bằng lượng nước đưa ra ngoài qua khoá  $K$ . Nếu chú ý đến các ống đo áp lắp vào ống hình trụ thì ta thấy rằng mực nước trong các ống này ở những cao trình khác nhau: ống đo áp càng ở thấp thì mực nước ở trong ống càng thấp. Như vậy rõ ràng là khi nước chuyển động trong các lỗ rỗng của đất thì có tồn thất cột nước.



*Thiết bị nghiên cứu thấm Đácxi*

Sau khi chuyển động đã ổn định xác định lưu lượng  $Q$  và đọc cao trình mực nước trong các ống đo áp.

Theo (3) tính vận tốc thấm  $u = \frac{Q}{\Omega}$  độ dốc thủy lực  $J = \frac{h_{ms}}{l}$  ( $h_{ms}$  - hiệu số của hai cao trình mực nước trong các ống đo áp, đặt cách nhau một khoảng  $l$ ). Từ (5) tìm được hệ số thấm  $k$ .

Trong một số loại đất chặt (sét và á sét chặt) dòng thấm chỉ xảy ra khi độ dốc thủy lực lớn hơn *gradien ban đầu*  $J_0$ . Do đó thay cho (5) ta có :

$$u = -k \left( \frac{dH}{ds} + J_0 \right) = k(J - J_0) . \quad (6)$$

Đối với sét rất chặt  $J_0 = 20 \div 30$ .

Nghiên cứu thực nghiệm chứng tỏ rằng, định luật Dácxi không còn đúng nữa khi số Râyôn vượt quá một giá trị phân giới  $Re_{pg}$ . Vậy khi  $Re < Re_{pg}$  dòng thấm tuân theo quy luật thấm bậc nhất (thấm tầng); khi  $Re > Re_{pg}$  (thấm rối) - quy luật phụ thuộc giữa  $u$  và  $J$  sẽ khác. Kết quả thực nghiệm cho ta :

$$J = au + bu^2 \quad (7)$$

hoặc 
$$u^2 = cJ^n, \quad (8)$$

Trong đó :  $a, b, c$  - các hệ số được xác định bằng thực nghiệm (hoặc lí thuyết cho từng trường hợp chuyển động của nước ngầm).

Nếu vận tốc quá nhỏ, có thể bỏ qua số hạng thứ hai trong (7) để trở về thấm tầng và ta có quy luật thấm Dácxi. Nếu vận đủ lớn (thấm rối), có thể bỏ qua số hạng  $au$  và biểu thức (7) có dạng giống công thức Sêdi :

$$u = k_R \sqrt{J} . \quad (9)$$

Công thức (8) dùng cả cho đá nứt nẻ với  $n = 1 \div 1,75$ .

Trong trường hợp, khi công thức (9) được sử dụng thì tổn thất cột nước tỉ lệ với bình phương vận tốc thấm.

Chặt chẽ hơn thì có thể nói rằng trạng thái thấm rối chỉ xảy ra khi các hạt có kích thước lớn, ví dụ khi nước chuyển động qua các khối đá đổ. Theo C.V.Izbas hệ số thấm rối  $k_R$  được tính bằng  $cm/s$  có dạng :

$$k_R = \left( 20 - \frac{14}{d} \right) m \sqrt{d_c} ,$$

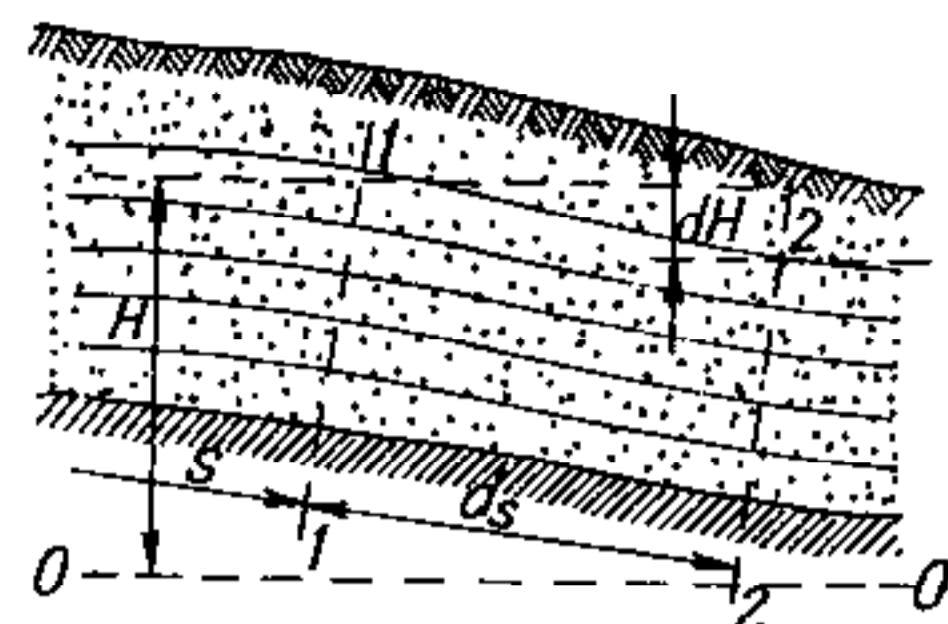
trong đó :  $d_c$  - đường kính trung của hình cầu có thể tích tương đương với viên đá, tính bằng  $cm$ ;

$m$  - độ rỗng của đá đổ.

## § XVI-5. CHUYỂN ĐỘNG NƯỚC NGẦM THAY ĐỔI DẦN VÀ THAY ĐỔI ĐỘ NGỘT

Lấy hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một đoạn  $dl$  trong chuyển động thay đổi dần. Mặt cắt được là xem phẳng, còn áp suất trong các mặt phẳng đó được phân bố theo quy luật thủy tĩnh, tức là đối với điểm bất kì nào của mặt cắt ướt cột nước đều bằng :

$$H = z + \frac{p}{\rho g} = \text{const} .$$



Do đó, dọc theo bất kì một đường dòng nào từ vị trí mặt cắt này đến mặt cắt kia, cột nước đều giảm cùng một giá trị  $dH$  như nhau (giá trị âm). Đồng thời vì độ cong của đường dòng nhỏ, có thể bỏ qua (xem là chúng song song với nhau) nên khoảng cách  $ds$  giữa các mặt cắt được xem là không đổi không phụ thuộc vào việc tính từ đường dòng nào.

Vì thế trong chuyển động thay đổi dần và theo quy luật thấm bậc nhất (thấm tầng) độ dốc thủy lực  $J = -\frac{dH}{ds}$  sẽ không đổi đối với bất kì điểm nào trên mặt cắt và vận tốc thấm cục bộ

$u = -k \frac{dH}{ds}$  tại tất cả các điểm của một mặt cắt ướt đã định cũng sẽ không thay đổi. Biểu đồ phân bố vận tốc trên mặt cắt ướt trong trường hợp này là hình chữ nhật.

Vậy trong chuyển động thay đổi dần của nước ngầm vận tốc trung bình mặt cắt bằng vận tốc cục bộ :

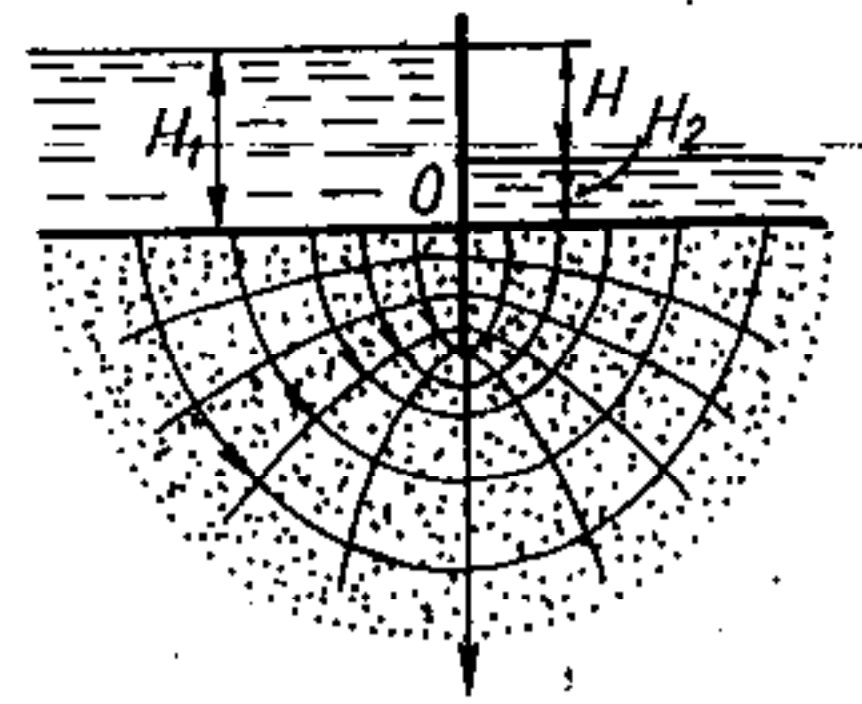
$$u = v = kJ = -k \frac{dH}{ds} , \quad (10)$$

Trong đó :  $J$  - cũng là độ dốc của mặt thoáng, được đo dọc theo chiều chảy.

Phương trình (10) là công thức Dupuy. Đây là trường hợp riêng của công thức Darcy (5) và được dùng để tính toán dòng nước ngầm chuyển động thay đổi dần. Cần lưu ý rằng trong chuyển động này vận tốc  $v$  thay đổi dọc theo dòng chảy.



Trong dòng nước ngầm chuyển động thay đổi đột ngột, các đường dòng có độ cong lớn nên không thể xem là những đường thẳng, mặt cắt ướt vì luôn phải thẳng góc với các đường dòng tại tất cả các điểm nên không thể là mặt phẳng; khoảng cách giữa các mặt cắt ướt là khác dòng tại tất cả các điểm nên không thể là mặt phẳng; khoảng cách giữa các mặt cắt ướt là khác nhau tùy thuộc vào việc tính khoảng cách đó từ đường dòng nào. Do vậy các giá trị vận tốc cục bộ theo công thức (5) sẽ khác nhau, tức là biểu đồ vận tốc sẽ không phải là hình chữ nhật.



Nếu chuyển động của dòng nước ngầm là thay đổi đột ngột thì phải dùng đến các phương trình tổng quát của chuyển động và phải xét các đặc trưng dòng chảy như là hàm số liên tục của tọa độ.

*Chuyển động đều của dòng nước ngầm* - một trường hợp riêng của chuyển động thay đổi dần. Trong chuyển động đều đường dòng - thẳng, song song với đường đáy của tầng không thấm. Độ dốc thủy lực cố định đối với tất cả các mặt cắt ướt dọc theo chiều chảy. Tức là giống như trong lòng dẫn hở, độ dốc thủy lực bằng độ dốc đáy  $i$  ( $J = i$ ).

Mặt thoáng của dòng nước ngầm chuyển động đều vì thế cũng song song với đáy giống như trong lòng dẫn hở.

Công thức (10) trong chuyển động đều của dòng nước ngầm có dạng :

$$v_0 = ki, \quad (11)$$

trong đó :  $v_0$  - vận tốc trung bình trong chuyển động đều.

Lưu lượng trong chuyển động đều của dòng nước ngầm :

$$Q = \omega_0 v_0 = k\omega_0 i, \quad (12)$$

trong đó :  $\omega_0$  - diện tích mặt cắt ướt của chuyển động đều.

Ở đây cần lưu ý rằng  $\omega_0$ , cũng như tất cả các trường hợp khác, bao gồm cả diện tích lỗ rỗng và cả diện tích do các hạt cứng chiếm chỗ.

Vì dòng nước ngầm thường xảy ra trong các "lòng dẫn" có chiều rộng  $b$  lớn, nên về nguyên tắc có thể xem đây là bài toán phẳng. Do đó tỉ lệ lưu lượng (tính cho một đơn vị chiều rộng dòng chảy) khi  $\omega_0 = bh_0$  sẽ là :

$$q = kh_0 i, \quad (13)$$

trong đó :  $h_0$  - chiều sâu chuyển động đều.

Tương ứng, chiều sâu chuyển động đều được xác định bằng :

$$h_0 = \frac{q}{ki}. \quad (14)$$

**§ XVI-6. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG ỔN ĐỊNH KHÔNG ĐỀU THAY ĐỔI DẦN CỦA DÒNG NƯỚC NGẦM THEO QUY LUẬT THẨM BẬC NHẤT**

Chuyển động ổn định không đều thay đổi dần của dòng nước ngầm theo quy luật thấm bậc nhất thường gặp dưới dạng không áp - là dòng chảy có mặt thoáng. Dùng công thức Dupuy (10) cho trường hợp này là thích hợp. Như trên đã nói, bỏ qua cột nước vận tốc, đối với tất cả các điểm của mặt cắt ướ́t ta có :

$$H = z + \frac{p}{\rho g} = a + h,$$

trong đó :

a - khoảng cách từ đáy đến mặt phẳng so sánh O-O;

h - chiều sâu dòng chảy .

Độ dốc thủy lực có thể viết như sau:

$$J = -\frac{dH}{ds} = -\frac{da}{ds} - \frac{dh}{ds} = i - \frac{dh}{ds},$$

trong đó :  $i = -\frac{da}{ds}$  (khi s tăng, chiều cao a giảm).

Biểu thức (10) khi đó sẽ bằng :

$$v = k \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (15)$$

Phương trình lưu lượng của chuyển động này có dạng :

$$Q = \omega v = k\omega \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (16)$$

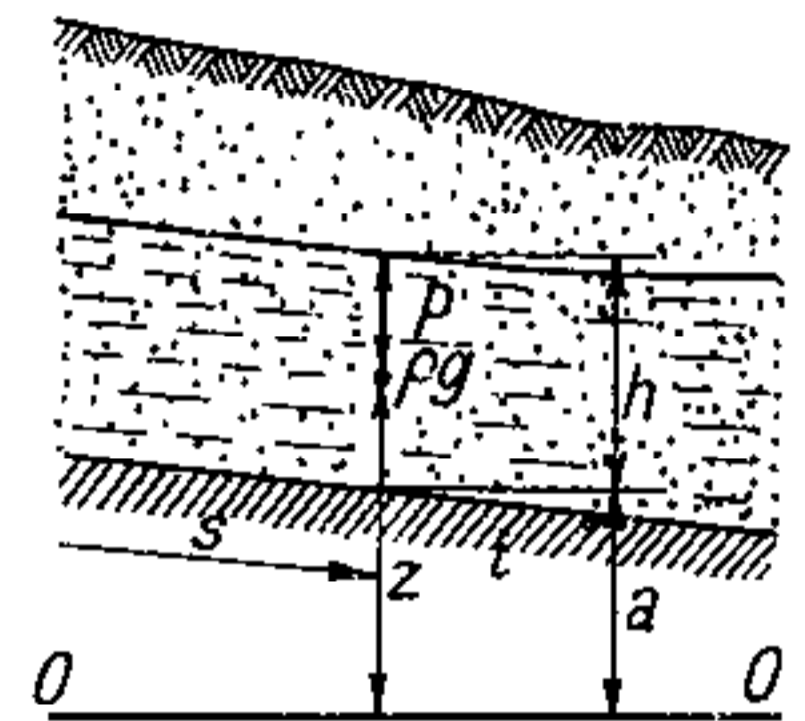
Đối với chuyển động đều khi  $h_0 = \text{const}$  và  $\left( \frac{dh}{ds} \right) = 0$

$$Q = k\omega_0 i.$$

Nhân hai vế phương trình (16) cho độ dốc dương bất kì  $i'$ , ta có :

$$Qi' = k\omega i' \left( i - \frac{dh}{ds} \right).$$

Ta kí hiệu  $Q' = k\omega i'$  là lưu lượng của dòng đều chảy qua diện tích mặt cắt ướ́t  $\omega$  dưới độ dốc  $i'$ . Lưu lượng này khác nhau ở mỗi mặt cắt.



Ta có :

$$Qi' = Q' \left( i - \frac{dh}{ds} \right),$$

do đó :

$$\frac{dh}{ds} = i' \left( \frac{i}{i'} - \frac{Q}{Q'} \right). \quad (17)$$

Phương trình (17) được dùng để phân tích dạng đường cong mặt thoáng của dòng nước ngầm tại mặt cắt ngang bất kì.

Để có bài toán phẳng, ta xét dòng nước ngầm trong phạm vi mặt cắt ngang hình chữ nhật có chiều rộng đủ lớn.

Đối với bài toán phẳng :

$$q = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (18)$$

Biết rằng tỉ lưu lượng có thể viết theo (13) nên đối với độ dốc đáy dương ( $i > 0$ ) ta có :

$$\begin{aligned} kh_0 i &= kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right) \\ \frac{dh}{ds} &= i' \left( \frac{h - h_0}{h} \right) = i \left( 1 - \frac{h_0}{h} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

hoặc :

$$ds = \frac{hdh}{i(h - h_0)}. \quad (20)$$

Với độ dốc ngược ( $i < 0$ ) ta dùng chiều sâu  $h'_0$ , là chiều sâu của dòng chảy đều với lưu lượng  $q$  chảy trên tầng không thấm với độ dốc  $i' = -i$ . Vì vậy :

$$q = -kh \left( i' + \frac{dh}{ds} \right); \quad (21)$$

$$\frac{dh}{ds} = -i' \left( 1 + \frac{h'_0}{h} \right) \quad (22)$$

hoặc :

$$ds = -\frac{h'_0}{i'} \frac{hdh}{h + h'_0}. \quad (23)$$

Với độ dốc bằng không ( $i = 0$ ) từ (18) ta được :

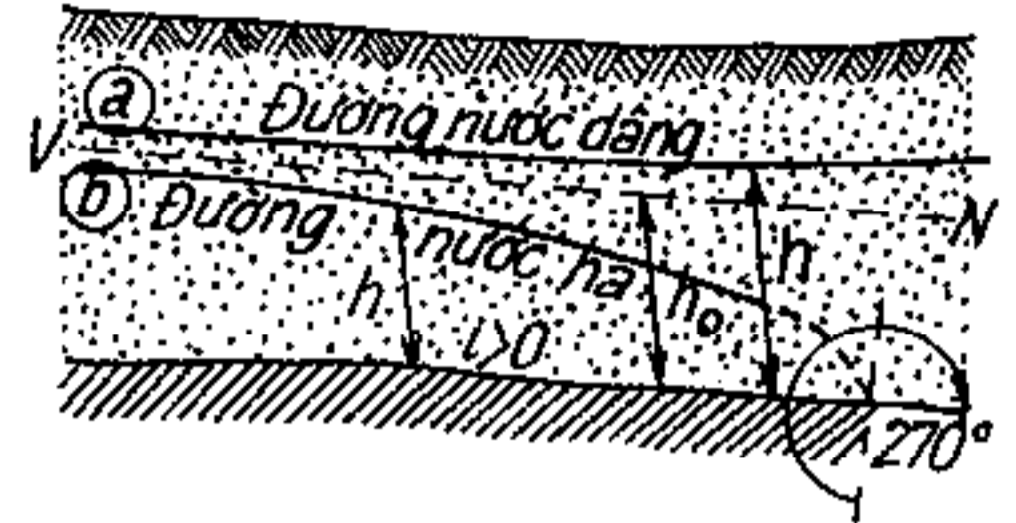
$$q = -kh \frac{dh}{ds} ; \quad (24)$$

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{q}{kh} ; \quad (25)$$

$$ds = -kh \frac{dh}{q} . \quad (26)$$

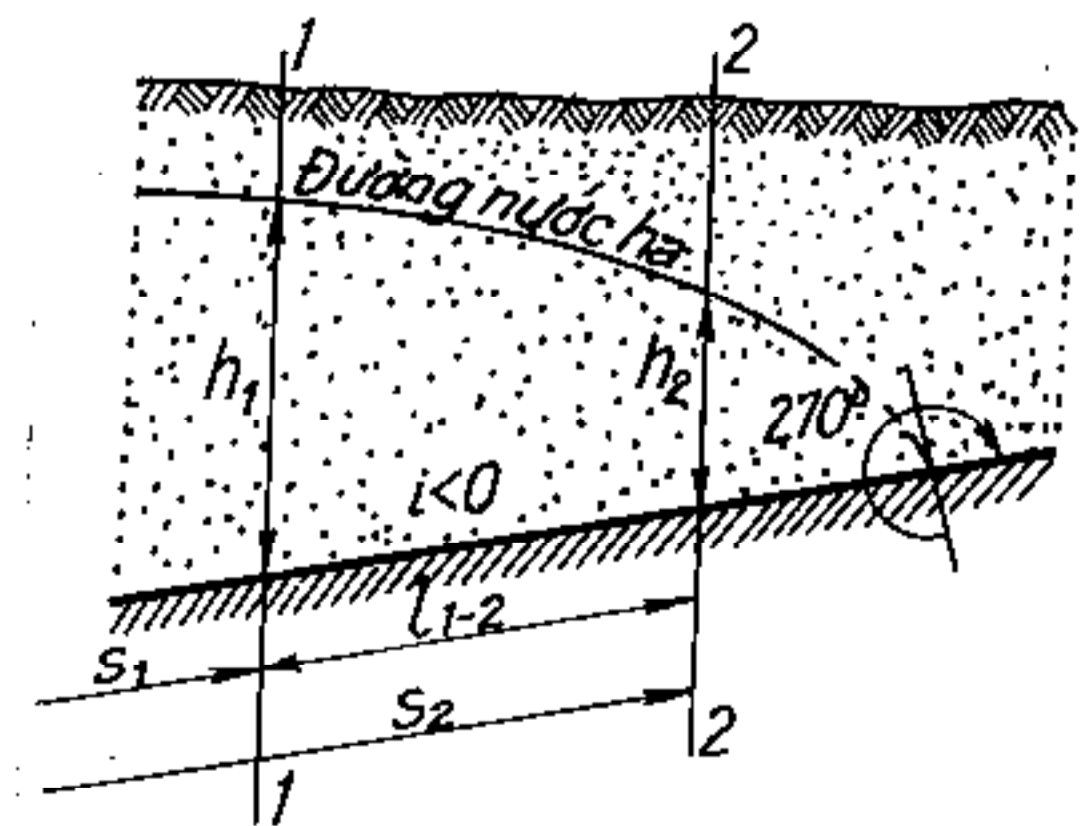
Sau khi tích phân các phương trình từ (20) đến (26) ta sẽ được các biểu thức để xác định chiều dài của đường cong mặt thoáng.

Chuyển sang xem xét các dạng đường cong mặt thoáng - đường bão hoà .



Với độ dốc dương của tầng không thấm ( $i > 0$ ) có hai khu vực: khu vực  $a$  nằm cao hơn đường chảy đều và khu vực  $b$ , có chiều sâu  $h < h_0$ . Trong khu vực  $a$  khi  $h > h_0$  ta có đường nước dâng. Cũng như trong lòng dẫn hở, dọc theo chiều chảy đường mặt nước có xu thế tiến đến đường nằm ngang, còn ngược theo chiều chảy đường mặt nước tiệm cận với đường mặt nước của chuyển động đều  $n-n$ . Trong khu vực  $b$  khi  $h < h_0$ ,  $\frac{dh}{ds} < 0$  và đường mặt nước là đường nước hạ. Ngược theo chiều chảy đường mặt nước tiệm cận với đường mặt nước của chuyển động đều  $n-n$ . Dọc theo chiều chảy khi  $h_0 \rightarrow 0$  sẽ xảy ra hiện tượng đột biến  $\frac{dh}{ds} \rightarrow -\infty$  và đường nước hạ tạo với đường đáy của tầng không thấm một góc  $270^\circ$ . Tại vùng này tính chất thay đổi dần đã không còn nữa.

Với độ dốc ngược ( $i < 0$ ),  $\frac{dh}{ds} < 0$ , chỉ có một dạng đường mặt nước - đường nước hạ. Ngược theo chiều chảy khi  $h_0 \rightarrow \infty$  đường nước hạ tiệm cận với đường nằm ngang. Khi  $h_0 \rightarrow 0$  lặp lại hiện tượng đột biến  $\frac{dh}{ds} \rightarrow -\infty$  và đường nước hạ tạo với đường đáy của tầng không thấm một góc  $270^\circ$ .



Với độ dốc bằng không  $\frac{dh}{ds} < 0$ , chỉ có một đường mặt nước - đường nước hạ.

### § XVI-7. TÍNH TOÁN ĐƯỜNG NƯỚC DÂNG VÀ NƯỚC HẠ TRONG CHUYỂN ĐỘNG TẦNG CỦA DÒNG THẨM

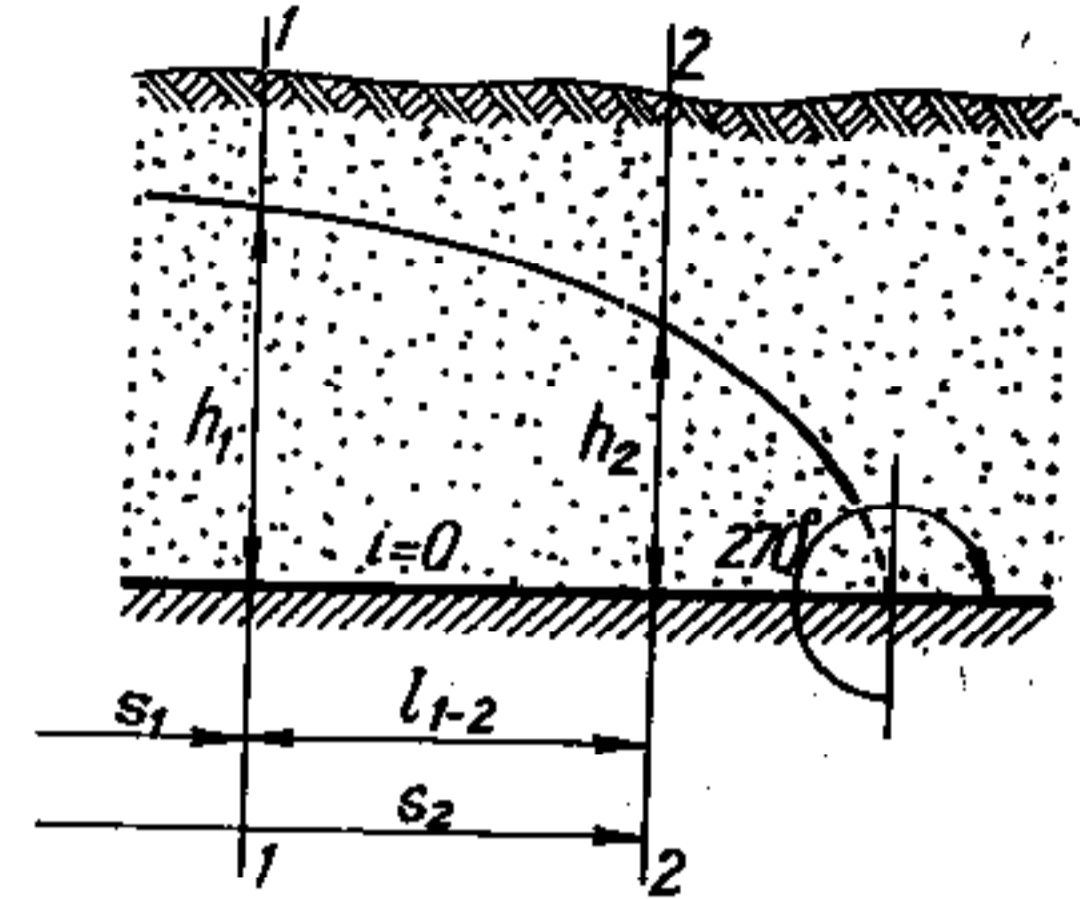
Tích phân các phương trình (20),(23),(26). Dùng ký hiệu  $\eta = \frac{h}{h_0}$  hoặc  $\eta = \frac{h}{h_0}$

Vì vậy  $dh = h_0 d\eta$ .

Đối với  $i > 0$  : 
$$ds = \frac{h_0}{i} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta ;$$

Đối với  $i < 0$  : 
$$ds = \frac{h_0}{i} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta ;$$

Đối với  $i=0$  : 
$$ds = \frac{k}{q} h dh .$$



Sau khi tích phân :

+ Đối với  $i > 0$  : khi  $\eta > 1$  (đường nước dâng)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left( \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1} \right); \quad (27)$$

khi  $\eta < 1$  (đường nước hạ)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left( \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{1 - \eta_2}{1 - \eta_1} \right); \quad (28)$$

+ Đối với  $i < 0$  :

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{|i|} \left( \eta_1 - \eta_2 + \ln \frac{1 + \eta_2}{1 + \eta_1} \right); \quad (29)$$

+ Đối với  $i = 0$  :

$$l_{1-2} = \frac{k}{2q} (h_1^2 - h_2^2), \quad (30)$$

Theo (30) tỉ lưu lượng trong chuyển động không đều thay đổi dần của dòng nước ngầm trên tầng không thấm có độ dốc bằng không sẽ là :

$$q = \frac{k}{2l} (h_1^2 - h_2^2), \quad (31)$$

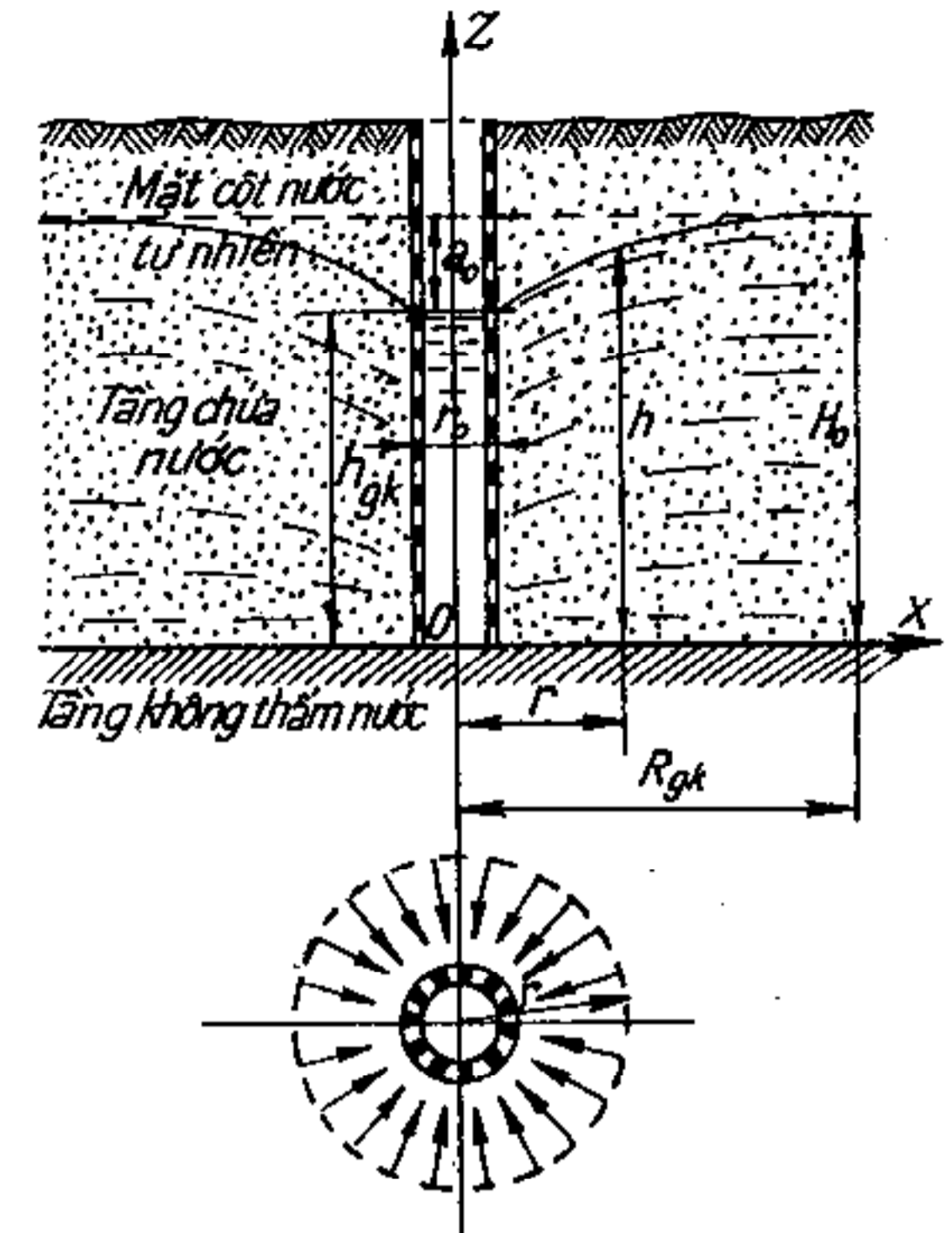
trong đó  $l$  - khoảng cách giữa hai mặt cắt có chiều sâu là  $h_1$  và  $h_2$ .

## § XVI-8. NƯỚC CHẢY ĐẾN HỐ KHOAN ĐÚNG (GIẾNG)

**Giếng khoan thu nước hoàn thiện.** Ta xét trường hợp chuyển động không áp thay đổi dần của dòng nước ngầm đến giếng thu hoàn thiện trong tầng chứa nước có đáy không thấm nằm ngang. Nước chảy đến giếng theo hướng xuyên tâm qua thành giếng thấm nước trên toàn bộ chiều cao của giếng khoan với bán kính là  $r_{gk}$ .

Chiều dày của tầng chứa nước không áp là  $H_0$ . Khi giếng chưa hoạt động (chưa bơm), mực nước trong giếng khoan có cùng cao trình như mực nước ngầm tự nhiên trong tầng chứa nước.

Sau khi bơm, mực nước trong và tại khu vực quanh giếng khoan hạ thấp dần, hình thành một mặt thoáng cong quanh giếng khoan được gọi là *phễu bão hoà*. Đối với trường hợp tầng không thấm nằm ngang và đất đồng chất, phễu là một mặt cong được tạo nên bằng cách quay đường cong bão hoà xung quanh trục thẳng đứng (trục giếng).



Ở thời đoạn đầu sau khi bơm, chuyển động vẫn là không ổn định. Khi lưu lượng được bơm ra từ giếng và lưu lượng chảy vào giếng đã được cân bằng, phải thêm một thời gian ngắn nữa chuyển động mới trở nên ổn định và lúc đó mực nước trong giếng cũng như trên phễu bão hoà mới không thay đổi.

Vì chuyển động là thay đổi dần nên trong phạm vi một mặt cắt của dòng nước ngầm đang xét, độ dốc thuỷ lực không thay đổi, nhưng độ dốc đó lại khác nhau đối với các mặt cắt khác nhau.

Các mặt cắt ước là các mặt trụ xung quanh với chiều cao  $h$  thay đổi, cách trục của giếng khoan một giá trị bán kính  $r$  thay đổi tương ứng. Vậy

độ dốc thuỷ lực  $J = \frac{dh}{dr}$  còn  $\omega = 2\pi rh$ .

Do đó lưu lượng  $Q$  :

$$Q = k\omega J = 2\pi rh \frac{dh}{dr} \quad (32)$$

Chia biến số và tích phân trong giới hạn  $r_{gk}$  đến  $r$  và từ  $h_{gk}$  đến  $h$ , khi  $Q = \text{const}$  và  $k = \text{const}$  ta được:

$$h^2 - h_{gk}^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{gk}}, \quad (33)$$

trong đó :  $h_{gk}$  - chiều sâu mực nước trong giếng .

Có thể xác định được toạ độ của đường mặt nước theo (33). Trên bất kì mặt phẳng thẳng đứng nào cắt khu vực của giếng theo đường kính ta cũng đều có hình dạng mặt thoáng như nhau - hình dạng đường bão hoà lồi.

Ta dùng khái niệm *bán kính ảnh hưởng của giếng*  $R_{gk}$  để chỉ khoảng cách từ tâm giếng đến điểm mà từ đó đường bão hoà bắt đầu có cùng cao trình như mực nước ngầm tự nhiên trong tầng chứa nước, tức là khi  $r = R_{gk}$  thì  $H_0 = \text{const}$ . Từ (32) ta được :

$$Q = 1,36k \frac{H_0^2 - h_{gk}^2}{\lg \frac{R_{gk}}{r_{gk}}}. \quad (34)$$

Như vậy bằng hàng loạt các giá trị  $H_0$ ,  $h_{gk}$  (hoặc  $a_{gk}$ ),  $r_{gk}$  và  $k$  của đất có thể xác định được bán kính ảnh hưởng :

$$R_{gk} = 3000 a_0 \sqrt{k}, \quad (35)$$

trong đó :  $a_0$  - độ hạ thấp mực nước khi bơm, tính bằng m ;

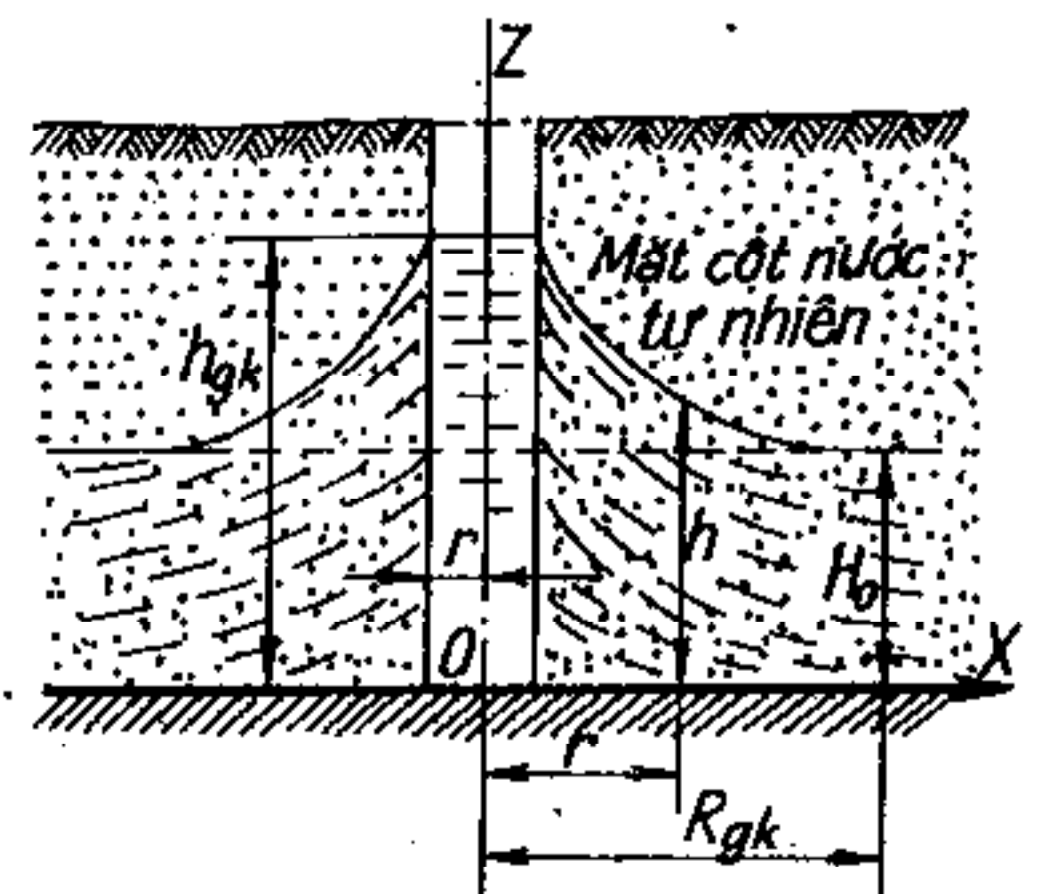
$k$  - hệ số thấm, tính bằng m/s .

Trong tính toán sơ bộ bán kính ảnh hưởng của giếng được lấy như sau : đối với cát hạt nhỏ  $100 \div 200$ ; cát hạt trung bình  $250 \div 500$ ; cát hạt lớn  $700 \div 1000$ ; sỏi hạt nhỏ  $500 \div 600$ ; sỏi hạt lớn  $1500 \div 3000$  m.

**Giếng tiêu (tập trung) nước hoàn thiện.** Loại giếng được dùng để thoát nước vào tầng chứa nước. Chiều sâu mực nước trong giếng  $h_{gk}$  lớn hơn là mực nước ngầm tự nhiên trong tầng chứa nước  $H_0$ , vì vậy đường cong bão hoà là đường cong lõm. Việc phân tích cũng dựa trên các cơ sở như đối với giếng thu. Nhưng biểu thức viết cho độ dốc thuỷ lực có dạng :

$$J = -\frac{dh}{dr},$$

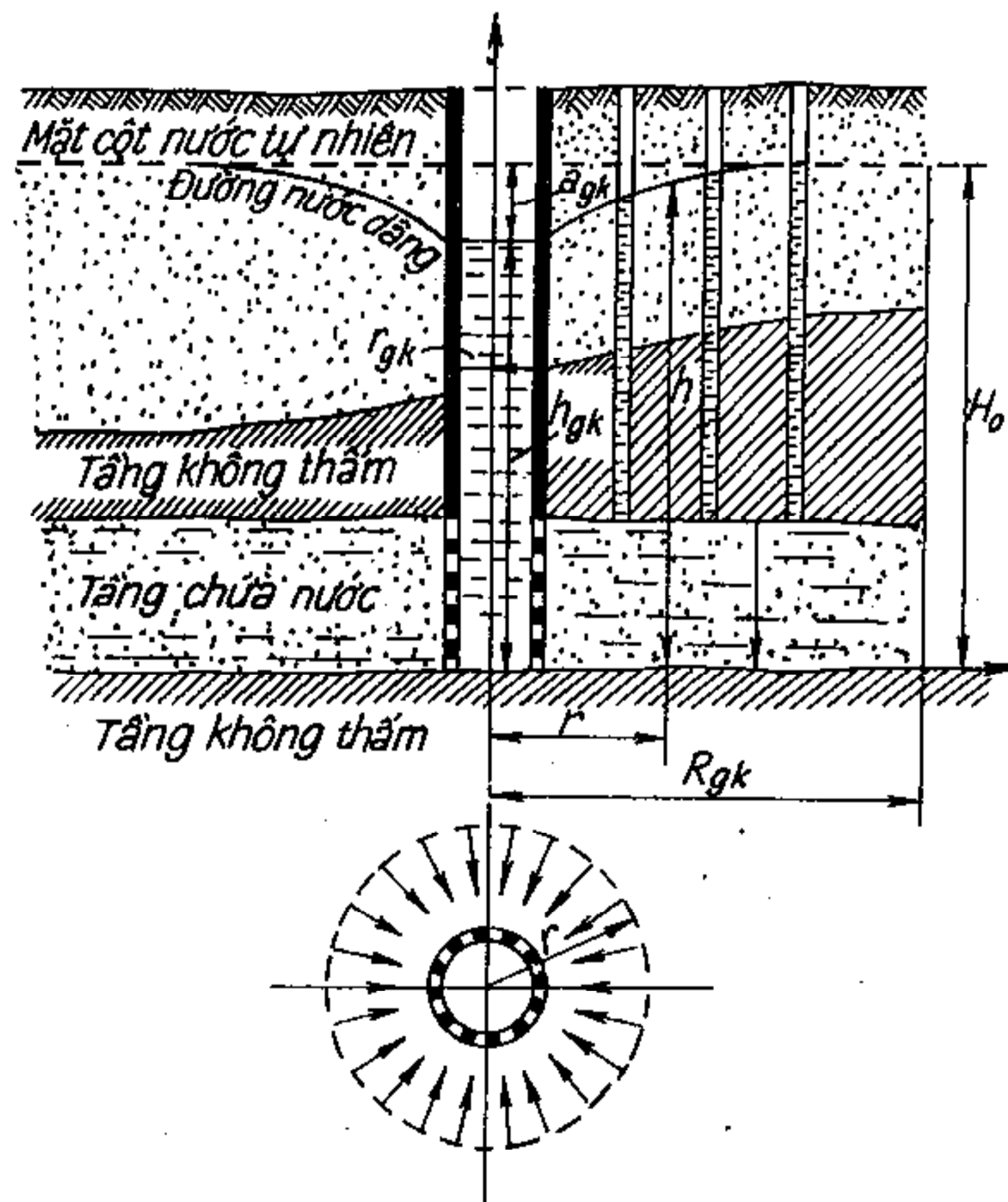
vì khi  $h$  giảm,  $r$  sẽ tăng tương ứng. Do đó lưu lượng nước thoát sẽ bằng :



$$Q = 1,36k \frac{h_{gk}^2 - H_0^2}{lg \frac{R_{gk}}{r_{gk}}} \quad (36)$$

**Giếng có áp hoàn thiện.** Đây là loại giếng được đào lần lượt qua tầng chứa nước bên trên, qua tầng đất không chứa nước, qua tầng chứa nước bên dưới và đến tầng đất không chứa nước dưới cùng. Nước ngầm được chứa đầy trong tầng đất chứa nước và chịu áp suất lớn hơn áp suất khí quyển. Khi giếng không hoạt động (không bơm) mực nước ngầm tự nhiên cách đáy tầng không chứa nước bên dưới một khoảng cách  $H_0$ , đây cũng chính là cột nước tự nhiên của dòng nước ngầm. Có thể gặp trường hợp áp suất trong tầng chứa nước lớn đến mức mặt phẳng chứa cột nước tự nhiên nằm cao hơn cao trình mặt đất (giếng phun hoặc là giếng tự phun).

Ở đây các đường biên trên và dưới của tầng chứa nước là phẳng và nằm ngang. Do đó có thể xem là chiều dày của tầng đất chứa nước cố định và bằng  $t$ .



Bằng cao trình của mực nước trong giếng có thể xác định được vị trí của phễu bão hoà.



Cũng như đối với dòng thấm không áp chảy đến giếng, ban đầu chuyển động là không ổn định, chỉ qua một thời đoạn nhất định chuyển động mới trở nên ổn định, mực nước trong giếng và dạng bề mặt của phễu bão hoà mới không thay đổi; lưu lượng được bơm đi và lưu lượng đến mới cân bằng. Các mặt cắt ướt lúc này là các mặt xung quanh của các hình trụ  $\omega = 2\pi r t$ . Độ dốc thuỷ lực  $J = \frac{dh}{dr}$  và cố định ở mỗi mặt cắt ướt do chuyển động là thay đổi dần. Vậy phương trình lưu lượng có thể viết dưới dạng :

$$Q = 2k\pi r t \frac{dh}{dr} \quad (37)$$

Vì các đại lượng  $Q$ ,  $k$ , và  $t$  trong trường hợp này cố định nên sau khi chia biến số và tích phân, ta được :

$$h - h_{gk} = 0,37 \frac{Q}{kt} \lg \frac{r}{r_{gk}},$$

trong đó  $h_{gk}$  - chiều sâu mực nước trong giếng ;

$r$  - khoảng cách theo bán kính tính đến mặt cắt có cột nước là  $h$ ;

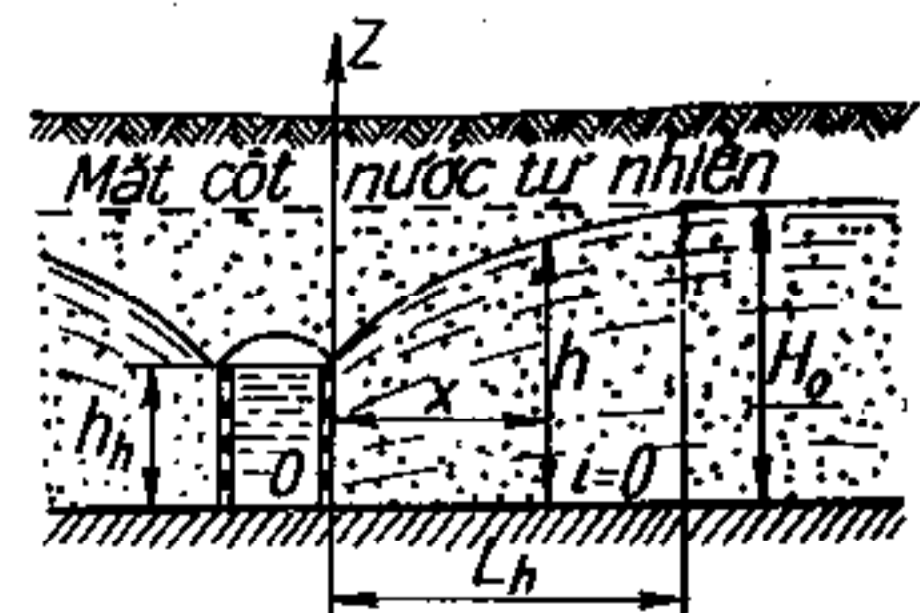
$r_{gk}$  - bán kính của giếng.

Lưu lượng của giếng khi lấy  $r = R_{gk}$  sẽ bằng :

$$Q = 2,73 \frac{ktH_0 - h_{gk}}{\lg \frac{R_{gk}}{r_{gk}}} \quad (38)$$

## §XVI-9. CÔNG TRÌNH TẬP TRUNG NƯỚC NẪM NGANG

**Hầm thu nước** . Giới hạn việc xem xét hầm tập trung nước trong dòng nước ngầm chuyển động thay đổi dần trên tầng chứa nước nằm ngang. Đáy hầm được đặt trên tầng không thấm. Tỉ lưu lượng chảy vào hầm từ hai phía bằng hai lần tỉ lưu lượng được xác định theo (31) . Phương trình mặt thoáng có dạng :



$$h^2 - h_h^2 = \frac{2q}{k} x,$$

trong đó :  $x$  - khoảng cách từ thành bên của hầm đến mặt phẳng có chiều sâu  $h$  tương ứng.

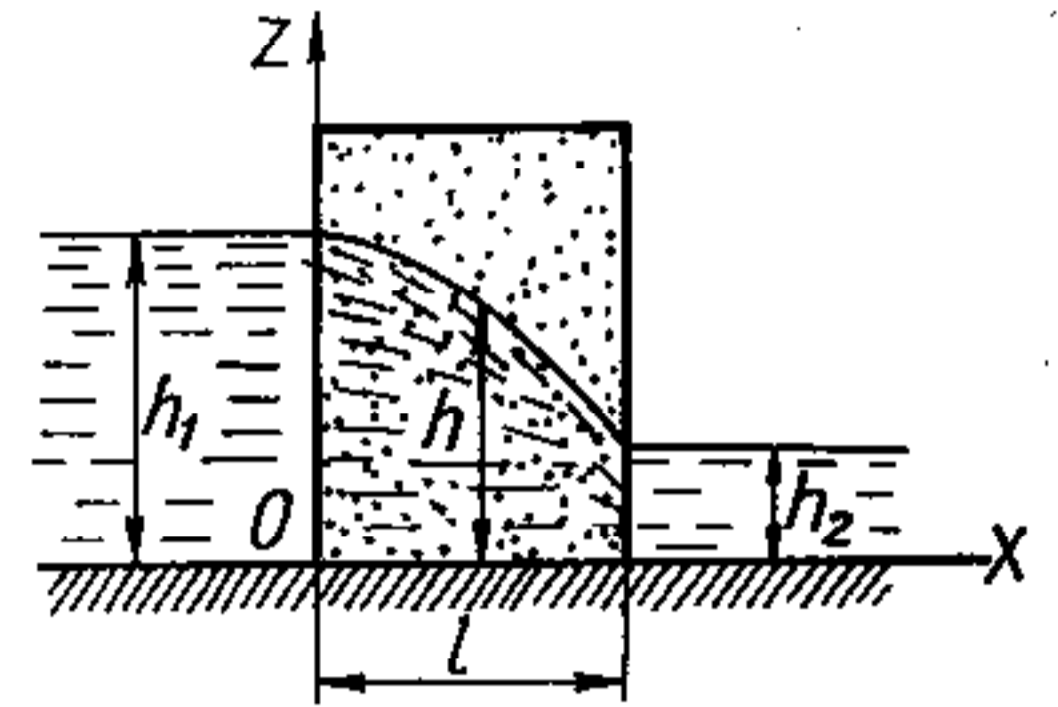
Nếu kí hiệu  $L_h$  để chỉ *chiều dài ảnh hưởng của đường hầm* thì với  $x = L_h$  có thể xác định được tỉ lưu lượng chảy đến hầm từ hai phía bằng :

$$q = \frac{k(H_0^2 - h_h^2)}{L_h}$$

Lưu lượng, chảy từ hai phía vào hầm với chiều dài B :

$$Q = \frac{kB(H_0^2 - h_h^2)}{L_h} \quad (39)$$

**Đê chắn hình chữ nhật.** Nghiên cứu một đê chắn bằng đất đồng chất có mặt cắt hình chữ nhật được đặt trên nền không thấm nằm ngang.

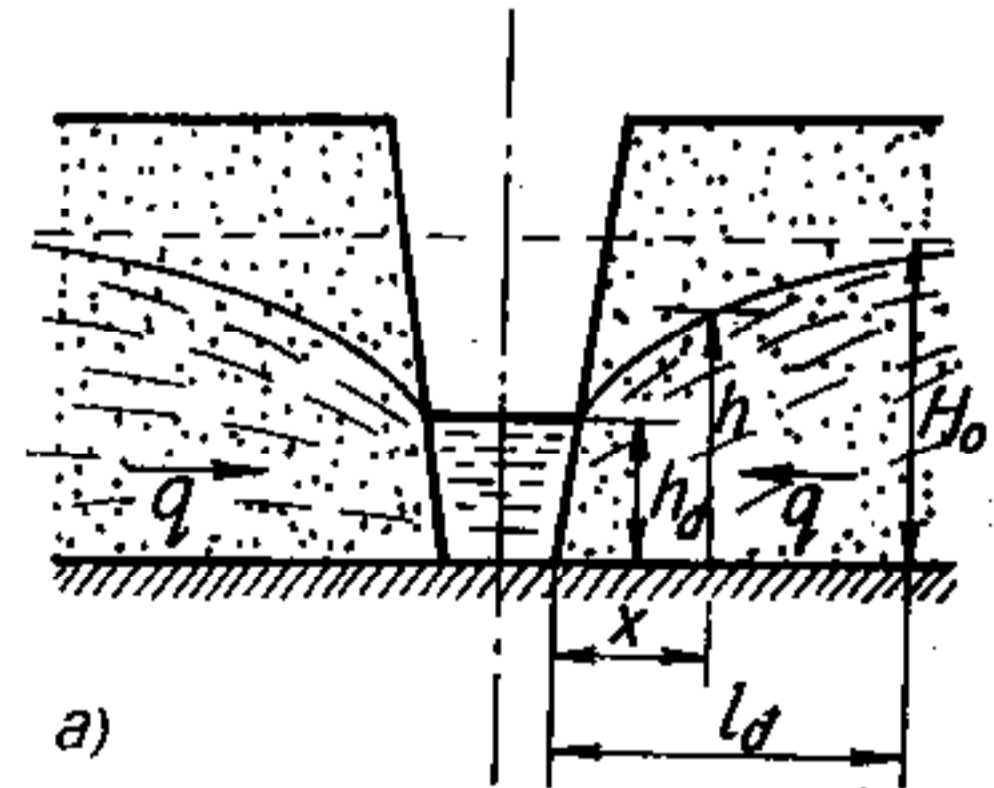


Tường thẳng đứng được giữ bằng kết cấu bao che. Nước thấm qua toàn bộ mặt đứng với hệ số thấm  $k$  không đổi. Cũng như với hầm tập trung nước, lưu lượng trong trường hợp này được xác định bằng :

$$q = \frac{k}{2l}(h_1^2 - h_2^2) \quad (40)$$

### §XVI-10. ĐƯỜNG THOÁT NƯỚC NẪM NGANG

Đường thoát nước nằm ngang thuộc loại kênh hở (hình a) hoặc là ống được đặt trong đất (hình b). Kênh hoặc ống đều có độ dốc tối thiểu đủ để thoát lượng nước theo yêu cầu.



Hình a

Ta nghiên cứu trường hợp không có nước thấm trên mặt đất và với các giả thiết sau : tầng không thấm nằm gần mặt đất và cũng là cao trình của đáy kênh hoặc đáy ống thoát nước; dòng nước ngầm chảy đến kênh hoặc ống thoát là phẳng và

thay đổi dần. Nếu lấy  $\omega = h.1$ , còn độ dốc thủy lực  $J = \frac{dh}{dx}$ , thì tỉ lưu lượng, chảy từ một phía tính cho một đơn vị chiều dài kênh hoặc ống :

$$q = k\omega \quad ; \quad \omega J = kH \frac{dh}{dx} \quad (41)$$

Dùng kí hiệu  $L_d$  để chỉ chiều dài ảnh hưởng của đường thoát nước, sau khi tích phân ta được tỉ lưu lượng chảy đến từ một phía :

$$q = k \frac{H_0^2 - h_d^2}{2L_d}$$

Vậy tỉ lưu lượng đến từ hai phía :

$$2q = k \frac{H_0^2 - h_d^2}{L_d}, \quad (42)$$

trong đó  $L_d$  đối với kênh được tính từ điểm cuối của đáy kênh.

Khi tầng chứa nước nằm sâu, theo A.H.Côtchiacôp, tỉ lưu lượng chảy đến đường thoát nước không hoàn thiện từ một phía bao gồm hai phần : tỉ lưu lượng đến từ phần đất nằm cao hơn đáy đường dẫn  $q_1$  và tỉ lưu lượng đến từ phần đất nằm thấp hơn  $q_2$  (hình c). Với phần một (phần cao hơn đáy) khi

$\omega = h.l$  và  $J = \frac{dh}{dx}$ , tỉ lưu lượng được xác định theo (41):

$$q_1 = kH \frac{dh}{dx}$$

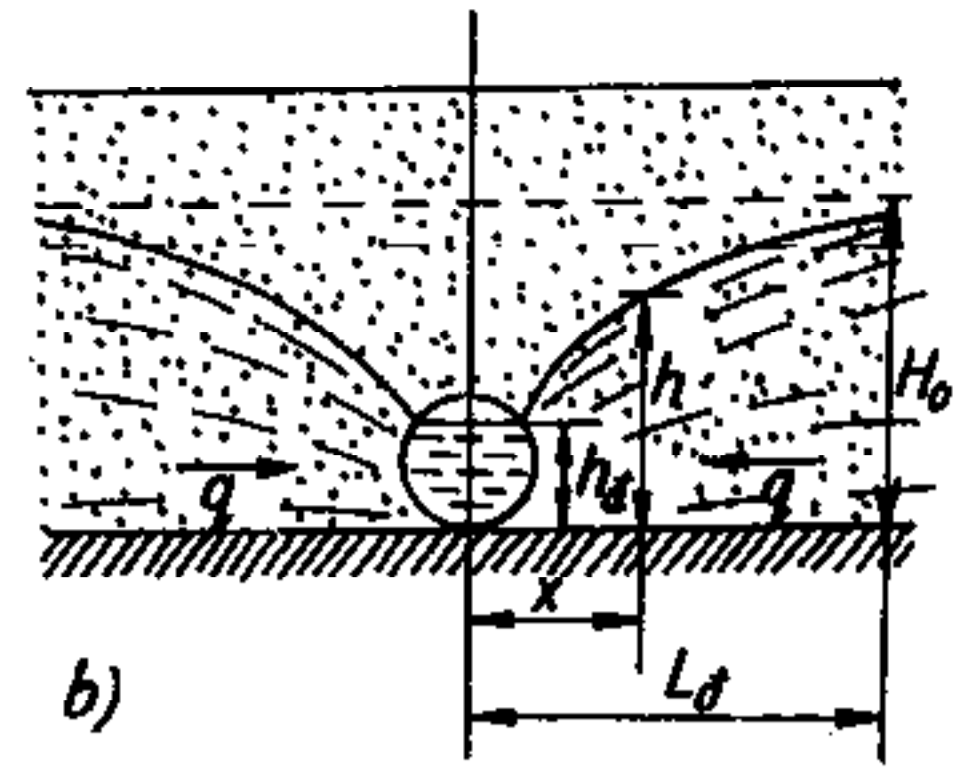
Đối với phần hai (phần thấp hơn đáy), có thể xem nước chảy đến theo hướng bán kính, còn mặt cắt ướt là phần diện tích mặt bên ứng với bán kính thay đổi  $x$  của các mặt trụ. Do đó, diện tích mặt cắt ướt có thể viết như sau:  $\omega = \alpha.x.l$  ( $\alpha$  - cung tròn có bán kính là  $x$ , được đo bằng radian). Khi tầng không thấm nằm rất sâu  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$q_2 = -k \frac{\pi}{2} x \frac{dh}{dx}$$

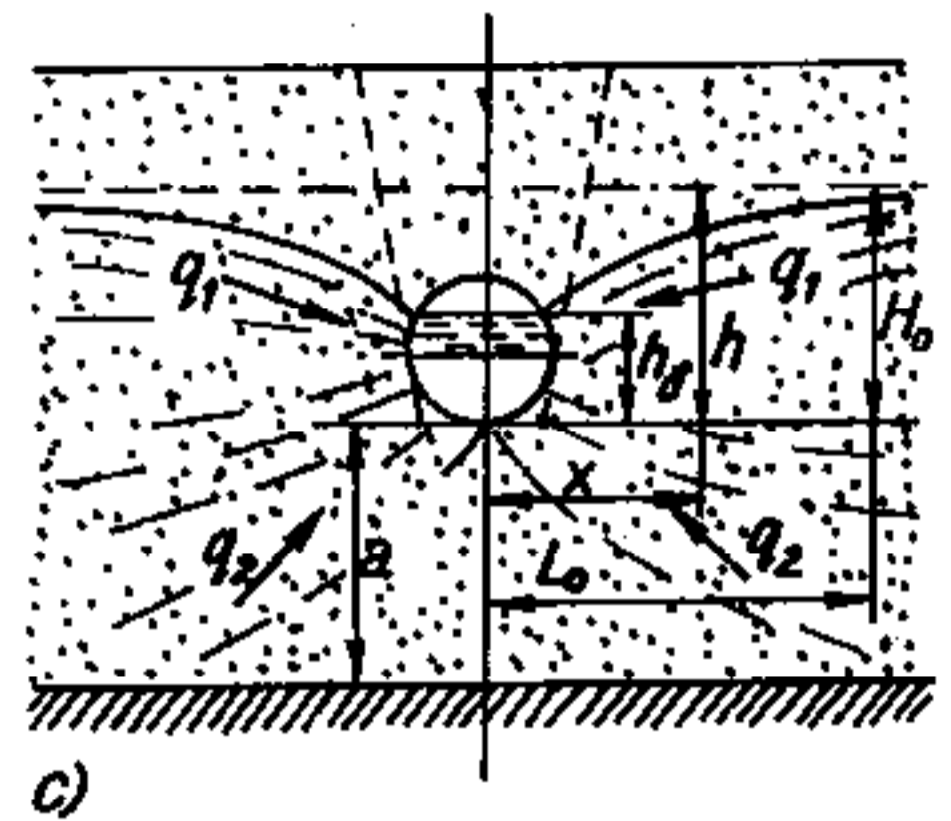
Vậy tỉ lưu lượng từ một phía bằng :

$$q_2 = k \frac{\pi}{2} \frac{\beta'}{90} \frac{dh}{dx}$$

Trong đó :  $\sin \beta' = \frac{h}{x}$ , ta có độ dốc đo áp của đường mặt nước chính là độ dốc đường bão hoà ; các giá trị của  $\sin \beta'$  : với cát hạt lớn 0,003 ÷ 0,006; cát 0,006 ÷ 0,02; á cát 0,02 ÷ 0,05; á sét 0,05 ÷ 0,1; sét 0,1 ÷ 0,15; than bùn 0,02 ÷ 0,12.



Hình b



Hình c

Tỷ lưu lượng tổng cộng từ một phía bằng :

$$q = q_1 + q_2 = k \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{\beta}{90} \right) x \frac{dh}{dx}$$

Tích phân trong giới hạn từ  $x = \frac{d}{2}$  đến  $x = L_d$  và từ  $h_d$  đến  $H_0$  và bỏ qua số hạng  $\frac{\beta}{90}$  do quá nhỏ, ta được tỷ lưu lượng từ cả hai phía đối với đường thoát nước không hoàn thiện.

$$2q = 1,36 \frac{k(H_0 - h_d)}{\lg \frac{2L_d}{d}}, \quad (43)$$

trong đó  $d$  - đường kính của ống thoát hoặc chiều rộng đáy của kênh thoát, tính bằng m;

$L_d$  - chiều dài ảnh hưởng của đường thoát nước, tính bằng m.

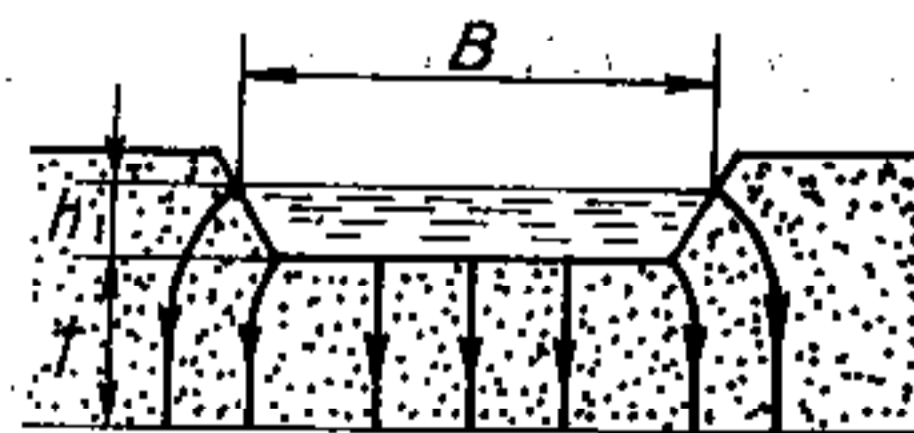
Khi tầng không thấm nước không sâu lắm (tức là khoảng cách  $a$  từ đáy ống thoát nước đến tầng không thấm nhỏ)

$$q = \frac{k(H_0 - h_d)}{L_d} \left( a + \frac{H_0 + h_d}{2} \right). \quad (44)$$

Cần lưu ý sơ đồ tính nói trên chỉ là gần đúng. Trong các điều kiện cụ thể để tính ống thoát nước nằm ngang cần phải xét đến hàng loạt các yếu tố (vị trí đường cong bão hòa, khi nó thể nằm cao hơn đỉnh của ống; các đặc điểm kết cấu của ống và của thiết bị lọc v.v...).

## §XVI-11. THẤM TỪ KÊNH

Nước thấm từ kênh là lượng tổn thất nước chủ yếu. Tổn thất nước do thấm phụ thuộc vào kích thước kênh, và hệ số thấm của đất làm kênh và đất nền kênh, vào chiều sâu của dòng nước ngầm trong tầng chứa nước. Thấm từ kênh hoạt động thường xuyên khác với kênh hoạt động theo chu kì do loại kênh sau có các thông số định lượng về tổn thất khác nhau.



Nếu nước ngầm nằm tương đối sâu và kênh hoạt động theo chu kì thì toàn bộ nước thấm đi từ trên xuống và độ dốc thủy lực  $J$  gần bằng một.

Nếu tầng không thấm hoặc là dòng nước ngầm nằm không sâu, kênh hoạt động thường xuyên hoặc trong một thời đoạn dài thì dòng nước thấm bị phân tán và độ dốc thủy lực  $J$  nhỏ hơn một rất nhiều.

Theo N.N.Pavlôpxki tỉ lưu lượng thấm từ kênh chảy tự do (không có nước dềnh):

$$q = k(B + 2h) \quad (45)$$

Theo V.V.Vedernhicôp khi dòng nước ngâm nằm sâu, tức là thấm tự do :

$$q = k(B + \alpha h), \quad (46)$$

trong đó

B - chiều rộng mặt thoáng của kênh, tính bằng m;

h - chiều sâu mực nước trong kênh, m ;

$\alpha$  - hệ số, phụ thuộc vào hệ số mái dốc và chiều rộng mặt thoáng tương đối của kênh B/h

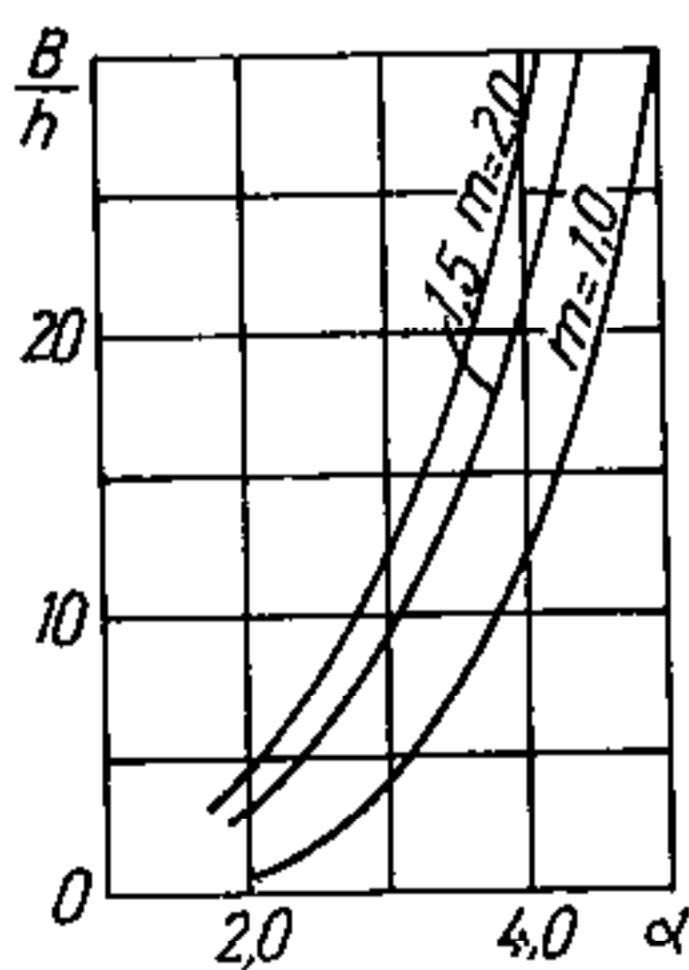
Nếu tính từ đáy kênh ở chiều sâu T có một lớp đất thấm nước mạnh, thoát nước tốt, tức là không có nước dềnh thì :

$$q = k(B + \beta h),$$

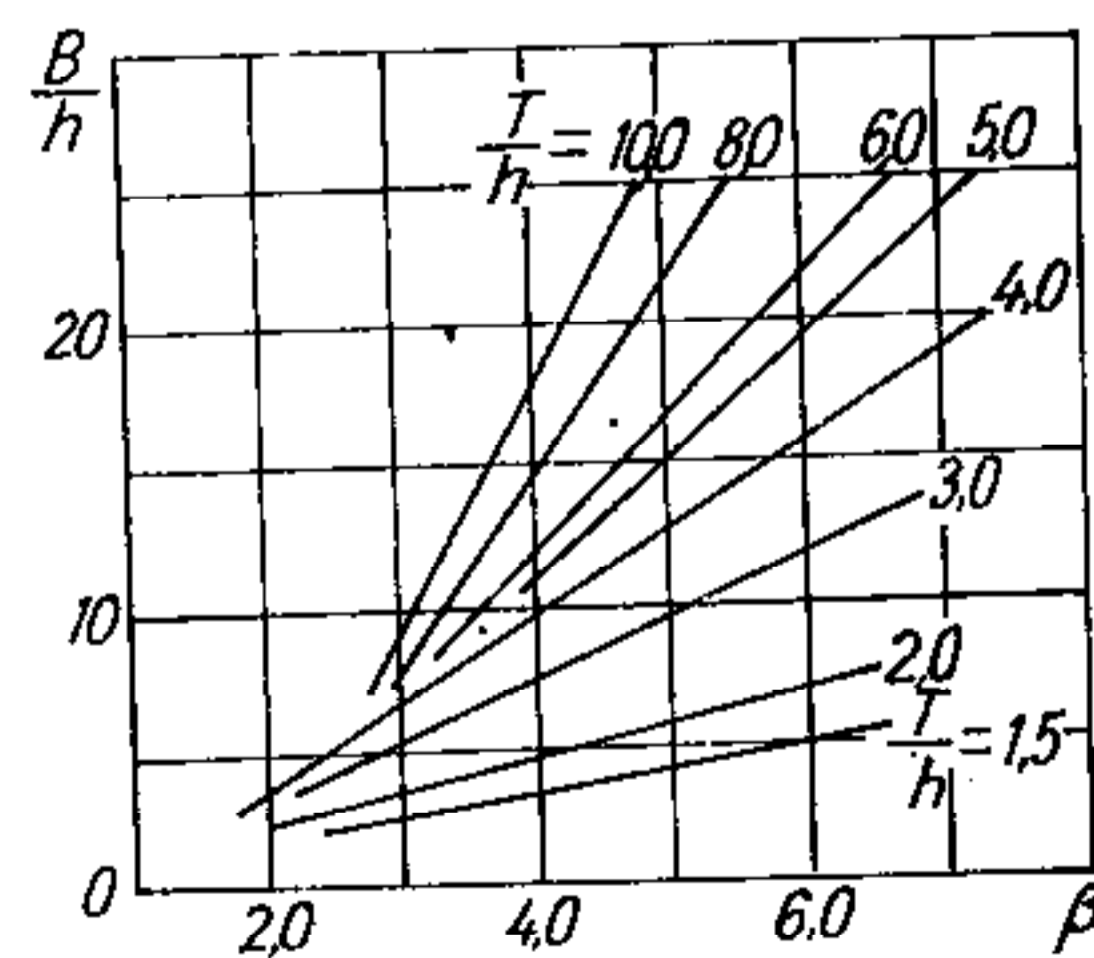
trong đó  $\beta$  - hệ số, phụ thuộc vào  $\frac{B}{h}$  và  $\frac{T}{h}$ . Đối với hệ số mái dốc  $m = 1,5$  quan hệ giữa hai tỷ số nói trên được biểu thị trên hình b.

Khi kênh làm việc theo chu kì, tổn thất nước từ kênh lớn hơn là khi kênh làm việc liên tục .

Khi đáy kênh găn lớp đất không thấm và dòng nước ngâm dưới kênh gặp nước dềnh (thấm cưỡng bức) thì lưu lượng nước thấm từ kênh nhỏ hơn là thấm tự do. Thấm cưỡng bức được nghiên cứu trong một giáo trình riêng.



Hình a



Hình b

Nếu mực nước ngâm và mực nước trong kênh cùng cao trình, thì  $q = 0$ . Nếu mực nước ngâm nằm cao hơn mực nước trong kênh thì nước ngâm sẽ chảy vào kênh và lưu lượng chảy trong kênh sẽ tăng một lượng tương ứng là q.

# CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH TRONG ỐNG

## §XVII-1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG CHẤT LỎNG

Ta xét dòng chất lỏng trong lòng dẫn có thành bên cố định.

Lấy 2 mặt cắt : tại mặt thứ nhất, cao trình trọng tâm của mặt cắt  $z_1$ ; áp suất  $p_1$  và vận tốc  $v_1$  trong từng thời điểm là các đại lượng biết trước (hình vẽ).

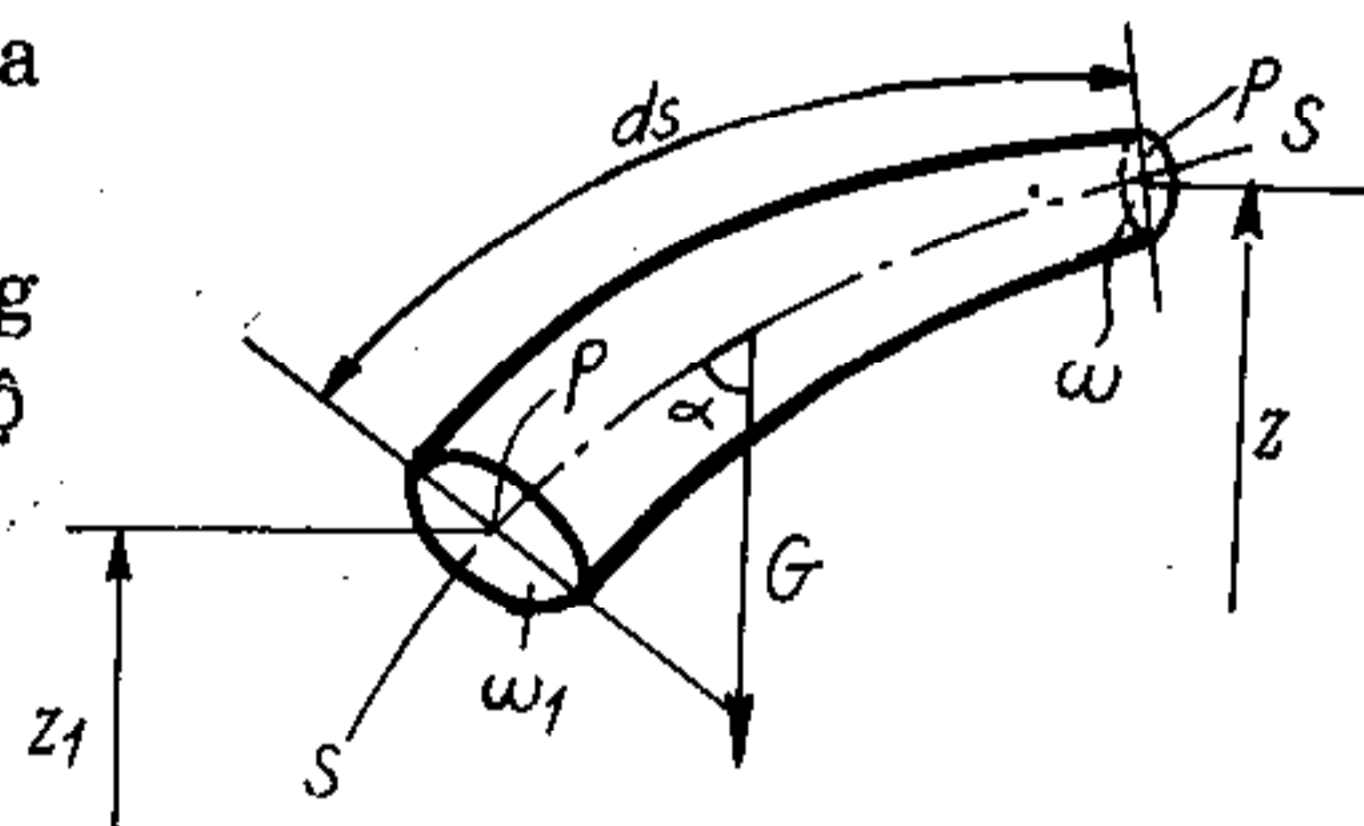
Tại mặt cắt thứ hai ta chọn trong đó cao trình  $z$ , áp suất  $p$  và vận tốc là bất kì.

Các mặt cắt khác đều được xác định bằng tọa độ cong  $s$ , trùng với trục lòng dẫn.

Trong bất cứ thời điểm nào sự phân bố áp suất trong lòng dẫn đều là hàm số của tọa độ  $s$ .

Gia tốc chuyển động của chất lỏng trong từng mặt cắt lòng dẫn là hàm số của tọa độ  $s$  và thời gian  $t$ , tức là :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt}$$



Vì theo định nghĩa  $ds/dt = v$ , gia tốc chuyển động bằng :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Hình chiếu của lực quán tính trên trục dòng chảy được viết là :

$$\omega ds \rho \frac{dv}{dt} = \omega ds \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \omega ds \rho \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2}$$

(trong đẳng thức đó  $\omega$  - mặt cắt lòng dẫn).

Hình chiếu trên trục dòng chảy của áp lực :

$$p\omega - \omega \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} \times ds \right) = \frac{\partial p}{\partial s} \omega ds \quad (2)$$

Áp lực trên thành bên của lòng dẫn chiếu lên trục lòng dẫn bằng 0 vì thẳng góc.

Trọng lượng đoạn chất lỏng giữa các mặt cắt đã chọn chiếu lên trục dòng chảy s :

$$g\rho\omega ds \cos\alpha = -g\rho\omega ds \frac{dz}{ds} \quad (3)$$

Chất lỏng được xem là không nhớt.

Viết phương trình cân bằng lực lên đoạn chất lỏng đang xét :

$$\rho\omega ds \frac{\partial v}{\partial t} + \rho\omega ds \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2} = -\omega ds \frac{\partial p}{\partial s} - g\rho\omega ds \frac{dz}{ds}$$

hoặc, nếu chất lỏng là không nén :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + zg \right) = 0 \quad (4)$$

Đối với thời điểm đã định dạng thức nói trên được tích phân dọc dòng chảy trong phạm vi giữa hai mặt cắt đã chọn :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \int \frac{\partial v}{\partial t} ds + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \quad (5)$$

Tại mặt cắt thứ nhất tổng số cơ năng là

$$v_1^2/2 + p_1/\rho + gz_1, \text{ thay đổi theo thời gian.}$$

Vì vậy tổng số :

$$\int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz$$

dọc lòng dẫn cũng là hàm số của thời gian.

Sự thay đổi cơ năng của dòng chảy giữa mặt cắt thứ nhất và mặt cắt bất kì thứ hai tại thời điểm đang xét sẽ là :

$$\left( \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 \right) - \left( \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (6)$$

Trị số tích phân là tổn thất cơ năng để thắng quán tính tính cho một đơn vị khối lượng chất lỏng được giới hạn giữa hai mặt cắt đã chọn của dòng chảy trong một thời đoạn.

Đối với chất lỏng nhớt hiệu số cơ năng trong các mặt cắt đang xét của dòng chảy phải tăng lên do tổn thất thủy lực  $\Delta p_w/\rho$ .

## §XVII-2. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH CỦA DÒNG CHẤT LỎNG TRONG ỐNG TRỤ TRÒN

Trong trường hợp riêng đặc biệt quan trọng, khi lòng dẫn là ống có mặt cắt không đổi thì ở bất cứ thời điểm nào vận tốc tại tất cả các mặt cắt đều như nhau.

Điều đó có nghĩa là  $\partial v/\partial t = dv/dt$ .

Trong trường hợp đang xét

$$\int \frac{\partial v}{\partial t} ds = \frac{dv}{dt} s$$

(tích phân  $\int (\partial v / \partial t) ds$  được gọi là cột nước quán tính).

Do đó trong chuyển động không ổn định trong ống đối với đoạn dòng chảy giữa hai mặt cắt đã chọn, đẳng thức sau đây là đúng :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{\Delta p_w}{\rho} + \frac{dv}{dt} s \quad (7)$$

Đây là phương trình bảo toàn năng lượng tính cho một đơn vị khối lượng chất lỏng trong chuyển động không ổn định.

Nếu cơ năng tính cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng thì nó có dạng :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_w + \frac{s}{g} \frac{dv}{dt} \quad (8)$$

Phương trình (7) gọi là phương trình Becnui cho chuyển động không ổn định. Ta xem xét ví dụ sau đây.

Thùng chứa có cột nước bằng  $H_0$ , được nối liền với một ống nằm ngang có chiều dài  $l$  và đường kính  $d$ .

Cuối ống có lắp một khóa.

Ta xác định thời đoạn của sự chuyển tiếp trạng thái chảy từ thời điểm mở khóa đến khi bắt đầu trạng thái chuyển động không ổn định của chất lỏng trong ống.

Giả thiết là mực chất lỏng trong bình chứa là không đổi.

Cột nước trong bình  $H_0$  trong từng thời điểm phải bảo đảm : cột nước vận tốc trong ống  $v^2/(2g)$ , thắng được sức cản thủy lực  $h_w = \lambda(l/d) \cdot [v^2/(2g)]$  và cột nước quán tính  $(l/g) (dv/dt)$ .

Phương trình Becnui đối với quá trình chuyển tiếp sẽ là :

$$H_0 = \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}$$

do đó khi chia biến số, ta có :

$$dt = \frac{dv}{\left[ H_0 - \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v^2}{2g} \right] \frac{g}{l}}$$

Gọi  $gH_0/l = a$  và  $(1 + \lambda l/d)/(2l) = b$ :

Độ chênh thời gian có quan hệ đến sự thay đổi vận tốc chảy trong ống :

$$dt = dv/(a - bv^2) \quad (9)$$

Thời đoạn mà vận tốc trong ống trở nên ổn định kí hiệu là  $t_0$ .



Vận tốc của chuyển động ổn định bằng :

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l/d}} \sqrt{2gH_0}$$

Tích phân (9) ta được biểu thức của sự thay đổi vận tốc chảy trong ống :

$$t + c = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v}$$

hoặc là :

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v} = e^{-2\sqrt{ab}(t+c)} \quad (10)$$

Khi  $t = 0$  (thời điểm mở khóa ở cuối ống), vận tốc chảy  $v$  bằng 0, do đó :

$$e^{-2\sqrt{ab} - c} = 1$$

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v} = e^{-2\sqrt{ab} t} \quad (11)$$

Khi  $t$  tiến đến vô cùng ( $t \rightarrow \infty$ ), thì vận tốc dòng chảy chất lỏng trong ống trở thành gần bằng :

$$v = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{gH_0}{l - \frac{1 + \lambda l/d}{2l}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH_0} = v_0 \quad (12)$$

Trong thực tế trạng thái chuyển tiếp kéo dài trong một thời đoạn nhất định.

Để sử dụng cách giải này ta công nhận là thời đoạn của trạng thái chuyển tiếp của dòng chất lỏng trong ống được đánh giá bằng thời gian mà trong đó vận tốc thay đổi từ 0 đến  $0,99 v_0$ .

Trong trường hợp này thời đoạn của trạng thái chảy không ổn định

$$t_0 \approx \frac{\ln 199}{2\sqrt{ab}} = \frac{5,281}{\sqrt{2gH_0} (1 + \lambda l/d)} \quad (13)$$

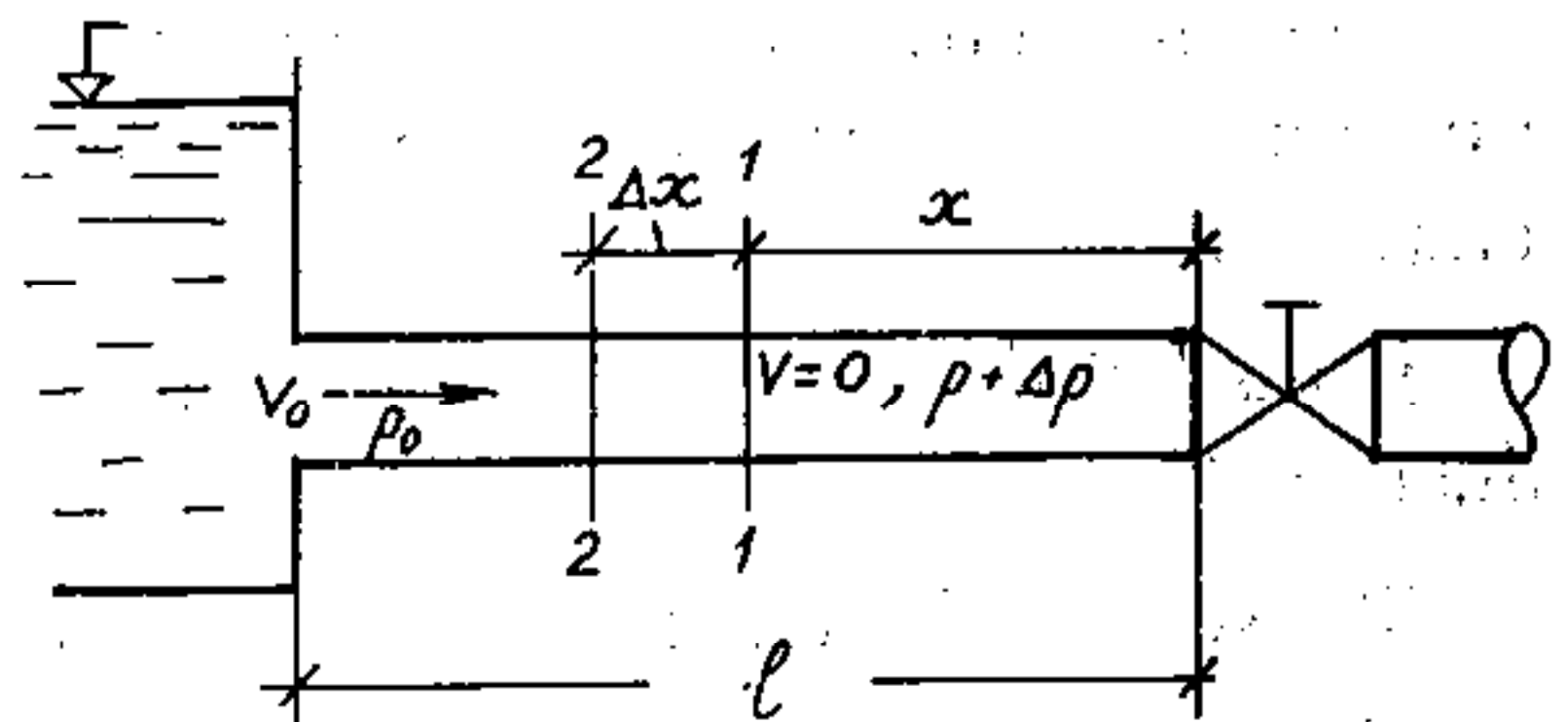
### §XVII-3. NƯỚC VA TRỰC TIẾP

Sự thay đổi đột ngột vận tốc chảy trong ống có áp của chất lỏng gây ra trong ống một giá trị tức thời tăng (giảm) áp suất. Hiện tượng đó gọi là nước va.

Ta xét một sơ đồ hãm dòng chất lỏng, chuyển động trong ống có đường kính không đổi.

Chất lỏng chảy từ bình chứa và chuyển động theo ống, cuối ống được lắp một khóa đóng mở tức thời.

Khi khóa được đóng tức thời, một phần chất lỏng ở sát khóa tại thời điểm này mất vận tốc và truyền sự



nén đến các lớp chất lỏng khác trong ống. Sự nén chất lỏng gây nên sự biến dạng đàn hồi và tăng áp suất cục bộ.

Khối chất lỏng đang chuyển động trong ống hết lớp nọ đến lớp kia bị dừng lại và sự tăng áp suất truyền dọc theo ống, hình thành một sóng tăng áp suất, chuyển động theo hướng từ khóa đến bình chứa.

Trong thời điểm  $t$  diện sóng tăng áp suất ở cách khóa một đoạn  $x$ .

Trước khi có sự dừng chất lỏng, áp suất là  $p_0$ , còn vận tốc chảy là  $v_0$ . Trong đoạn chất lỏng bị dừng (nằm giữa 1-1 và khóa) áp suất trở nên bằng  $p_0 + \Delta p$ .

Trong thời đoạn  $\Delta t$  khối chất lỏng bị dừng là  $\rho \omega \Delta x$  và diện sóng tăng áp suất đã di chuyển một đoạn là  $\Delta x$ .

Vận tốc truyền sóng tăng áp suất  $\Delta p$  (cũng là tốc độ truyền âm trong chất lỏng) được xác định bằng công thức :

$$c = \Delta x / \Delta t$$

Trong thời đoạn  $\Delta t$  có một lực tác động lên khối chất lỏng, lực đó xuất hiện do có sự chênh áp suất tại các mặt cắt 1-1 và 2-2 :

$$(p_0 + \Delta p)\omega - p_0\omega = \Delta p\omega$$

Trong thời gian  $\Delta t$  có một sự thay đổi động lượng của khối chất lỏng :

$$\rho \omega \Delta x (v_0 - 0) = \rho \omega \Delta x v_0$$

Vì khối đó trong thời điểm  $t$  chuyển động với vận tốc  $v_0$ , còn trong thời điểm  $t + \Delta t$  khối đó hoàn toàn bị dừng lại nên xung của các lực tác dụng bằng sự biến đổi động lượng tương ứng.

Vì vậy khi khối chất lỏng bị dừng lại đột ngột thì trong ống, điều kiện sau đây được thỏa mãn :

$$\rho \omega \Delta x v_0 = \Delta p \omega \Delta t$$

Do đó, độ tăng áp suất do dòng chảy bị dừng lại trong ống là :

$$\Delta p = \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} v_0 = \rho c v_0 \quad (14)$$

Trong nước va, sự tăng áp suất (do dòng chảy bị dừng) tỉ lệ với mật độ của nó với vận tốc truyền âm và với vận tốc chảy trước khi có sự dừng chất lỏng.

Công thức trên do N. E. Jucôpxki đề xuất và được gọi là công thức Jucôpxki.

Ta xét sơ đồ truyền diện sóng áp suất.

Giả thiết chất lỏng là không nhớt và sự truyền sóng áp suất xảy ra không có sự tiêu hao cơ năng (bỏ qua tổn thất).

Sau khi đóng khóa diện sóng áp suất được truyền dọc ống ngược với chiều chảy của chất lỏng.

Nếu chiều dài ống bằng  $l$ , thì đến cuối thời đoạn  $t_0 = l/c$  toàn bộ chất lỏng trong ống đều bị dừng lại.

Cùng lúc đó từ bình chứa với sự nén đàn hồi của thể tích chất lỏng  $W$  một khối chất lỏng bổ sung chảy vào ống là :  $\Delta W = W\Delta p/K$

(Trong đó :  $K$  - môđun đàn hồi của chất lỏng)

Công của sự nén đàn hồi, bằng :

$$\Delta p \Delta W / 2$$

(theo định luật Guk) và bằng động năng của khối chất lỏng bị dừng lại :

$$\rho W v_0^2 / 2 = \Delta p \Delta W / 2 \quad (15)$$

Bây giờ áp suất của chất lỏng trong ống  $p_0 + \Delta p$  lớn hơn áp suất trong bình và chất lỏng bắt đầu chuyển ngược về phía bình chứa.

Xảy ra sự dãn nở đàn hồi của khối chất lỏng trong ống. Trong thời đoạn  $t_0$  sự dãn nở kéo theo sự phục hồi áp suất ban đầu  $p_0$  trong ống.

Lúc này diện sóng áp suất di chuyển về phía khóa, còn vận tốc chảy của toàn bộ khối chất lỏng trong ống lại trở nên bằng  $v_0$ , nhưng lúc này vận tốc lại hướng về phía bình chứa.

Khi chất lỏng bị dừng lại năng lượng tích tụ của sự nén đàn hồi lại được hình thành với lượng dự trữ cơ năng như trước đây.

Điều đó chứng tỏ rằng, khối chất lỏng trong ống có một lượng dự trữ năng lượng nội tại của sự nén đàn hồi (công của nén đàn hồi từ 0 đến  $p_0$ ).

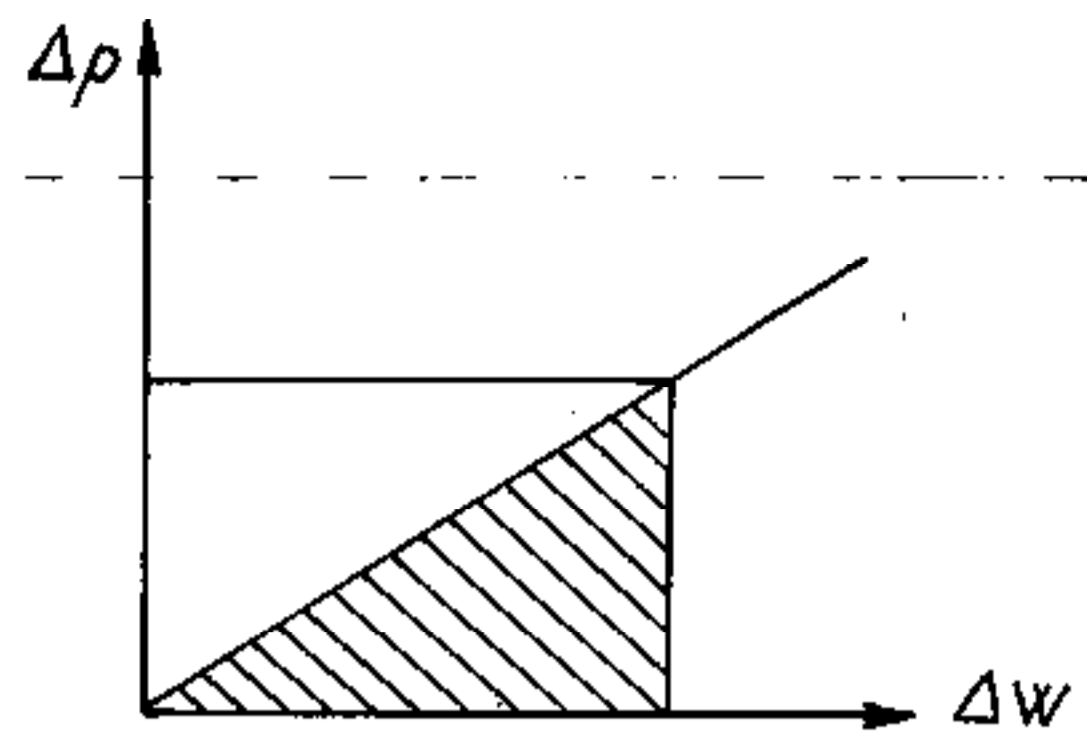
Sự dãn nở đàn hồi của chất lỏng dẫn đến việc chất lỏng chuyển động với vận tốc  $v_0$  (bằng vận tốc ban đầu của chất lỏng) về phía bình chứa bị dừng lại.

Động năng của dòng chảy đó bằng  $\rho W v_0^2 / 2$ .

Từ ống, chất lỏng chỉ chảy ngược lại vào bình một khối lượng là  $\Delta W$ , là khối lượng chất lỏng đã chảy từ bình vào ống trước đây.

Công của lực đàn hồi khi chất lỏng bị dừng lại cũng bằng khi nó bị nén. Do đó, trong thời đoạn  $t_0 = l/c$  toàn bộ chất lỏng trong ống dừng lại và áp suất trong đó bằng  $p_0 - \Delta p$ .

Áp suất trong bình bây giờ cao hơn trong ống.

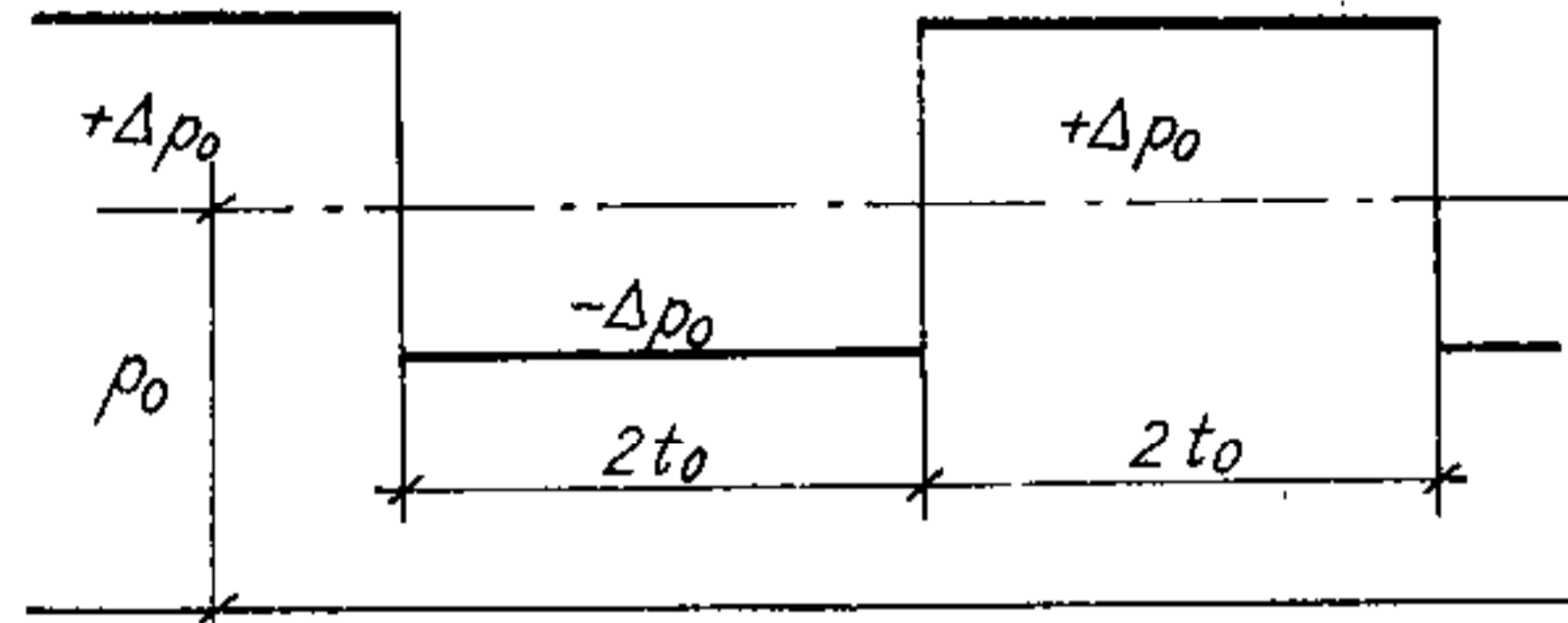


Bắt đầu có sự chảy của chất lỏng ngược vào ống với vận tốc  $v_0$  đồng thời với sự phục hồi áp suất  $p_0$ .

Khi diện sóng phục hồi áp suất  $p_0$  đạt đến khóa đang bị đóng ở cuối ống, nước va lại lập lại.

Nếu ta đo áp suất chất lỏng trực tiếp tại khóa, áp suất sẽ thay đổi từ  $p_0 + \Delta p$  đến  $p_0 - \Delta p$ .

Chu kỳ ứng với giá trị không đổi của áp suất bằng  $2t_0 = 2l/c$ .



*Sự thay đổi áp suất tại khóa phụ thuộc vào thời gian trong nước va*

Quá trình dao động nói trên của dòng chảy chất lỏng, xuất hiện trong nước va chỉ có thể xảy ra khi không có tính nhớt.

Trong thực tế bất kỳ một loại chất lỏng nào cũng có tính nhớt, vì vậy quá trình chất lỏng bị dừng lại do sự tích lũy năng lượng của nén đàn hồi và sự phục hồi động năng của chất lỏng do công của nội lực, là quá trình không hoàn lại.

Ví dụ, khi chất lỏng bị dừng lại trong thời đoạn  $t_0$  chất lỏng tiếp tục chuyển động với vận tốc  $v_0$  đối với thành ống, do đó không tránh khỏi tổn thất thủy lực và sự biến đổi một phần động năng thành nhiệt.

Trong quá trình dừng lại của chất lỏng không phải tất cả động năng chuyển thành năng lượng dự trữ của nén đàn hồi, mà một phần của nó do công của lực nhớt biến thành nhiệt.

Giá trị tổng cộng của lực nhớt sẽ tăng với từng chu kỳ nén.

Hiện tượng đó sẽ xảy ra ngay cả khi khối chất lỏng giãn nở, khi chất lỏng chảy từ ống vào bình chứa.

Điều đó có nghĩa là biên độ dao động áp suất sau nước va sẽ giảm dần đến bằng 0.

#### §XVII-4. TỐC ĐỘ TRUYỀN SÓNG NƯỚC VA (TRONG ỐNG ĐÀN HỒI)

Sự tăng áp suất trong nước va dẫn đến sự giãn nở thành ống.

Sự biến dạng thành ống đến lượt mình làm thay đổi tốc độ truyền diện sóng áp suất trong môi trường chất lỏng đang xét (tốc độ âm thanh) và đại lượng nước va.

Ống được xem là ống hình trụ mỏng có đường kính  $D$  và chiều dày thành ống  $e$ .

Giả thiết ứng suất pháp  $\sigma$  phân bố đều trong thành ống.

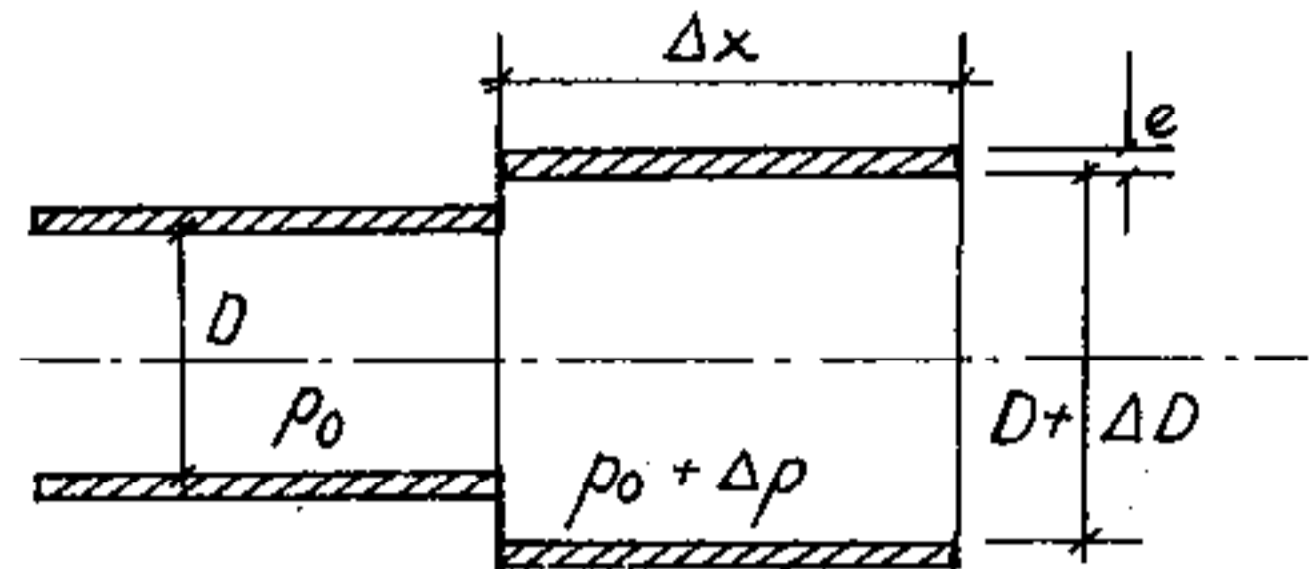
Sự thay đổi áp suất trong chất lỏng chứa đầy ống gây nên sự biến đổi ứng suất trong thành ống :

$$\sigma = \frac{\Delta p D}{2e}$$

Thành ống làm việc ở trạng thái kéo và độ dài tương đối của nó bằng sự thay đổi tương đối đường kính ống.

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta D}{D} = \frac{\sigma}{E}$$

Trong đó:  $E$  - môđun đàn hồi của vật liệu ống.



Sự thay đổi đường kính ống do áp suất tăng

$$\Delta D = \frac{\sigma}{E} D = \frac{\Delta p D^2}{2eE}$$

Trong thời đoạn  $\Delta t$  diện sòng áp suất di chuyển dọc ống một đoạn  $\Delta x$ .

Trên đoạn đó đường kính ống tăng một lượng  $\Delta D$ .

Mật độ chất lỏng trước khi áp suất tăng lên  $\Delta p$  là  $\rho$ , sau khi áp suất tăng là  $\rho + \Delta \rho$ .

Gia số khối lượng chất lỏng trong đoạn ống có chiều dài  $\Delta x$  trong thời đoạn  $\Delta t$  (không kể đến các giá trị bậc cao) là :

$$\Delta M = \frac{\pi}{4} (\rho + \Delta \rho) (D + \Delta D)^2 \Delta x - \frac{\pi}{4} D^2 \rho \Delta x = \frac{\pi}{4} (\Delta \rho D^2 + 2D \Delta D \rho) \Delta x$$

Mặt khác gia số khối lượng chất lỏng được xác định bằng dòng chảy đến trong phạm vi đoạn  $\Delta x$  trong thời đoạn  $\Delta t$  với vận tốc  $v_0$  :

$$\Delta M = v_0 \rho \frac{\pi D^2}{4} \Delta t$$

Từ điều kiện liên tục ta viết được đẳng thức :

$$v_0 \rho \frac{\pi D^2}{4} \Delta t = \frac{\pi}{4} (\Delta \rho D^2 + 2D \Delta D \rho) \Delta x$$

Chú ý rằng  $\Delta \rho / \rho = \Delta p / K$  và  $\Delta x / \Delta t = c$ , chia vế trái và vế phải của đẳng thức cho  $\rho D^2$ , ta có :

$$v_0 = c \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right) \Delta p$$

Vì  $\Delta p = \rho v_0 c$ , thì đẳng thức trên có dạng :

$$1 = \left( \frac{\rho}{K} + \frac{D\rho}{eE} \right) c^2$$

Phương trình viết cho tốc độ truyền âm trong chất lỏng trong ống tròn thành mỏng, có xét đến sự biến dạng của thành ống khi xảy ra nước và có dạng :

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + DK/(eE)}} \quad (16)$$

Vì tốc độ truyền âm thanh trong chất lỏng là

$$c_0 = \sqrt{K/\rho} \quad (17)$$

nên có thể viết :

$$c = c_0 \frac{1}{\sqrt{1 + DK/(eE)}} \quad (18)$$

Việc so sánh đại lượng nước và trong chuyển động của chất lỏng và chất khí có ý nghĩa thực tế nhất định.

Ví dụ tốc độ truyền âm trong nước và không khí bằng 1300 và 470 m/s vận tốc dòng chảy trong ống dẫn nước và dẫn khí là 1,5 và 50 m/s.

Mật độ nước 900 lần lớn hơn mật độ không khí.

Độ lớn của tỉ số tăng áp suất trong dòng khí và dòng nước khi có sự dừng lại đột ngột bằng :

$$\frac{(\rho cv_0)_{\text{kkhi}}}{(\rho cv_0)_{\text{nước}}} = \frac{1}{900} \frac{470 \cdot 50}{1300 \cdot 1,5} = 0,013$$

Sự tăng áp suất khi dòng khí bị dừng lại bằng chừng 1% so với độ tăng áp suất khi dòng chất lỏng bị dừng lại, vì vậy kết cấu của các thiết bị đóng mở trong hệ thống vận chuyển chất lỏng (van, khóa) luôn luôn được thiết kế cho dòng bị dừng lại từ từ, tránh việc để cho dòng bị dừng lại đột ngột.

Sự dừng lại của dòng khí trong ống dẫn khí không gây nên sự tăng áp suất đáng kể, do đó thiết bị tiết lưu trong trường hợp này không cần phải chỉ là để thực hiện việc dừng từ từ dòng chảy.

Điều đó cho phép sử dụng các van kiểu nút, rơi...

## §XVII-5. NƯỚC VA GIÁN TIẾP

Trong mục §XVII-3 ta xem xét sơ đồ nước va xảy ra trong điều kiện dừng tức thời dòng chất lỏng.

Gắn với thực tế hơn là sơ đồ đóng khóa từ từ.

Ta dừng lại sơ đồ gồm một bình chứa và một ống dẫn có lắp khóa ở cuối ống.

Khi giảm dần mặt cắt ướt của ống tại khóa (đóng khóa từ từ) vận tốc dòng chảy trong ống cũng giảm dần. Khi đóng khóa trong ống có  $v_0$ .

Trong thời đoạn  $t_s$ , mặt cắt ướt tại vị trí khóa trở nên bằng 0 (khóa đóng hoàn toàn) thì vận tốc trong ống cũng trở nên bằng 0.

Ta xét quá trình dừng lại của chất lỏng tại chỗ sát khóa, tức là tại mặt cắt cuối ống.

Tại thời điểm  $t$ , ứng với độ mở nhất định của khóa, vận tốc trong ống bằng  $v$ .

Trong thời đoạn  $dt$  vận tốc trong mặt cắt đó giảm một lượng là  $dv$ .

Cũng trong thời gian đó một khối chất lỏng là  $\rho\omega dx$  bị dừng lại ; vận tốc khối đó bằng  $v-dv$ .

Gia số động lượng của khối đang xét trong thời đoạn  $dt$  bằng :

$$[v - (v - dv)] \omega \rho dx$$

Tại mặt cắt 1-1 tác động một lực  $p\omega$  (trong đó  $p$  là áp suất trong mặt cắt ống ở thời điểm  $t$ )

Tại mặt cắt 2-2 - lực  $(p + dp).\omega$

Xung lực khi chất lỏng bị dừng lại của khối đang xét bằng :

$$[(p + dp) - p] \omega dt$$

Quá trình dừng lại của khối chất lỏng ở cuối ống được biểu thị bằng phương trình biến đổi động lượng :

$$[v - (v - dv)] \rho \omega dx = [(p + dp) - p] \omega dt$$

hoặc  $\rho dv dx = dp dt$

Trong thời đoạn  $dt$  khối chất lỏng đang xét thay đổi vận tốc chuyển động một lượng là  $dv$ .

Do đó, diện thay đổi áp suất (diện sóng nước va)  $dp$  dịch chuyển về phía ngược với chiều chuyển động của chất lỏng một khoảng là  $dx$ .

Vận tốc truyền diện áp suất trong chất lỏng, như đã biết bằng  $c$  (tốc độ âm thanh).

Do đó  $dx = c dt$

Gia số áp suất do giảm mặt cắt ướat tại khóa  $dp = \rho c dv$

Gia số đó được truyền đi với tốc độ âm thanh ngược chiều chảy của chất lỏng trong ống.

Do diện tích mặt cắt ướat tại khóa giảm và vận tốc chảy của chất lỏng trong ống giảm tương ứng, áp suất tại cuối ống tăng.

Tại thời điểm  $t$ , khi vận tốc ở cuối ống trở nên bằng  $v$ , độ tăng áp suất  $\Delta p$  được xác định bằng giá trị tích phân :

$$\Delta p = \int_v^{v_0} \rho c dv = \rho c (v_0 - v) \quad (19)$$

Lúc này nước với áp suất tăng sẽ chuyển động về phía bình với vận tốc không đổi bằng tốc độ âm thanh.

Mỗi sóng của sự thay đổi áp suất khi đạt đến bình chứa, được phản xạ lại, và về phía khóa bắt đầu có sự truyền sóng áp suất âm  $\Delta p$ , cũng như trong nước va trực tiếp.

Nếu chiều dài ống dẫn có trị số sao cho khi khóa bị đóng các sóng phản xạ đầu tiên của áp suất không đạt đến cuối khóa, thì đại lượng sóng phản xạ của áp suất sẽ không tồn tại.

Khi không có ảnh hưởng của sóng phản xạ đến gia số áp suất ở cuối ống tại thời điểm đóng khóa hoàn toàn sẽ là ;

$$2l/c > t_s$$

Điều đó có nghĩa là thời gian đủ cho sóng đi từ cuối ống đến bình chứa và sóng phản xạ của áp suất âm từ bình chứa ngược về cuối ống, lớn hơn thời gian đóng khóa.

Trong trường hợp này gia số áp suất bằng :

$$\Delta p = \rho c v_0$$

Gia số áp suất xuất hiện ở cuối khóa khi có nước va cũng giống như trong nước va trực tiếp.

Ví dụ : tốc độ truyền âm trong nước lấy bằng 1300 m/s và thời gian đóng khóa  $t_s = 3s$ , ta được : nước va trực tiếp có thể xảy ra trong ống có chiều dài không nhỏ hơn :

$$l = ct_s/2 = 1300.3/2 = 1950m$$

Nếu chiều dài ống dẫn đủ cho phép sóng phản xạ của áp suất âm đi đến cuối ống trước khi khóa kịp đóng, gia số áp suất được cộng thêm vào.

Trong trường hợp này gia số áp suất tổng cộng sẽ nhỏ hơn là trong trường hợp nước va trực tiếp.

Nước va như vậy được gọi là nước va gián tiếp.

Ta xét nước va gián tiếp, khi khóa bảo đảm được quan hệ tuyến tính giữa vận tốc chảy ở cuối khóa và thời gian đóng khóa.

Ở đây thỏa mãn điều kiện :

$$\Delta p_2 = \rho c v_0 - \rho c v_0 \left( 1 - \frac{2l}{ct_s} \right) = \rho c v_0 \frac{2l}{ct_s} = \rho v_0 \frac{2l}{t_s}$$

Từ phương trình nhận được nói trên, khóa đóng càng chậm thì gia số áp suất ở cuối ống gây nên bởi việc đóng khóa càng nhỏ, và đường ống càng ngắn, khóa có thể hoạt động càng nhanh.

Ta xét một ví dụ về cách giảm nước va, khi có sự biến đổi tuyến tính vận tốc trong ống trong chu kỳ đóng khóa với chiều dài ống  $l = 1000m$ , tốc độ truyền âm thanh  $c = 1300 m/s$  và thời gian đóng khóa  $t_s = 5s$ .

Sự giảm tương đối áp suất trong nước va gián tiếp so với trực tiếp sẽ là :

$$\frac{\rho v_0 \frac{2l}{t_s}}{\rho v_0 c} = \frac{2l}{ct_s} = \frac{2 \cdot 1000}{1300 \cdot 5} = 0,3$$

tức là áp suất lớn nhất trong trường hợp này bằng khoảng 30% áp suất trong nước va trực tiếp.



# CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH TRONG LÒNG DẪN HỎ

## §XVIII-1. KHÁI NIỆM CHUNG

Chuyển động không ổn định thường gặp trong sông thiên nhiên và nhân tạo : mùa lũ, lấy nước vào cống, âu thuyền, đập, đập bị vỡ, kênh dẫn vào nhà máy thủy điện, sông chịu ảnh hưởng của thủy triều.

Các yếu tố thủy lực ở một điểm là  $v$ ,  $Q$ ,  $h$ ,  $p$ , v.v... thay đổi theo thời gian.

Ta phân biệt :

+ Thay đổi chậm, gặp trong các trường hợp : truyền đỉnh lũ, kênh dẫn của trạm thủy điện điều tiết ngày, sông có ảnh hưởng của thủy triều. Lúc đó đường mặt nước có dạng sóng -  $\lambda \gg a$ .

+ Thay đổi gấp : tại một khoảng cách ngắn độ sâu thay đổi rõ rệt -  $Q$ ,  $J$  thay đổi nhiều tại một vị trí thẳng góc với mặt cắt.

+ Chuyển động không ổn định cũng có thể gọi là chuyển động sóng ; phân biệt : sóng liên tục (chậm), sóng gián đoạn (gấp). Khác với sóng biển là không tải lưu lượng mà sóng biển dao động tại chỗ.

Có thể phân loại như sau :

+ Sóng một chiều - tạo nên sự dao động thuần túy mực nước ;

+ Sóng thuận - sóng di chuyển theo chiều dòng chảy ;

+ Sóng nghịch - sóng truyền ngược chiều dòng chảy ;

+ Sóng dương - mực nước dâng cao ;

+ Sóng âm - mực nước hạ thấp ;

+ Sóng phức tạp - sóng tổ hợp các chế độ chảy, sóng được thay đổi liên tục về hướng chuyển động và các thông số cơ bản.

## §XVIII-2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH THAY ĐỔI CHẬM

### 1. Phương trình liên tục :

Ta viết phương trình liên tục cho chuyển động không ổn định của chất lỏng không nén được :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$$

Phương trình này được chứng minh bằng cách tại 2 mặt cắt đoạn chất lỏng : xét thể tích.

Qua thời đoạn  $dt$  thể tích giữa 2 mặt cắt sẽ thay đổi, nếu  $Q > Q'$  thì thể tích sẽ tăng lên :

$$\Delta W = (Q - Q')dt$$

Vì đáy lòng dẫn cứng nên mặt nước thay đổi từ  $\nabla$  ứng với  $t$  đến  $t + dt$ . Ta sẽ xác định  $\Delta W$  :

Trong thời đoạn  $dt$  một thể tích đi qua mặt cắt đầu là :

$$\Delta W' = Qdt$$

qua mặt cắt cuối là :

$$\Delta W'' = \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial s} \right) dt$$

Vậy :

$$\Delta W = \Delta W' - \Delta W'' = - \frac{\partial Q}{\partial s} ds dt$$

Mặt khác  $\Delta W$  cũng là thể tích giữa 2 đường mặt nước ứng với  $t$  và  $t + dt$ , tức là :

$$\Delta V = \Delta W.$$

Ta xác định  $\Delta V$  :

Trong thời đoạn  $dt$  diện tích mặt cắt ngang của dòng chảy tăng lên một lượng :

$$d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt$$

Vậy :

$$\Delta V = d\omega \cdot ds = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt \cdot ds$$

Do đó :

$$- \frac{\partial Q}{\partial s} ds \cdot dt = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt \cdot ds$$

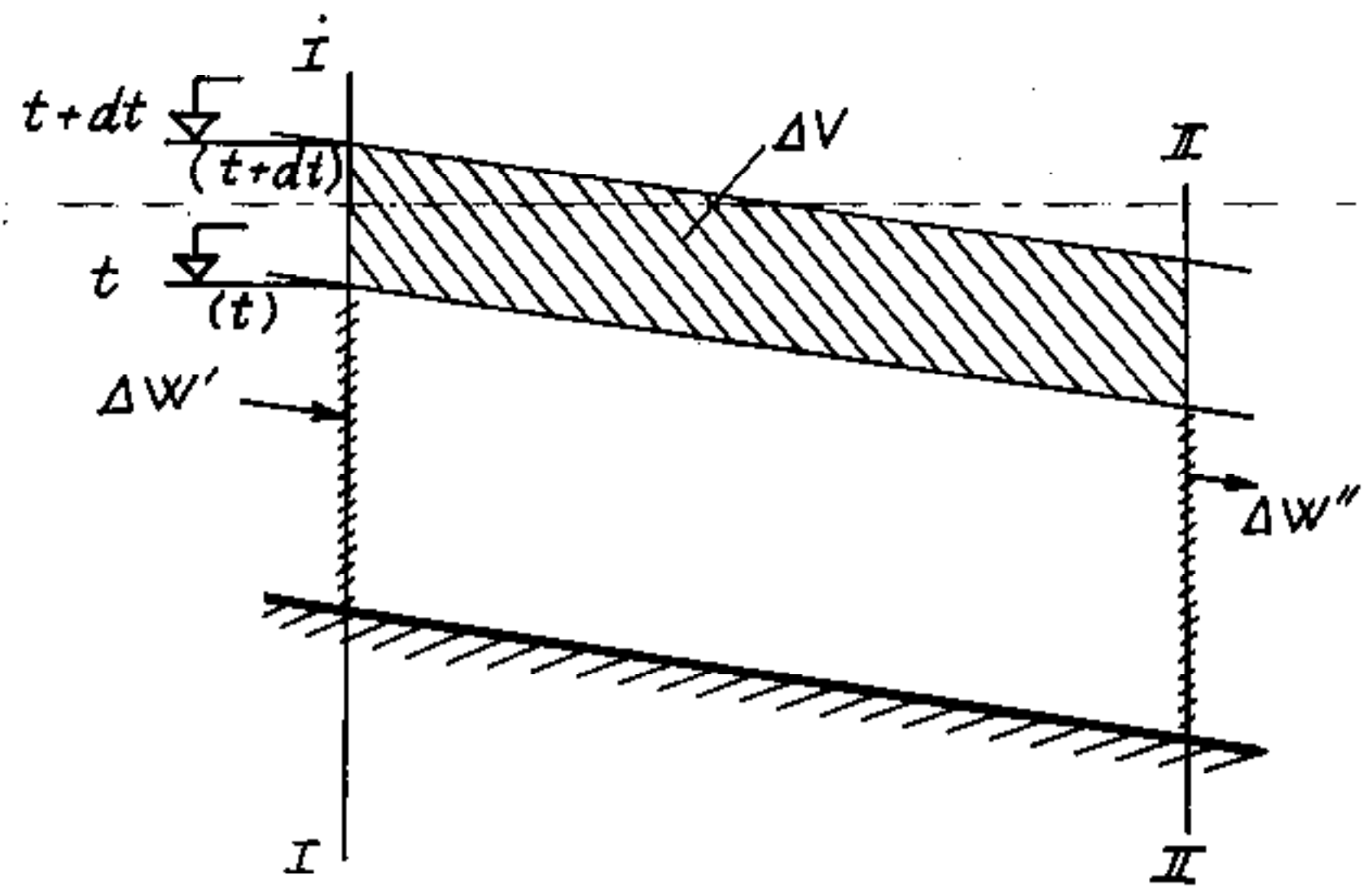
hoặc :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

vì  $Q = \omega \cdot v$  nên :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(\omega \cdot v)}{\partial s} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = B \frac{\partial z}{\partial t} \quad (3)$$



$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial(\omega \cdot v)}{\partial s} = 0 \quad (4)$$

Đối với lòng dẫn lăng trụ chữ nhật :  $\omega = b.h$ , ta được :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial s} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv)}{\partial s} = 0 \quad (6)$$

## 2. Phương trình động lực

a) Cho dòng nguyên tố

Ta xét một dòng nguyên tố trong thời điểm đã định.

Tách trong đoạn đó một đoạn ngắn có chiều dài là  $ds$  từ mặt cắt 1-1 đến 2-2. Khối lượng của đoạn đó sẽ là :

$$dm = \rho d\omega \cdot ds \quad (7)$$

Viết cho  $dm$  phương trình cân bằng động lực dọc vectơ vận tốc  $u$ .

Xét các lực tác dụng :

1 - Áp lực xung quanh thẳng góc với trục  $s-s$  sẽ bằng không ;

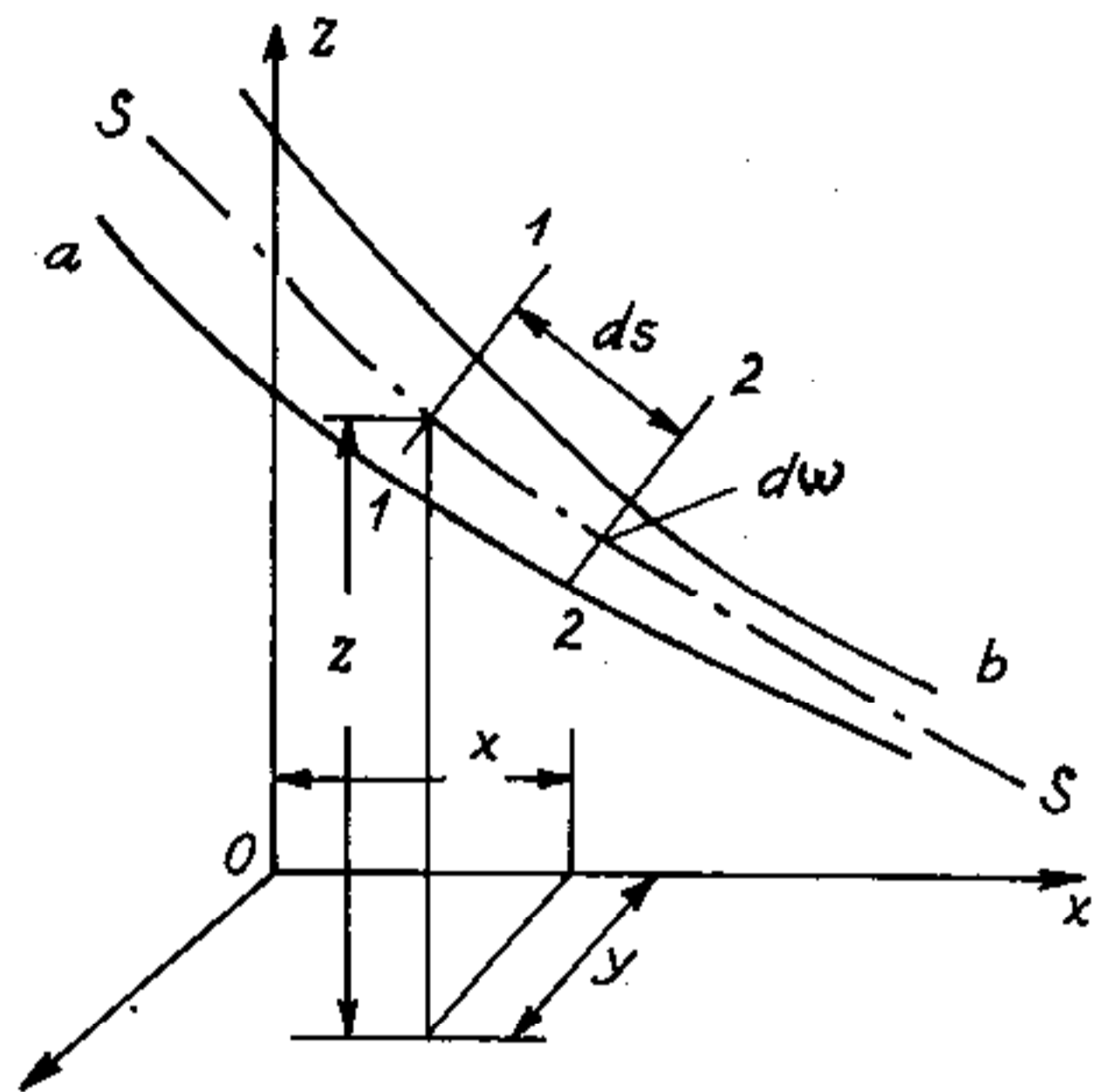
2 - Áp lực lên 2 đầu đoạn  $ds$  là  $dP$  và  $dP'$ , chiếu lên trục  $s-s$  sẽ giữ nguyên giá trị, nhưng ngược dấu nhau.

$$dP = p d\omega ; dP' = -p' d\omega$$

- Tổng hợp :  $p = f(t, s)$

- Tại 1 thời điểm :  $p = f(s)$

$$p' = p + \frac{\partial p}{\partial s} ds$$



Vậy tổng áp lực chiếu lên  $s-s$  bằng :

$$\begin{aligned} dP - dP' &= p d\omega - p' d\omega = \\ &= p d\omega - \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) d\omega \\ &= -\frac{\partial p}{\partial s} ds \cdot d\omega \end{aligned} \quad (8)$$

## 3. Trọng lực của $dm$

$$dG = \gamma d\omega \cdot ds \quad (9)$$

$$\text{Chiếu lên } s-s : dG \cdot \sin \alpha = -\gamma d\omega \cdot dz \quad (10)$$

4 - Lực ma sát :

$$F_s = -\tau d\chi ds \quad (11)$$

Trong đó  $\tau$  - ứng suất tiếp.

5 - Lực quán tính

$$F_{QT} = m \frac{du}{dt} = \rho d\omega \cdot ds \frac{du}{dt} \quad (12)$$

Ta có  $u = f(s, t)$  nên :

$$du = \frac{\partial u}{\partial s} ds + \frac{\partial u}{\partial t} dt \quad (13)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{dt}{dt} = \frac{\partial u}{\partial s} u + \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{u^2}{2} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (14)$$

$$F_{QT} = \rho d\omega \cdot ds \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{u^2}{2} \right) \right] \quad (15)$$

Viết phương trình cân bằng động lực dạng vi phân dọc theo quỹ đạo chất điểm :

$$-\frac{\partial p}{\partial s} ds d\omega - \gamma d\omega dz - \tau d\chi ds - \rho d\omega ds \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{u^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

Tính cho một đơn vị khối lượng và đổi dấu :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{dz}{ds} + \frac{\tau}{\gamma} \frac{d\chi}{d\omega} + \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{u^2}{2g} \right) = 0 \quad (17)$$

hoặc :

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial h_w}{\partial s} = 0 \quad (18)$$

$$\text{vì} \quad \frac{\tau}{\gamma} \frac{d\chi}{d\omega} = dh_w \quad (19)$$

b) Cho dòng chảy

Ở đây các yếu tố mặt cắt là những trị số trung bình nên thay  $u$  bằng  $v$ , ta được :

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h_w}{\partial s} = 0 \quad (20)$$

vì chuyển động là thay đổi chậm nên :

+ Tổn thất cục bộ bỏ qua và

$$h_w = h_d \quad (21)$$

+  $h_d$  cho chuyển động không ổn định còn ít được nghiên cứu nên vẫn tính theo chuyển động ổn định đều :

$$J = \frac{\partial h_d}{\partial s} = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2} \quad (22)$$

Nếu dòng chảy 2 chiều (sóng - thủy triều) thì J :

$$J = \frac{Q |Q|}{K^2} = \frac{v |v|}{C^2 R} \quad (23)$$

v và Q lấy trị số + nếu chảy theo s-s.

v và Q lấy trị số âm nếu chảy ngược chiều s-s.

Viết lại (18) :

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v \cdot |v|}{C^2 R} = 0 \quad (24)$$

Ta có :

$$J = - \frac{\partial z}{\partial s} = i - \frac{\partial h}{\partial s} \quad (25)$$

trong đó z -  $\sqrt{\quad}$  của điểm trên mặt thoáng.

Viết lại (24)

$$- \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{v \cdot |v|}{C^2 R} \quad (26)$$

hoặc

$$i - \frac{\partial h}{\partial s} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{v \cdot |v|}{C^2 R} \quad (27)$$

### §XVIII-3. TÍCH PHÂN PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH THAY ĐỔI CHẠM TRONG LÒNG DẪN HỎ

Ta có hệ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} &= 0 \\ - \frac{\partial z}{\partial s} = i - \frac{\partial h}{\partial s} &= \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{v \cdot |v|}{C^2 R} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Do  $Q = \omega \cdot v$  nên :

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = v \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s} + \omega \cdot \frac{\partial v}{\partial s} \quad (29)$$

còn

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial h}{\partial s} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s} \quad (30)$$

nên (28) được viết dưới dạng khác ;

Thay (29) và (30) vào (28) :

$$\left. \begin{aligned} v \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s} + \omega \cdot \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial \omega}{\partial t} &= 0 \\ \frac{1}{B} \frac{\partial \omega}{\partial s} + \frac{v \partial v}{g \partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} &= i - \frac{v \cdot |v|}{C^2 R} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Tích phân (28) hoặc (31) ta được các nghiệm :

$$\begin{aligned} Q &= Q(s, t) & v &= v(s, t) \\ z &= z(s, t) & \text{hoặc } \omega &= \omega(s, t) \end{aligned} \quad (32)$$

(31) vi phân phi tuyến. Có thể biến đổi thành đạo hàm riêng loại hyperbôn. Tuy nhiên việc làm đó vẫn còn gặp khó khăn.

Vì vậy người ta tìm biện pháp giải gần đúng.

Cách giải chia làm 4 loại :

1. Tích phân chặ chẽ - đây là cách giải của Xanh Vơ năng cho kênh chữ nhật có  $i = 0$ , bỏ qua lực cản. Phương pháp này được gọi là phương pháp đường đặc trưng.

2. Sóng biên độ nhỏ - dựa trên quan điểm đường mặt nước có dạng sóng. Trong khi giải đã bỏ qua các đại lượng bậc cao, biến phương trình phi tuyến thành tuyến tính. Phương pháp này thường dùng cho kênh dẫn trạm thủy điện điều tiết ngày.

3. Sai phân hóa - thay (28) bằng phương trình sai phân và dùng cách giải kết hợp số và đồ giải, trong đó bỏ qua số hạng quán tính. Cũng có tên gọi là phương pháp tức thời.

4. Dùng máy tính - dựa trên các phương pháp tính bằng số để lập trình và giải bằng máy.

#### §XVIII-4. CÁC ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU VÀ ĐIỀU KIỆN BIÊN

Các yếu tố thủy lực biến đổi theo  $t$  và  $s$  thỏa mãn (28) và (31).

Có rất nhiều nghiệm, cần tìm 1 nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện cụ thể cho bài toán, đó là các điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

##### 1. Điều kiện ban đầu :

- Tính với  $t_0$  - các điều kiện cần biết trước là :

$$Q_{t=t_0} = Q(s) \quad \text{và} \quad z_{t=t_0} = z(s) \quad (33)$$

2. Điều kiện biên : là quy luật biến đổi theo  $t$  của cùng 1 hoặc 2 trong (32) tại 2 mặt cắt ở 2 đầu. Quy luật này phải biết được, cụ thể là :

$$\left. \begin{aligned} Q_{s=s_1} &= Q_1(t) \quad \text{và} \quad z_{s=s_2} = z_2(t) \\ \text{hoặc} \quad z_{s=s_1} &= z_1(t) \quad \text{và} \quad Q_{s=s_2} = Q_2(t) \\ \text{hoặc} \quad v_{s=s_1} &= v_1(t) \quad \text{và} \quad \omega_{s=s_2} = \omega_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Điều kiện ban đầu và điều kiện biên của các bài toán cụ thể thì muôn hình muôn vẻ, nhưng cần xác định cho chính xác vì việc đó sẽ quyết định kết quả tính toán.

Khi xác định phải chú ý là điều kiện ban đầu và điều kiện biên cũng phải nghiệm đúng hệ phương trình vi phân.

— Thí dụ : Đối với dòng không ổn định trong kênh điều tiết ngày của trạm thủy điện, nếu kênh dẫn nước từ hồ chứa thì điều kiện biên gồm : đầu trên là mực nước hồ, đầu dưới là đường quá trình lưu lượng ở hạ lưu. Còn điều kiện ban đầu là : trị số lưu lượng và mực nước trên toàn bộ kênh lúc bắt đầu tính toán.

## §XVIII-5. KHÁI NIỆM VỀ PHƯƠNG PHÁP SỐ

Phần lớn các bài toán về dòng không ổn định được giải bằng phương pháp số trên máy tính.

### 1. Nội dung cơ bản của phương pháp số

Sai phân hóa (28)

+ Phương trình liên tục :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta s} + \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = 0 \quad (35)$$

$$\frac{Q_d^* - Q_t^*}{\Delta s} + \frac{\bar{\omega}'' - \bar{\omega}'}{\Delta t} = 0 \quad (36)$$

Gọi  $W = \bar{\omega} \cdot \Delta s$  là dung tích của đoạn sông, phương trình liên tục sẽ thành :

$$(Q_t^* - Q_d^*) \Delta t = W'' - W' \quad (37)$$

hoặc :

$$\frac{Q_t' + Q_t''}{2} - \frac{Q_d' + Q_d''}{2} = \frac{W''}{\Delta t} - \frac{W'}{\Delta t} \quad (38)$$

Trong đó :

- (t) - mặt cắt trên ;
- (d) - mặt cắt dưới ;
- (-) - trung bình của đoạn sông ;
- (') - thời đoạn đầu ;
- ('') - thời đoạn cuối ;
- (\*) - trung bình thời đoạn.

+ Phương trình động lực viết cho thời đoạn cuối

$$-\frac{\Delta z''}{\Delta s} = \frac{\bar{Q}'' \cdot |\bar{Q}''|}{K''^2} \quad (39)$$

hoặc :

$$z_t'' - z_d'' = \frac{\bar{Q}'' \cdot |\bar{Q}''|}{K''^2} \Delta s \quad (40)$$

hoặc :

$$\bar{Q}'' = \pm \bar{K}'' \sqrt{\frac{|z_t'' - z_d''|}{\Delta s}} \quad (41)$$

Dấu ( + ) khi  $z_t > z_d$  ; ( - ) khi  $z_t < z_d$ .

Tức là thay các đạo hàm riêng trong các phương trình bằng tỉ số các sai phân.

Tùy theo cách thay thế mà ta có các sơ đồ sai phân khác nhau - tam giác (thuận, nghịch), thoi, chữ nhật.

Sau khi sai phân hóa hệ (28) được một hệ phương trình đại số của các ẩn số  $\omega, Q$  ở các điểm trong miền xác định D ( $t \geq t_0$  ;  $s_d \leq s \leq s_c$ ) của bài toán.

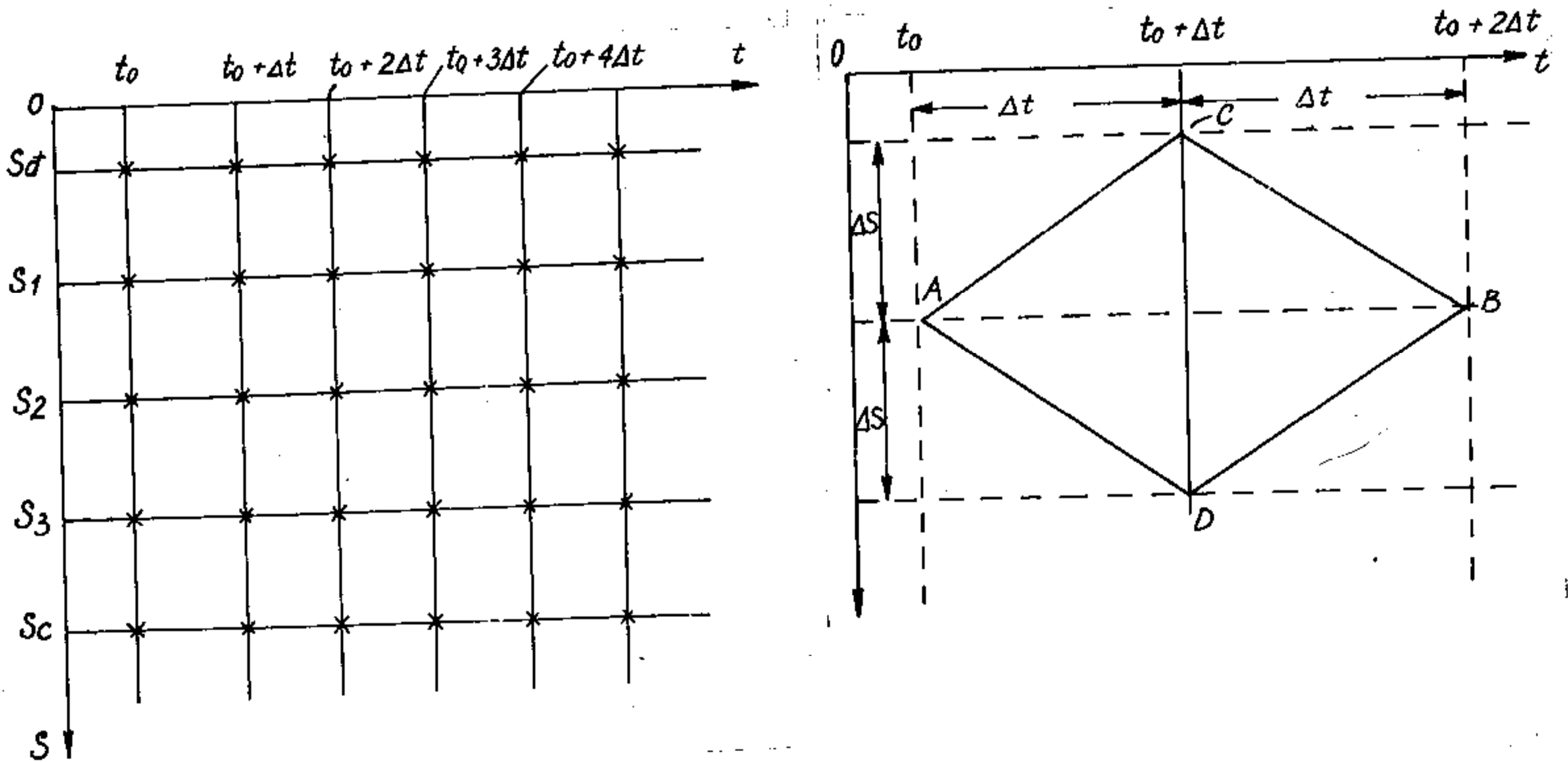
Tiếp theo là giải hệ phương trình đại số để tìm các hàm ẩn.

## 2. Lưới sai phân

Các điểm tính toán trong miền D được phân bố để hợp thành một hệ điểm nút của lưới sai phân. Ở đây ta phải vừa tìm hàm ẩn, vừa dùng lưới sai phân (tức là tìm tọa độ các nút).

Thông thường khi giải hệ phương trình Xanh Vơ năng bằng phương pháp số, người ta dùng lưới sai phân chữ nhật mà các cạnh là các đường thẳng song song với trục  $t$  ( $s = \text{const}$ ) cho ta đặc trưng thủy lực tại mặt cắt chọn trước ở các thời điểm khác nhau.

Các nút nằm trên các đường song song với trục  $s$  ( $t = \text{const}$ ) cho các đặc trưng thủy lực dọc theo lòng dẫn ở thời điểm cố định.



## 3. Sơ đồ hiện và sơ đồ ẩn

Các sơ đồ sai phân có thể chia ra hai loại là sơ đồ hiện và sơ đồ ẩn.



### a. Sơ đồ hiện

Sơ đồ hiện là sơ đồ mà sau khi sai phân hóa hệ (28) ta được hệ 2 phương trình đại số với 2 ẩn số  $Q, \omega$  ở một nút chưa biết, do đó có thể giải ngay ra các ẩn.

Ví dụ : sơ đồ hình thoi - đòi hỏi khoảng cách giữa các mặt cắt  $\Delta s$  phải bằng nhau và thời đoạn tính toán  $\Delta t$  phải cố định.

Thay các đạo hàm riêng bằng các biểu thức sai phân :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{\omega_B - \omega_A}{2\Delta t} \\ \frac{\partial \omega}{\partial s} &= \frac{\omega_D - \omega_C}{2\Delta s} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{Q_B - Q_A}{2\Delta t} \\ \frac{\partial Q}{\partial s} &= \frac{Q_D - Q_C}{2\Delta s} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Nếu đặc trưng tại 2 lớp thời gian trước (nút A, C, D) đã biết thì sau khi sai phân hóa hệ (28) ta được 2 phương trình đại số bậc nhất với 2 ẩn là  $Q_B$  và  $\omega_B$  ở lớp thời gian sau.

Giải hệ này ta được ngay các đặc trưng  $Q_B, \omega_B$ .

Với cách này ta tìm được các đặc trưng chưa biết lần lượt hết lớp này đến lớp khác.

Ở các nút biên không thể chọn làm đỉnh hình thoi, phải thay đổi sơ đồ chút ít (dùng sơ đồ 1/2 hình thoi hoặc bỏ qua không tính đến một đặc trưng còn thiếu ở nút biên).

Ưu điểm : thuật toán đơn giản, dễ lập chương trình cho máy tính, tiện dùng cho cả hệ thống kênh phức tạp.

Nhược điểm : bước thời gian tính toán ( $\Delta t$ ) bị hạn chế bởi điều kiện :

$$\Delta t \leq \inf \frac{\Delta l}{|W|} \quad (43)$$

tức là bước thời gian phải nhỏ hơn giới hạn dưới của khoảng thời gian truyền ảnh hưởng từ mặt cắt này sang mặt cắt kia.

Phương pháp này cũng có hạn chế vì trong tính toán luôn có sai số - sai số do độ chính xác của các tài liệu đưa vào, do thay thế vi phân bằng sai phân, do độ chính xác của máy tính có hạn....

Nếu sơ đồ tính để cho sai số bị tích lũy và khuếch đại trong quá trình tính thì sơ đồ là không bền vững. Ngược lại, nếu trong quá trình tính sai

số bị giảm dần, các sai số phạm phải không bị tích lũy lại thì sơ đồ tính là bền vững.

Trong thực tế tính toán, người ta cũng đã chứng minh được rằng sơ đồ hiện chỉ bền vững khi bước thời gian tính  $\Delta t$  đáp ứng điều kiện (43).

*b. Sơ đồ ẩn*

Sơ đồ ẩn là sơ đồ sai phân mà ở lớp thời gian sau có từ hai nút trở lên và các đặc trưng  $Q, \omega$  ở đây là các đại lượng cần tìm.

Sau khi sai phân hóa hệ phương trình (31) ta chỉ có được 2 phương trình đại số, trong lúc số ẩn số lớn hơn hay bằng 4.

Từng hệ phương trình riêng rẽ như vậy không kín và ta không thể giải ngay để tìm các hàm ẩn được.

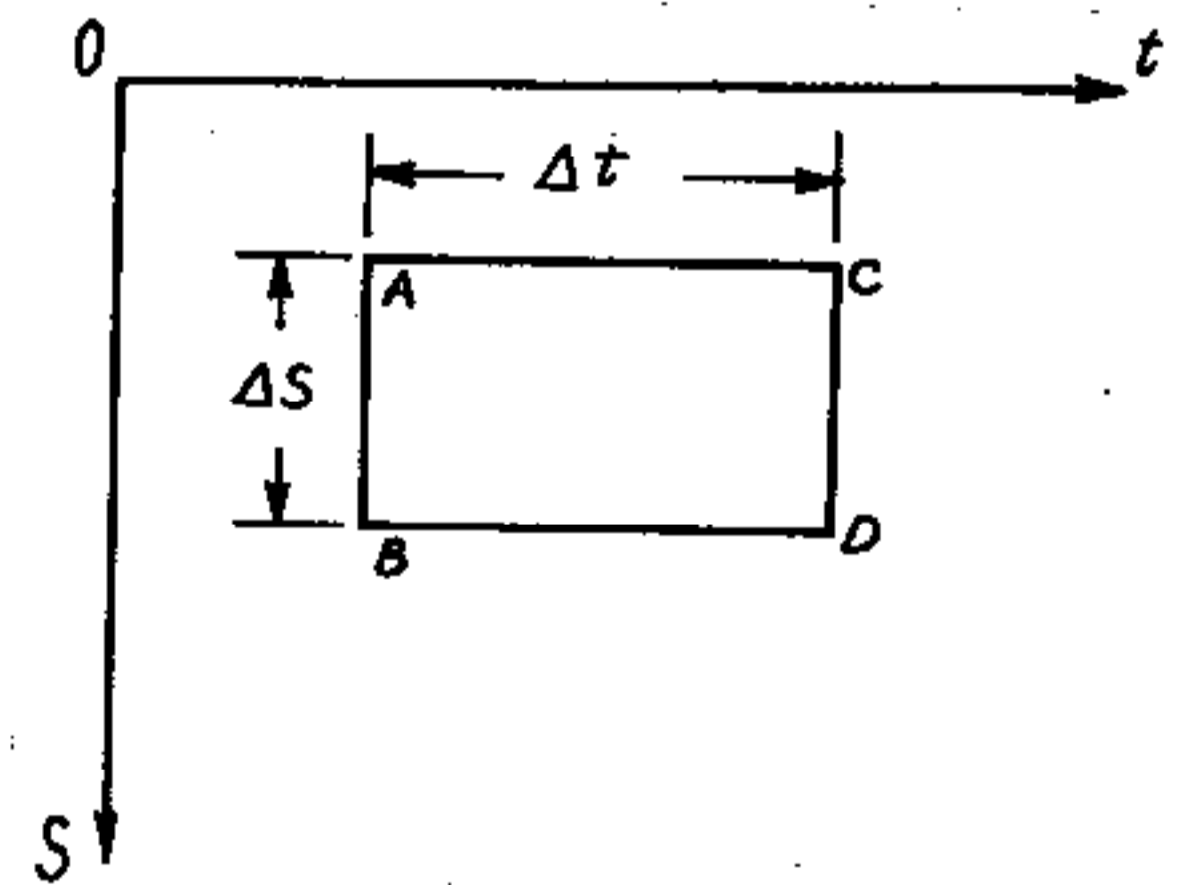
Chỉ sau khi sai phân hóa theo sơ đồ đã chọn cho mỗi nút ở lớp thời gian sau, kết hợp với điều kiện biên ta mới có một hệ kín và giải đồng thời ra nghiệm  $Q, \omega$  cho tất cả các nút ở lớp thời gian sau.

Sơ đồ sai phân hóa chữ nhật có thể tổng quát như sau :

+ Các nút A, B nằm ở lớp thời gian trước, các đặc trưng ở đây đã biết. Các nút C, D ở lớp thời gian sau là các đại lượng cần tìm.

+ Ta thay đạo hàm riêng bằng các biểu thức sai phân sau :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \gamma \frac{\omega_C - \omega_A}{\Delta t} + (1 - \gamma) \frac{\omega_D - \omega_B}{\Delta t} \\ \frac{\partial \omega}{\partial s} &= \frac{\omega_D - \omega_C}{\Delta s} + (1 - \theta) \frac{\omega_B - \omega_A}{\Delta s} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= \gamma \frac{Q_C - Q_A}{\Delta t} + (1 - \gamma) \frac{Q_D - Q_B}{\Delta s} \\ \frac{\partial Q}{\partial s} &= \theta \frac{Q_D - Q_C}{\Delta s} + (1 - \theta) \frac{Q_B - Q_A}{\Delta s} \end{aligned} \right\} (44)$$



Trong đó :  $0 \leq \gamma, \theta \leq 1$  được gọi là các hệ số thiên lệch (tức là khi sai phân hóa ta lấy thiên về phía cạnh nào của hình chữ nhật ABCD).

Thường chọn  $\gamma = 1/2$  và để cho sơ đồ luôn luôn bền vững lấy  $\theta > 1/2$  (đạo hàm theo s lấy thiên về lớp thời gian sau).

Sai phân hóa (28) theo (44) ta được 2 phương trình đại số với 4 ẩn  $\omega_C, Q_C, \omega_D, Q_D$ .

Nếu đoạn sông tính toán chia làm n đoạn nhỏ, có n + 1 mặt cắt - ta được 2n phương trình đại số.

Cộng với 2 điều kiện biên ta có 2n + 2 phương trình.

Số nút ở thời gian sau là  $n + 1$ .

Số ẩn là  $2(n + 1) =$  số phương trình.

Giải hệ  $2n + 2$  phương trình ta nhận được đồng thời tất cả các đặc trưng cần tìm ở lớp thời gian sau.

Lợi dụng tính chất riêng của hệ phương trình này là trong mỗi phương trình chỉ có mặt 4 ẩn số, người ta dùng phương pháp khử dưới để giải cho nhanh và đơn giản.

Cần lưu ý là hệ phương trình Xanh Vơ năng (31) là phi tuyến nên hệ phương trình đại số nhận được cũng là phi tuyến. Do đó phải kết hợp cách giải hệ phương trình đại số tuyến tính với phương pháp tính đúng dần (tính lặp).

Ưu điểm của sơ đồ này: với  $\theta > 1/2$ , bước thời gian tính  $\Delta t$  không bị hạn chế, sơ đồ luôn luôn bền vững.

Nhược điểm: thuật toán phức tạp, khó lập trình cho máy tính hơn và khi áp dụng cho mạng lưới kênh, sông thì phiền phức.

# MÔ HÌNH HÓA CÁC HIỆN TƯỢNG

## THỦY ĐỘNG LỰC

### §XIX-1. CÁC KHÁI NIỆM CHUNG

Các phương pháp giải tích chính xác được dùng để nghiên cứu thủy khí động lực thường bị hạn chế về quy mô phạm vi bài toán.

Trong nhiều trường hợp lời giải giải tích thường kèm theo các khó khăn lớn về toán học, và thường xuyên cách đặt bài toán theo quan điểm toán học chặt chẽ không thể thực hiện được vì tính phức tạp của hiện tượng nghiên cứu.

Ta không thể lúc nào cũng có được kết quả đạt yêu cầu bằng cách dùng các phương pháp số.

Trong những trường hợp như vậy để hỗ trợ người ta dùng cách nghiên cứu thực nghiệm trên các mô hình của các công trình thực tế.

Để có được cách đặt bài toán nghiên cứu thực nghiệm đúng đắn và tiếp theo đó là việc chỉnh lí các thông tin nhận được do thực nghiệm cần phải hình dung một cách rõ ràng *bức tranh bản chất* của hiện tượng nghiên cứu, cần phải tìm được cách *phân tích định tính* tổng quát.

Trong khi thực hiện các nghiên cứu thực nghiệm trên mô hình, điều quan trọng là phải xác định đúng các thông số không thứ nguyên, là các đặc trưng đầy đủ của hiện tượng nghiên cứu.

Số lượng các thông số đó phải là ít nhất.

Sự phân tích định tính sơ bộ và việc chọn hệ các thông số không thứ nguyên có thể thực hiện một cách có hiệu quả bằng cách dựa trên lí thuyết thứ nguyên và sự đồng dạng trong cơ học.

Việc sử dụng lí thuyết đó cho phép có thể có được các tài liệu sơ bộ cần thiết, nhất là đối với các hiện tượng phụ thuộc vào nhiều thông số.

Trong đó có thể xác định được vai trò của từng thông số và trên cơ sở đó loại trừ được một số trong chúng như là những thông số không đáng kể trong quá trình nghiên cứu sau này.

Việc phối hợp phương pháp dựa trên lí thuyết thứ nguyên và đồng dạng cơ học với phương pháp giải tích luôn luôn cho ta các kết quả khả quan nhất.

Thông thường trong thực tế không có mô hình nào có thể mô phỏng một cách hoàn hảo hiện tượng nghiên cứu trong các điều kiện tự nhiên.

Trong trường hợp này cần phải dùng đến phương pháp tương tự, khi hiện tượng mà các nhà nghiên cứu quan tâm được thay bằng mô hình có bản chất vật lí khác dưới điều kiện là hai hiện tượng cùng được mô tả bằng các phương trình như nhau.

## §XIX-2. LÍ THUYẾT THỨ NGUYÊN

Ta cần nhắc lại một số khái niệm trong chương trình vật lí, đó là cần phân biệt các đại lượng có thứ nguyên và không thứ nguyên.

Các đại lượng này có liên quan với nhau bằng các quan hệ nhất định, trong đó đối với một số trong chúng có thể cho các đơn vị đo tùy ý.

Các đại lượng độc lập như vậy được gọi là cơ bản, còn số còn lại là dẫn xuất.

Biểu thức của đại lượng vật lí dẫn xuất qua các đại lượng vật lí cơ bản được gọi là thứ nguyên.

Trong cơ học với tính chất là các đại lượng vật lí cơ bản ta chọn chiều dài  $l$ , khối lượng  $m$ , thời gian  $t$ ; chúng không phụ thuộc lẫn nhau.

Để kí hiệu thứ nguyên ta thường dùng cách viết  $[a]$  (trong đó  $a$  - đại lượng vật lí dẫn xuất).

Cần lưu ý rằng, bất kì phương trình vật lí nào theo thứ nguyên cũng đều đồng nhất, tức là cả hai vế đều luôn luôn có thứ nguyên như nhau, không phụ thuộc vào cách chọn hệ đại lượng vật lí.

Nguyên tắc đó là bắt buộc ngay cả với các phương trình chưa biết.

Tính chất đồng nhất là cơ sở lí thuyết của thứ nguyên.

Sử dụng chúng có thể thành lập được cả quan hệ giữa các đại lượng dùng để xác định các hiện tượng vật lí khác nhau.

Công thức thứ nguyên trong các hệ thống khác nhau của các đại lượng vật lí dùng cho cùng một đại lượng có thể chứa số lượng biến số khác nhau và có thể có các dạng khác nhau.

Vì vậy nói về thứ nguyên chỉ có thể là cho một hệ xác định của các đại lượng vật lí.

Trong một số tài liệu đã chứng minh rằng các công thức thứ nguyên của tất cả các đại lượng phải có dạng số mũ một số hạng :

$$[D] = A^x B^y C^z \quad (1)$$

Trong đó :

$D$  - đại lượng dẫn xuất ;

$A, B, C$  - các đại lượng cơ bản ;

$x, y, z$  - chỉ số mũ.

Nếu trên cơ sở phân tích hiện tượng này hoặc hiện tượng khác ta tách được các đại lượng vật lí, là các đại lượng hoàn toàn xác định được hiện tượng vật lí đó, thì việc xác lập tính chất của quan hệ giữa các đại lượng đã được tách ra đó có thể xuất phát từ nguyên lí đồng nhất của thứ nguyên bằng cái gọi là lí thuyết  $\pi$ .

Giả thiết là một hiện tượng nào đó hoàn toàn được xác định bằng một số lượng hữu hạn các đại lượng vật lí có thứ nguyên.

Quan hệ hàm số giữa chúng có thể viết dưới dạng :

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0 \quad (2)$$

Trong đó :

$A_1, A_2, \dots, A_n$  - các đại lượng vật lí, xác định hiện tượng đang xét ;

$n$  - số lượng của chúng.

Vậy tương ứng với lí thuyết  $\pi$ , phương trình (2) sẽ có dạng :

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (3)$$

Trong đó :

$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$  - các tổ hợp không thứ nguyên độc lập của đại lượng  $A$  ;

$m$  - số lượng các đại lượng vật lí cơ bản.

Số lượng lớn nhất của các tổ hợp  $\pi$  lúc này sẽ được viết dưới dạng sau :

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 &= A_1^x A_2^y A_3^z A_4 \\ \pi_2 &= A_1^x A_2^y A_3^z A_5 \\ \dots \\ \pi_{n-m} &= A_1^x A_2^y A_3^z A_n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

hoặc đối với số bất kì

$$\pi = A_1^x A_2^y A_3^z A_i \quad (5)$$

Trong đó :  $A_i$  - đại lượng vật lí sau  $A_3$  từ  $A_4$  đến  $A_n$  ;  $i = 4, 5, \dots$

Do đó chuyển từ (2) đến (3) ta giảm số lượng các số hạng chưa biết từ  $n$  đến  $n-m$ .

Trong cơ học, như đã nói trên,  $m = 3$ .

Đối với hệ phương trình (4) điều cần lưu ý là cũng như bất cứ phương trình vật lí nào, thứ nguyên vế trái và vế phải của phương trình này phải như nhau.

Vì vậy, thay số  $\pi$  dưới dạng tích số các đại lượng vật lí cơ bản với số mũ bằng 0, còn đối với vế phải phương trình (5) theo (1) thay bằng các số hạng một số mũ, ta có :

$$\pi = l_o^0 m_o^0 t_o^0 = (l_o^{\alpha_1} m_o^{\beta_1} t_o^{\gamma_1})^x (l_o^{\alpha_2} m_o^{\beta_2} t_o^{\gamma_2})^y (l_o^{\alpha_3} m_o^{\beta_3} t_o^{\gamma_3})^z \times l_o^{\alpha_i} m_o^{\beta_i} t_o^{\gamma_i} \quad (6)$$

do đó :

$$\pi = l_0^{\alpha} m_0^{\beta} t_0^{\gamma} = l_0^{(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \alpha_i)} m_0^{(\beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z + \beta_i)} \times t_0^{(\gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z + \gamma_i)} \quad (7)$$

hoặc

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \alpha_i &= 0 \\ \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z + \beta_i &= 0 \\ \gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z + \gamma_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Trong đó :  $\alpha, \beta, \gamma$  - số, được xác định trên cơ sở đồng nhất về thứ nguyên. Hệ (8) được giải đơn trị đối với các chỉ số mũ chưa biết,  $x, y, z$ .

Tiến hành tuần tự các tính toán tương tự đối với từng số hạng trong hệ phương trình (4), ta xác định tất cả các số không thứ nguyên  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$ .

Dạng cuối cùng của phương trình (3) không thể xác định được (trừ các trường hợp đặc biệt đơn giản) trực tiếp từ lý thuyết  $\pi$ , nó được xác định trên cơ sở nghiên cứu thực nghiệm hoặc các số liệu thực địa.

Để làm ví dụ cho việc sử dụng các nguyên lý cơ bản của lý thuyết  $\pi$  ta nghiên cứu bài toán về sức cản trong chuyển động đều đẳng nhiệt của một vật hình cầu trong chất lỏng nhớt, tĩnh.

Chuyển động của hình cầu trong trường hợp này được xác định bằng các tính chất vật lý của chất lỏng, bằng các kích thước của hình cầu, bằng vận tốc chuyển động của nó, cũng như bằng lực cản chính diện.

Do đó phương trình (2) có thể viết dưới dạng :

$$f(\rho, \mu, u_0, d, F) = 0.$$

Trong đó :

- $\rho$  và  $\mu$  - mật độ và độ nhớt của chất lỏng ;
- $u_0$  - vận tốc chuyển động đều của hình cầu ;
- $d$  - đường kính hình cầu ;
- $F$  - lực cản chính diện.

Ta tách các đại lượng vật lý độc lập và viết lại các phương trình xuất phát như sau :

$$f(d, u_0, \rho, \mu, F) = 0$$

Do đó số lượng các tổ hợp không thứ nguyên  $\pi$  bằng 2.

Mỗi một đại lượng dưới dạng hàm số có thể biểu thị bằng tích số các đại lượng vật lý cơ bản với các chỉ số mũ tùy ý, cụ thể :

$$\begin{aligned} d &\sim l_0^{1,0} ; \\ u_0 &\sim l_0^{1,0} t_0^{-1,0} ; \\ \rho &\sim m_0^{1,0} l_0^{-3,0} ; \\ \mu &\sim m_0^{1,0} l_0^{-1,0} t_0^{-1,0} ; \\ F &\sim m_0^{1,0} l_0^{1,0} t_0^{-2,0} . \end{aligned}$$

Bây giờ tương ứng với các công thức (4) ta viết :

$$\pi_1 = d^{x_1} u_0^{y_1} \rho^{z_1} \mu ;$$

$$\pi_2 = d^{x_2} u_0^{y_2} \rho^{z_2} F.$$

Tiếp theo, theo quan hệ (6) ta có :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (l_0^{1,0})^{x_1} (t_0^{-1,0})^{y_1} (m_0^{1,0} l_0^{-3,0})^{z_1} m_0^{1,0} l_0^{-1,0} t_0^{-1,0} = \\ &= l_0^{x_1 + y_1 - 3z_1 - 1,0} t_0^{-y_1 - 1,0} m_0^{z_1 + 1,0} \end{aligned}$$

hoặc là

$$x_1 + y_1 - 3z_1 - 1,0 = 0 ;$$

$$-y_1 - 1,0 = 0 ;$$

$$z_1 + 1,0 = 0.$$

Giải hệ phương trình đã nhận được, ta có :

$$x_1 = -1,0 ; y_1 = -1,0 ; z_1 = -1,0$$

do đó

$$\pi_1 = \frac{\mu}{du_0 \rho} = \frac{\nu}{du_0} = \frac{1}{Re}$$

Tương tự đối với  $\pi_2$  ta được :

$$\pi_2 = l_0^{x_2 + y_2 - 3z_2 + 1} t_0^{-y_2 - 2} m_0^{z_2 + 1}$$

$$x_2 + y_2 - 3z_2 + 1 = 0 ;$$

$$-y_2 - 2 = 0 ;$$

$$z_2 + 1 = 0 ;$$

$$x_2 = -2,0 ; y_2 = -2,0 ; z_2 = -1,0 ;$$

$$\pi_2 = \frac{F}{d^2 u_0^2 \rho}$$

Thay các giá trị số tổ hợp không thứ nguyên vào phương trình (3), ta được :

$$\varphi = \left( \frac{1}{Re} ; \frac{F}{d^2 u_0^2 \rho} \right)$$

hoặc 
$$F = \varphi' \left( \frac{1}{Re} \right) \rho d^2 u_0^2 \quad (9)$$

Biểu thức (9) chỉ ra rằng với kết cấu có thể của phương trình này thì lực cản chính diện tăng khi tổ hợp có thứ nguyên  $\rho d^2 u_0^2$  tăng và khi số Raynôn giảm.

Ta xác định dạng biểu thức  $\varphi'(1/Re)$  cho trường hợp chảy bao hình cầu bằng dòng chất lỏng nhớt khi số Raynôn nhỏ.



Theo lời giải Stoks :

$$F = 3\pi\mu du_0 \quad (10)$$

Cân bằng về phải của (9) và (10), ta được :

$$3\pi\mu du_0 = \varphi' \left( \frac{1}{\text{Re}} \right) \rho d^2 u_0^2,$$

do đó

$$\varphi' \left( \frac{1}{\text{Re}} \right) = \frac{3\mu\pi}{du_0} = \frac{3\pi}{\text{Re}}$$

Viết lại (9), thay  $\varphi'(1/\text{Re})$  vào, ta được :

$$F = \frac{3\pi}{\text{Re}} \rho d^2 u_0^2 = \frac{24}{\text{Re}} \frac{\pi d^2}{4} \rho \frac{u_0^2}{2} \quad (11)$$

hoặc  $F = c_x \omega \rho u_0^2/2$ , chính là kết quả mà Niuton nhận được cho lực cản chính diện.

So sánh (9) và (10) ta chú ý là hệ số sức cản chính diện  $c_x$  giảm khi số Raynôn tăng.

Nghiên cứu thực nghiệm, như đã được biết, hoàn toàn phù hợp với kết quả đã nêu.

Bằng lí thuyết  $\pi$  và lí thuyết thứ nguyên có thể tìm được phương trình Đácxi-Vâyxbác để tính toán sức cản thủy lực theo chiều dài.

Ta xét chuyển động đều đẳng nhiệt của chất lỏng không nén trong ống hình trụ.

Tương ứng với công thức (2) có thể viết  $f(d ; v ; \rho ; \mu ; \Delta p ; l ; k_{td}) = 0$  (trong đó  $d$  - đường kính ống ;  $v$  - vận tốc trung bình của dòng chất lỏng ;  $\rho$  và  $\mu$  - lần lượt là mật độ và độ nhớt động lực của chất lỏng ;  $\Delta p$  - độ hạ thấp áp suất trong ống trên khoảng cách  $l$  ;  $k_{td}$  - độ nhám tương đương hạt đều của mặt trong ống).

Tính độ hạ thấp áp suất  $\Delta p$  cho một đơn vị chiều dài ống, khi đó  $f(d ; v ; \rho ; \mu ; \Delta p/l ; k_{td}) = 0$ .

Từ phương trình (3) ta có :  $\varphi(\pi_1 ; \pi_2 ; \pi_3) = 0$ .

Số không thứ nguyên  $\pi$  có thể tính như trên :

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\rho dv} = \frac{1}{\text{Re}}$$

$$\pi_2 = \frac{d \Delta p / l}{\rho v^2}$$

$$\pi_3 = k_{td}/d$$

Do đó :

$$\varphi \left( \frac{1}{\text{Re}} ; \frac{d \Delta p / l}{\rho v^2} ; \frac{k_{td}}{d} \right) = 0.$$

Giải quan hệ này đối với tổ hợp không thứ nguyên thứ hai, ta có :

$$\frac{d \Delta p / l}{\rho v^2} = \varphi' \left( \frac{1}{\text{Re}} ; \frac{k_{td}}{d} \right)$$

Vì độ hạ thấp áp suất  $\Delta p = \rho g h_{ms}$ , có thể viết :

$$h_{ms} = 2\varphi' \left( \frac{1}{\text{Re}} ; \frac{k_{td}}{d} \right) \frac{l v^2}{d 2g}$$

Ta kí hiệu  $\lambda = 2\varphi'(1/\text{Re} ; k_{td}/d)$ , cuối cùng ta có :

$$h_{ms} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}$$

đây chính là công thức Đácxi-Vâyxbắc.

### §XIX-3. ĐỒNG DẠNG CƠ HỌC

Hiện tượng mà tỉ số của các đại lượng vật lí cùng tên của cùng một biểu hiện vật lí tự nhiên là không đổi, được gọi là đồng dạng cơ học.

Điều đó có nghĩa là đối với đôi một bất kì của các điểm giống nhau của hai dòng đồng dạng, tất cả các đại lượng vectơ đều đồng dạng hình học, còn các đại lượng vô hướng thì tỉ lệ với nhau.

Hai hiện tượng thủy lực là đồng dạng cơ học nếu chúng đồng dạng hình học, động học và động lực học.

\* **Đồng dạng hình học** là có sự tỉ lệ giữa các kích thước chiều dài đặc trưng của các dòng chảy đang xét.

Tiếp theo đây ta kí hiệu thuật ngữ dòng chảy tự nhiên và dòng chảy trên mô hình bằng chữ "TN" và "MH", không hạn chế cho bất cứ một hệ số tỉ lệ nào.

Đối với kích thước chiều dài, ta có tỉ lệ giữa dòng tự nhiên và mô hình là :

$$\frac{l_{TN}}{l_{MH}} = \alpha_1 = \text{const} \quad (12)$$

trong đó  $\alpha_1$  - hệ số tỉ lệ hoặc tỉ lệ chiều dài.

Từ đó để có được đồng dạng hình học của hai dòng chảy phải có đủ tỉ lệ về diện tích và thể tích, tức là :

$$\omega_{TN}/\omega_{MH} = \alpha_w = \alpha_1^{2,0} \quad (13)$$

$$W_{TN}/W_{MH} = \alpha_w = \alpha_1^{3,0} \quad (14)$$

\* **Muốn có đồng dạng động học** bắt buộc phải có đồng dạng hình học.

Ngoài ra, đối với hai dòng chảy đồng dạng động học, hoặc là các đoạn quỹ đạo của các phần tử tương ứng của dòng tự nhiên và mô hình cũng như các thời đoạn mà trong đó xảy ra các quá trình tự nhiên trên mô hình, phải tỉ lệ.

Nói cách khác trong các dòng đồng dạng động học, các phân tử giống nhau vẽ nên các quỹ đạo đồng dạng hình học trong thời đoạn mà các tỉ số được gọi là tỉ lệ thời gian, là đại lượng không đổi :

$$t_{TN}/t_{MH} = \alpha_t = \text{const} \quad (15)$$

Do đó, đối với đôi một bất kì của các điểm giống nhau của hai dòng đồng dạng động học ta có các tỉ số sau đây :

$$u_{TN}/u_{MH} = \alpha_u = \text{const} \quad (16)$$

$$a_{TN}/a_{MH} = \alpha_a = \text{const} \quad (17)$$

Trong đó :

$u_{TN}$  và  $u_{MH}$  - vận tốc trong các điểm giống nhau của dòng tự nhiên và dòng trên mô hình ;

$a_{TN}$  và  $a_{MH}$  - gia tốc của các điểm giống nhau của dòng tự nhiên và trên mô hình ;

$\alpha_u$  và  $\alpha_a$  - lần lượt là các tỉ lệ của vận tốc và gia tốc.

\* **Hệ hoặc hiện tượng thủy lực đồng dạng động lực học** với nhau, nếu bản chất vật lí của các lực tác động lên chất lỏng là giống nhau và các vectơ của các lực đó tạo nên các đa giác lực đồng dạng hình học.

Điều đó có nghĩa là trong hệ đồng dạng động lực học, các tỉ số của lực cùng tên trong các điểm giống nhau trong tự nhiên và trên mô hình là không đổi, tức là :

$$\frac{F_{TN}}{F_{MH}} = \alpha_F = \text{const} \quad (18)$$

Trong đó :

$F$  - lực bất kì, trong số đó cả lực tổng hợp ;

$\alpha_F$  - hệ số tỉ lệ hoặc là tỉ lệ lực.

Đối với đồng dạng động lực học các dòng chảy, tỉ số của mật độ chất lỏng trong tự nhiên và trên mô hình cũng phải bằng nhau :

$$\rho_{TN}/\rho_{MH} = \alpha_\rho = \text{const} \quad (19)$$

Trong đó :  $\alpha_\rho$  - tỉ lệ mật độ.

*Muốn có đồng dạng động lực học nhất thiết phải có đồng dạng động học và hình học.*

Trong các dòng đồng dạng tỉ số của lực tổng hợp trên lực thành phần là đại lượng không đổi, đối với dòng tự nhiên cũng như dòng trên mô hình :

$$R_{TN}/(F_i)_{TN} = R_{MH}/(F_i)_{MH} = \text{const} \quad (20)$$

Trong đó :

$R$  - lực tổng hợp của tất cả các ngoại lực tác dụng lên chất lỏng ;

$F_i$  - một trong số các ngoại lực thành phần.

Ta xét tỉ số của lực tổng hợp của tất cả các ngoại lực đối với các lực quán tính tương ứng của hai dòng chảy đồng dạng động lực học

$$\frac{R_{TN}}{(F_{QT})_{TN}} = \frac{R_{MH}}{(F_{QT})_{MH}} \quad (21)$$

Ta viết lại tỉ số đó dưới dạng sau đây :

$$\frac{R_{TN}}{R_{MH}} = \frac{(F_{QT})_{TN}}{(F_{QT})_{MH}} \quad (22)$$

Theo định luật Niuton tỉ số lực quán tính có thể viết dưới dạng :

$$\frac{(F_{QT})_{TN}}{(F_{QT})_{MH}} = \frac{(\rho Wa)_{TN}}{(\rho Wa)_{MH}} = \alpha_\rho \alpha_1^{3,0} \alpha_t^{-2,0} \quad (23)$$

hoặc đối với lực tổng hợp của tất cả các ngoại lực trong dòng tự nhiên và mô hình :

$$\frac{R_{TN}}{R_{MH}} = \alpha_\rho \alpha_1^{4,0} \alpha_t^{2,0} = \alpha_\rho \alpha_1^{2,0} \alpha_u^{2,0} \quad (24)$$

Thay vế phải của biểu thức (24) bằng tỉ số của các đại lượng vật lí cùng tên, ta có :

$$\frac{R_{TN}}{R_{MH}} = \frac{(\rho l^2 u^2)_{TN}}{(\rho l^2 u^2)_{MH}} \quad (25)$$

hoặc

$$\frac{R_{TN}}{(\rho l^2 u^2)_{TN}} = \frac{R_{MH}}{(\rho l^2 u^2)_{MH}} \quad (26)$$

Vì tỉ lệ hình học của mô hình đối với từng trường hợp cụ thể có thể là khác nhau nên có thể viết :

$$\frac{R_1}{(\rho l^2 u^2)_1} = \frac{R_2}{(\rho l^2 u^2)_2} = \dots = \frac{R}{\rho l^2 u^2} = \text{idem} \quad (27)$$

Tỉ số :

$$\frac{R}{\rho l^2 u^2} = \text{Ne} \quad (28)$$

được gọi là tiêu chuẩn Niuton.

Đối với các hiện tượng đồng dạng động lực học trong các điểm giống nhau tiêu chuẩn Niuton phải bằng nhau.

**Tiêu chuẩn Niuton xác định sự đồng dạng động lực của hệ thống cơ học.**

Tuy nhiên tiêu chuẩn đó không phải luôn luôn có thể được sử dụng dưới dạng tổng quát trong nghiên cứu thủy khí động lực, vì trong nhiều trường hợp không thể tìm được sự đánh giá định lượng các ngoại lực và do đó cả tổng hợp lực.

Vì vậy trong nghiên cứu các hiện tượng thủy lực thường chỉ lấy một lực là lực có tính quyết định hơn so với các lực khác.

Do đó với tính chất là tiêu chuẩn đồng dạng động lực học có thể chọn các tiêu chuẩn riêng, ví dụ tiêu chuẩn Râynon, tiêu chuẩn Froude và các tiêu chuẩn khác.

Các tiêu chuẩn đồng dạng động lực học có thể tìm bằng lí thuyết thứ nguyên, là lí thuyết được dựa trên tính đồng nhất của các phương trình vật lí hoặc là trên cơ sở phân tích các phương trình vi phân mô tả quá trình nghiên cứu.

Bây giờ ta phát biểu các điều kiện đồng dạng động lực học của các hiện tượng thủy khí động lực học.

Hai hiện tượng đồng dạng phải là cùng của một bản chất vật lí.

Trong trường hợp ngược lại ta chỉ có sự tương tự cơ học.

Các quy luật tương tự thường được sử dụng trong kĩ thuật như là tương tự điện - thủy động lực, tương tự khí - thủy lực v.v...

Các hiện tượng đồng dạng được mô tả bằng các phương trình vi phân không thứ nguyên giống nhau.

Hình thức không thứ nguyên của phương trình luôn luôn có thể lập được vì thứ nguyên của từng phương trình vật lí thành phần là giống nhau.

Trong chuyển động của chất lỏng và chất khí các phương trình đó là phương trình Navie-Stok, mà trong dòng chảy rối trở thành phương trình Râyôn và phương trình liên tục.

Hệ phương trình này dùng cho các nhóm hiện tượng thủy động lực học rất khác nhau, ví dụ cho chuyển động của chất lỏng trong ống, cho chảy bao vật rắn bằng chất lỏng và chất khí.

Các hiện tượng đồng dạng phải thỏa mãn các điều kiện đơn trị, các điều kiện đó được viết dưới dạng không thứ nguyên.

Trong các điều kiện một dấu thường gồm :

+ Các tính chất hình học của hệ thống (hình dạng biên của dòng chảy và độ nhám của biên cứng) ;

+ Các điều kiện biên và ban đầu tại các mặt cắt đầu và cuối của dòng đang xét (sự phân bố vận tốc và áp suất trong chúng) ;

+ Các điều kiện ban đầu được cho trước, về nguyên tắc, bằng trường vận tốc và sự phân bố áp suất ở thời điểm đầu ;

+ Các hằng số vật lí của hiện tượng nghiên cứu (mật độ và độ nhớt của môi trường) và sự tồn tại của chất lỏng phi Niuton (khí thực, pha chuyển tiếp v.v...).

Đối với các hiện tượng đồng dạng, các tiêu chuẩn không thứ nguyên bao gồm các đại lượng cùng dấu, phải bằng nhau.

Ở đây khi lập các tiêu chuẩn không thứ nguyên (bằng các phương pháp khác nhau), có thể lấy các giá trị trung bình làm các đại lượng vật lí đặc trưng.

Điều đó có thể chứng minh bằng cách so sánh các hệ số tỉ lệ, ví dụ tỉ lệ của vận tốc cục bộ  $\alpha_u$  và vận tốc trung bình  $\alpha_v$ .

Ta đã biết là vận tốc trung bình được xác định bằng biểu thức :

$$v = \frac{\int u d\omega}{\omega}$$

Đối với dòng đồng dạng tỉ số đó cần phải lập được cùng một tỉ lệ của vận tốc và diện tích. Vì hai dòng đồng dạng động lực học thì cũng đồng dạng về hình học và động học nên tỉ lệ diện tích và về vận tốc điểm trên mặt cắt của dòng chảy đang xét phải cố định ( $\alpha_u = \text{const}$  ;  $\alpha_\omega = \text{const}$ ).

- Vậy có thể viết :

$$\alpha_v \cdot v = \frac{\int \alpha_u \cdot u \cdot \alpha_\omega \cdot d\omega}{\alpha_\omega \cdot \omega}$$

hoặc sau khi ước lược :

$$\alpha_v \cdot v = \alpha_u \frac{\int u d\omega}{\omega}$$

do đó

$$\alpha_v = \alpha_u$$

Do đó điều kiện đồng dạng của hai dòng chảy có thể phát biểu như sau : đối với các dòng chảy (hiện tượng) đồng dạng, tiêu chuẩn không thứ nguyên được xác định từ các giá trị trung bình của các đại lượng cùng dấu, phải bằng nhau.

Các điều kiện đồng dạng động lực học kể trên là cần và đủ để thực hiện sự đồng dạng về thủy động lực học.

#### §XIX-4. CÁC TIÊU CHUẨN ĐỒNG DẠNG THỦY ĐỘNG LỰC HỌC

Để tìm các tiêu chuẩn đồng dạng thủy động lực học ta sử dụng các phương trình vi phân của dòng chảy chất lỏng nhớt và phương trình liên tục được viết dưới dạng sau đây :

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z}$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} ;$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Ta sẽ đưa các phương trình về dạng không thứ nguyên. Muốn thế ta dùng một vài đại lượng vật lý không đổi mà về bản chất có mối liên hệ với các đại lượng có trong các phương trình xuất phát. Đó là các tỉ số :

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= x/l_0 ; \bar{y} = y/l_0 ; \bar{z} = z/l_0 ; \\ \bar{u}_x &= u_x/u_0 ; \bar{u}_y = u_y/u_0 ; \bar{u}_z = u_z/u_0 ; \\ \bar{p} &= p/p_0 ; \bar{t} = t/t_0 ; \\ \bar{X} &= X/X_0 ; \bar{Y} = Y/Y_0 ; \bar{Z} = Z/Z_0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Trong các tỉ số này dấu ngang bên trên là được dùng để chỉ các lượng không thứ nguyên của hình chiếu do dịch chuyển của phần tử chất lỏng, vận tốc của chất điểm đó, các đại lượng áp suất thủy động và hình chiếu của các lực khối đơn vị ;

Các đại lượng mang kí hiệu "o" - chỉ việc đưa đại lượng chuẩn về chiều dài và vận tốc v.v... vào phương trình.

Mật độ và độ nhớt - các đại lượng có giá trị không đổi đối với chất lỏng không nén dưới nhiệt độ cố định, về bản chất vật lý chính là các đại lượng đặc trưng.

Vậy các phương trình chuyển động và liên tục (chỉ viết cho 1 trục tọa độ, các trục khác cũng viết tương tự) sẽ có dạng :

$$\left. \begin{aligned} X_0 \bar{X} - \frac{p_0}{\rho l_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\nu u_0}{l_0^2} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{z}^2} \right) &= \\ = \frac{u_0}{t_0} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{t}} + \frac{u_0^2}{l_0} \left( \bar{u}_x \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{x}} + u_y \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{y}} + u_z \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{z}} \right) ; & \\ \frac{u_0}{l_0} \left( \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Các tỉ lệ vận tốc và chiều dài luôn luôn khác không và vô cùng, vì vậy phương trình liên tục trong hệ (30) đối với dòng chảy của chất lỏng không nén là thỏa mãn tính đồng nhất. Do đó trong hệ phương trình đang xét có thể loại trừ phương trình này.

Ta viết các phương trình còn lại dưới dạng không thứ nguyên, muốn thế ta chia từng số hạng cho  $u_0^2/l_0$  và được :

$$\begin{aligned} & \frac{X_o l_o}{u_o^2} \bar{X} - \frac{P_o}{\rho u_o^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\nu}{u_o l_o} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{z}^2} \right) = \dots \\ & = \frac{l_o}{u_o t_o} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_x \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{x}} + \bar{u}_y \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{y}} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{z}} \end{aligned} \quad (31)$$

Trong phương trình (31) tất cả các số hạng không thứ nguyên, là các tổ hợp không thứ nguyên bao gồm các đại lượng vật lí đặc trưng.

Đối với các dòng chảy đồng dạng các phương trình không thứ nguyên sẽ giống nhau chỉ trong trường hợp khi các hệ số, ở đây là các tổ hợp không thứ nguyên, cũng giống nhau :

$$\frac{X_o l_o}{u_o^2} = \text{idem}; \quad \frac{P_o}{\rho u_o^2} = \text{idem}; \quad \frac{\nu}{u_o l_o} = \text{idem}; \quad \frac{l_o}{u_o t_o} = \text{idem} \quad (32)$$

Các tổ hợp không thứ nguyên đã viết là các tiêu chuẩn đồng dạng động lực học

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_o^2}{X_o l_o} &= Fr - \text{tiêu chuẩn Foud} ; \text{lực cơ bản} - \text{lực trọng trường} ; \\ \frac{P_o}{\rho u_o^2} &= Eu - \text{tiêu chuẩn Ôle} ; \text{lực cơ bản} - \text{áp lực} ; \\ \frac{u_o l_o}{\nu} &= Re - \text{tiêu chuẩn Râyôn} ; \text{lực cơ bản} - \text{lực nhớt} ; \\ \frac{l_o}{u_o t_o} &= Sh - \text{tiêu chuẩn Strukhal} ; \text{lực cơ bản} - \text{lực quán tính.} \end{aligned} \right\} (33)$$

Đối với chuyển động của chất lỏng không nén, qua kết quả phân tích thứ nguyên các phương trình vi phân ta sẽ có 4 tiêu chuẩn không thứ nguyên mà từ đó ta được phương trình tiêu chuẩn :

$$\varphi(Fr ; Eu ; Re ; Sh) = 0 \quad (34)$$

Ta sẽ giải thích ý nghĩa vật lí của các tiêu chuẩn đồng dạng động lực học.

Trong khi viết phương trình vi phân chuyển động dưới dạng không thứ nguyên ta đã chia các số hạng của phương trình đó cho hệ số tính với lực quán tính (đối lưu) đơn vị. Do đó các hệ số không thứ nguyên là các tỉ số của các lực tự nhiên khác nhau đối với lực quán tính.

Ví dụ, hệ số của số hạng đầu về trái của phương trình (31) là tỉ số giữa lực khối và lực quán tính, số Froude là độ lớn của tỉ số giữa lực quán tính



và lực khối. Trong trường trọng lực lực khối chính là lực trọng trường. Trong trường hợp này tiêu chuẩn Froude đặc trưng cho tỉ số giữa lực quán tính và trọng lực.

Hệ số của số hạng thứ hai - tiêu chuẩn Ole, là tỉ số giữa áp lực thủy động và lực quán tính.

Tỉ số giữa lực quán tính và lực nhớt được đặc trưng bằng tiêu chuẩn Râyôn.

Hệ số của số hạng thứ nhất vế phải của phương trình (31) là tỉ số giữa lực quán tính cục bộ và đối lưu - chính là tiêu chuẩn Strukhal.

Đạt được sự cân bằng của các tiêu chuẩn không thứ nguyên chủ yếu của dòng chảy tự nhiên và dòng chảy mô hình là đã đi đến sự đồng dạng động lực hoàn thiện cho các hiện tượng đang xét.

Tuy nhiên điều đó rất hiếm xảy ra do tính phức tạp của hiện tượng vì thế trên thực tế thường là khi phân tích các hiện tượng đồng dạng người ta đã chọn lực có tác động quyết định đối với hiện tượng (các lực khác có thể bỏ qua) để làm lực đặc trưng. Vậy trong trường hợp này sự đồng dạng chỉ còn là đồng dạng động lực bộ phận.

Ta xét trường hợp, khi lực cơ bản đặc trưng cho hiện tượng thủy động lực là lực trọng trường  $F = mg$ ; các lực còn lại có thể bỏ qua. Do đó từ quan hệ (28) ta được :

$$Ne_{(g)} = \frac{mg}{\rho u^2 l^2} = \text{idem}$$

Sau khi ước lược ta được :

$$Ne_{(g)} = \frac{lg}{u^2} = \text{idem}$$

hoặc 
$$\frac{1}{Ne_{(g)}} = Fr = \frac{u^2}{gl} = \text{idem} \quad (35)$$

Do đó tiêu chuẩn của đồng dạng động lực bộ phận trong trường hợp đang xét là tiêu chuẩn Froude.

Giả thiết bây giờ vai trò quyết định lại là lực ma sát (nhớt);  $F_{ms} = \mu S du/dn$ . Sau khi thay thế biểu thức lực đó vào tiêu chuẩn đồng dạng Niuton, ta được :

$$Ne_{(\mu)} = \frac{\tau S}{\rho l^2 u^2} = \frac{\mu S du/dn}{\rho l^2 u^2}$$

Vì  $S \propto l^2$ , còn  $du/dn \propto l/t$ , ta viết :

$$Ne_{(\mu)} = \text{const} \frac{\nu}{lu} = \text{idem}$$

hoặc 
$$\frac{1}{Ne_{(\mu)}} = Re = \frac{ul}{\nu} = \text{idem} \quad (36)$$

Do đó khi lực cơ bản là lực nhớt thì tiêu chuẩn đồng dạng động lực bộ phận là tiêu chuẩn Râyôn.

Nếu các lực cơ bản là áp lực thủy động lực thì tiêu chuẩn đồng dạng bộ phận là tiêu chuẩn Ole :

$$\bar{F}_{(p)} = pS ;$$

$$Ne_{(p)} = \frac{F_{(p)}}{\rho l^2 u^2} = \frac{pl^2}{\rho l^2 u^2} = \frac{p}{\rho u^2} = \text{idem} \quad (37)$$

hoặc  $Ne_{(p)} = Eu = \frac{p}{\rho u^2}$

Khi lực tác động quyết định là sức căng mặt ngoài thì tiêu chuẩn đồng dạng bộ phận là tiêu chuẩn Vâybe :

$$We = \rho u^2 l / \sigma \quad (38)$$

Trong đó :  $\sigma$  - hệ số sức căng mặt ngoài.

Tiêu chuẩn không thứ nguyên của đồng dạng động lực có thể là quyết định và không quyết định.

Quyết định là các tiêu chuẩn, được bao gồm bởi các đại lượng vật lí (hoặc các giá trị trung bình của chúng) nằm trong điều kiện đơn trị ; nói cách khác, tất cả các đại lượng, nằm trong tiêu chuẩn quyết định được cho bằng cách này hay cách khác trong các điều kiện của bài toán, ví dụ, trên mặt biên của khu vực được xem xét của dòng chảy hoặc là trong các điểm đặc trưng của chúng.

Các tiêu chuẩn không đạt các yêu cầu trên, được gọi là không quyết định. Các tiêu chuẩn này cũng có thể rút ra từ các phương trình vi phân.

Trong từng trường hợp cụ thể trên cơ sở phân tích bản chất vật lí của hiện tượng và các phương trình mô tả chúng, ta có thể xác định được rằng tiêu chuẩn nào là dấu hiệu của đồng dạng động lực (đó cũng chính là các tiêu chuẩn quyết định), còn các tiêu chuẩn còn lại là do hệ quả của tiêu chuẩn đồng dạng đã xác định nói trên.

Ví dụ trong chuyển động ổn định của chất lỏng nhớt trong ống có áp tiêu chuẩn quyết định là tiêu chuẩn Râynon, vì tiêu chuẩn đó được lập nên bởi các đại lượng cho trước của bài toán (kích thước của mặt cắt vào, phân bố vận tốc trong đó).

Tiêu chuẩn Ole không thể là quyết định vì áp suất trong tiêu chuẩn đó là đại lượng tính ra chứ không phải cho trước.

Tiêu chuẩn Froude cũng bị loại khỏi số tiêu chuẩn quyết định vì trong dòng có áp trọng lực có thể bỏ qua.

Cũng vậy tiêu chuẩn Strukhal đối với dòng chảy ổn định không có ý nghĩa vật lí.

Do đó phương trình tiêu chuẩn (34) trong trường hợp đang xét có dạng :

$$Eu = f(Re) \quad (39)$$

Trong các bài toán khác nhau tùy thuộc vào cách đặt vấn đề mà các tiêu chuẩn quyết định có thể trở thành không quyết định và ngược lại.

Đôi khi các tiêu chuẩn đồng dạng được rút ra từ các phương trình vi phân tỏ ra là chưa đủ, vì không phải luôn luôn có thể biểu thị đơn trị các điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

Trong các trường hợp này các đại lượng không thứ nguyên còn thiếu có thể xác định trên cơ sở lí thuyết thứ nguyên và các kết quả nghiên cứu thực nghiệm trên mô hình.

Ví dụ, đối với ống nhám đó là đại lượng độ nhám tương đối, với chảy bao vật rắn bằng dòng chất lỏng hoặc chất khí - hình dạng của vật, quan hệ giữa các kích thước v.v...

Mức độ ảnh hưởng của từng tiêu chuẩn có trong phương trình (3) là không giống nhau và phụ thuộc vào quan hệ lực có tác động đến hiện tượng đang xét. Đối với chuyển động đẳng nhiệt của chất lỏng nhớt phương trình (3) trở thành phương trình (34).

Đối với chuyển động ổn định có áp của chất lỏng, phương trình đó trên cơ sở các lập luận trên và có xét đến độ nhám bên trong ống, có thể được viết dưới dạng :

$$Eu = f(Re ; k/d) \quad (40)$$

Tiêu chuẩn Oie là :

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho u^2} = \frac{\rho g h_d}{\rho u^2} = \frac{g h_d}{u^2} \quad (41)$$

Trong đó  $h_d$  - tổn thất năng lượng theo chiều dài.

Thay tổn thất năng lượng bằng công thức Vâyxbác-Đácxi vào (41) ta được :

$$Eu = \lambda \frac{l}{2d}$$

hoặc :

$$\lambda = Eu \cdot 2d/l \quad (42)$$

Vì đại lượng  $2d/l$  được chọn tự do, phương trình (42) có thể viết dưới dạng :

$$\lambda = f(Re ; k/d) \quad (43)$$

Công thức tổng quát của Altsul :

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_{td}}{d} \right)^{0,25}$$

là một sự thành công nhất trong việc viết công thức (43) dưới dạng mở. Từ quan điểm lí thuyết đồng dạng có 2 khu vực sức cản quan trọng : khu vực chảy tầng và khu vực bình phương sức cản. Khu vực thứ nhất theo kết quả

thí nghiệm đường cong quan hệ  $\lambda = f(Re)$  là tập hợp của tất cả các số liệu thí nghiệm không phụ thuộc vào độ nhám của ống ; trong khu vực thứ hai, hệ số  $\lambda$  đối với độ nhám tương đối đã định có trị số cố định.

Ta đã biết sự không phụ thuộc của các điều kiện chuyển động đối với một tiêu chuẩn bất kì nào được gọi là tính tự động mô hình đối với tiêu chuẩn đó.

Do đó trong chuyển động đẳng nhiệt của chất lỏng trong ống có 2 khu vực tự động mô hình. Khu vực thứ nhất trong số đó là tự động mô hình đối với độ nhám tương đối (khu vực chảy tầng) ; khu vực thứ hai (khu vực bình phương sức cản) - tự động mô hình đối với số Rây-nôn.

Đối với chuyển động tầng tiêu chuẩn Ole và Rây-nôn có mối quan hệ sau :

$$Eu = idem/Re \quad (44)$$

còn hệ số  $\lambda$ , như đã biết, được xác định theo công thức

$$\lambda = 64/Re$$

Trong khu vực bình phương sức cản có thể bỏ qua lực nhớt, vì vậy đối với chuyển động ổn định tiêu chuẩn độc nhất của đồng dạng động lực là tiêu chuẩn Ole. Trong trường hợp này cả hệ số  $\lambda$  cũng cố định đối với tất cả các giá trị của số Rây-nôn  $Re \geq Re_{Bpsc}$ .

Đặc tính của khu vực tự động mô hình thứ hai là hệ số ma sát thủy lực của dòng chảy tự nhiên và của dòng chảy trong mô hình phải bằng nhau ( $\lambda_{TN} = \lambda_{MH}$ ).

Cần nhấn mạnh rằng nhận xét trên đây đúng cả với hệ số sức cản thủy lực cục bộ.

Đồng dạng thủy động lực hoàn thiện chỉ có thể thực hiện được khi có sự cân bằng của tất cả các tiêu chuẩn được xác định bằng điều kiện của (33).

Đối với chuyển động ổn định các tiêu chuẩn quyết định là tiêu chuẩn Rây-nôn và Froude, không quyết định là tiêu chuẩn Ole.

Tuy nhiên, chặt chẽ mà nói thì điều kiện của đồng dạng động lực hoàn thiện là không thể thực hiện, vì ngay cả các tiêu chuẩn quyết định là  $Re$  và  $Fr$  trên thực tế cũng không thể thực hiện đồng thời. Do đó để có được sự đồng thời của các tiêu chuẩn : các tỉ lệ của các đại lượng vật lí nằm trong các tiêu chuẩn đồng dạng phải giống nhau.

Ta giả thiết là 2 dòng chảy hoàn toàn đồng dạng cơ học, tức là  $Re_{TN} = Re_{MH}$  và  $Fr_{TN} = Fr_{MH}$ . Ta xác định tỉ lệ vận tốc để làm ví dụ cho các dòng chảy đó hoặc là từ tiêu chuẩn  $Re$ , hoặc là từ  $Fr$ .

Từ đẳng thức  $Re_{TN} = Re_{MH}$  ta được với tỉ lệ đã cho về chiều dài  $\alpha_1$  tỉ lệ vận tốc được xác định cho cùng một chất lỏng  $\nu_{TN} = \nu_{MH} = \nu$  từ hệ thức :

$$u_{TN} l_{TN} / \nu = u_{MH} l_{MH} / \nu \quad (45)$$

hoặc  $\alpha_u = \alpha_l^{-1,0}$ , tức là khi giảm kích thước chiều dài của mô hình so với tự nhiên  $\alpha_l$  lần thì vận tốc trên mô hình cũng tăng ấy lần tăng lên.

Mặt khác từ đẳng thức  $Fr_{TH} = Fr_{MH}$  ta được  $\alpha_u = \alpha_l^{0,5}$ , tức là cùng với việc giảm tỉ lệ chiều dài (giảm kích thước mô hình), vận tốc trên mô hình lại phải giảm đi.

Mâu thuẫn xuất hiện khi ta cố gắng cùng một lúc thỏa mãn cả hai yêu cầu đồng dạng của tiêu chuẩn  $Re$  và  $Fr$ , chỉ có thể khắc phục bằng cách trên mô hình dùng loại chất lỏng khác với ngoài tự nhiên về độ nhớt mà chất chệ là sẽ phá hoại điều kiện đồng dạng động lực hoàn thiện.

Nếu ta thực hiện việc so sánh đối với các tỉ lệ còn lại thì càng chứng tỏ việc đồng thời thực hiện các tiêu chuẩn đồng dạng là điều không thể thực hiện.

Trong thực tế người ta rất dễ dàng xác định lực có ảnh hưởng quyết định đối với hiện tượng so với các lực khác. Trong trường hợp đó ta chỉ cần mô hình hóa theo một tiêu chuẩn, và lúc này ta có sự đồng dạng bộ phận hay là đồng dạng gần đúng.

## §XIX-5. MÔ HÌNH HÓA CÁC HIỆN TƯỢNG THỦY ĐỘNG LỰC

Mô hình hóa bao gồm việc xây dựng mô hình, có cùng một bản chất vật lí như của hiện tượng trong tự nhiên, và nghiên cứu hiện tượng đó trên mô hình và cuối cùng là việc tính đối các kết quả thí nghiệm ra tự nhiên.

Phương pháp mô hình hóa được dựa trên các định luật của lí thuyết đồng dạng cơ học và lí thuyết thứ nguyên.

Mô hình vật lí hoàn thiện rất khó gặp cũng như sự đồng dạng cơ học hoàn thiện. Trong thực tế thường sử dụng mô hình hóa bộ phận hay gần đúng khi mô hình nghiên cứu chỉ về các biểu hiện cơ bản là đồng dạng với hiện tượng tự nhiên.

Về mặt đó trong mô hình hóa bộ phận, người ta sử dụng tính chất đồng dạng gần đúng theo một trong số các tiêu chuẩn quyết định không thứ nguyên. Ở đây nhiệm vụ cơ bản là tìm mối quan hệ giữa các tiêu chuẩn quyết định và không quyết định cũng như tìm các tỉ lệ cho các đại lượng vật lí cơ bản.

### *Mô hình hóa bộ phận theo tiêu chuẩn Râyôn*

Mô hình hóa theo tiêu chuẩn  $Re$  được thực hiện trong trường hợp khi lực tác động chủ yếu đối với dòng chất lỏng hoặc chất khí là lực ma sát (nhớt) và quán tính. Như đã nói trên (45) trong trường hợp này ta có đẳng thức về các tiêu chuẩn Râyôn đối với tự nhiên và mô hình.

Vì  $\nu_{TN} = \nu_{MH} = \nu$  và công thức (45) có dạng :

$$u_{TN}/\nu_{TN} = u_{MH}/\nu_{MH}$$

do đó ta xác định được tỉ lệ vận tốc :  $\alpha_u = \alpha_l^{-1,0}$

Các tỉ lệ của các đại lượng vật lí khác tìm qua các hệ thức đơn giản giữa chúng. Ví dụ để xác định tỉ lệ về lưu lượng ta sử dụng biểu thức

$$Q = \int_{\omega} u d\omega, \text{ mà có thể, đối với đồng dạng động lực, viết dưới dạng tổ hợp}$$

$$\text{các hệ số tỉ lệ : } \alpha_Q = \alpha_u \cdot \alpha_{\omega} = \alpha_l^{-1,0} \cdot \alpha_l^{2,0} = \alpha_l^{1,0}$$

Trong đó  $\alpha_Q$  - tỉ lệ lưu lượng.

Tương tự ta có các tỉ lệ cho các đại lượng vật lí khác :

**Các tỉ lệ của các đại lượng vật lí khi mô hình hóa  
theo tiêu chuẩn Râyôn và Froude**

Các đại lượng vật lí	Các tỉ lệ khi mô hình hóa	
	Theo Re	Theo Fr
Vận tốc u	$\alpha_l^{-1,0}$	$\alpha_l^{0,5}$
Lưu lượng Q	$\alpha_l^{1,0}$	$\alpha_l^{2,5}$
Thời gian t	$\alpha_l^{2,0}$	$\alpha_l^{0,5}$
Lực F	$\alpha_l^0 = 1,0$	$\alpha_l^{3,0}$
Áp suất p	$\alpha_l^{-2,0}$	$\alpha_l^{1,0}$
Công A	$\alpha_l^{1,0}$	$\alpha_l^{4,0}$
Công suất N	$\alpha_l^{-1,0}$	$\alpha_l^{3,5}$

Sử dụng nguyên lí mô hình hóa bộ phận theo tiêu chuẩn Râyôn, có thể chứng minh được rằng bằng một trong số các dấu hiệu cơ bản của đồng dạng động lực với lực quyết định là lực ma sát, ta có được đẳng thức về hệ số ma sát thủy lực của dòng chảy tự nhiên và trên mô hình :

$$\lambda_{TN} = \lambda_{MH}$$

Thực vậy từ đẳng thức

$$\left( \frac{F_{ms}}{\rho l^2 u^2} \right)_{TN} = \left( \frac{F_{ms}}{\rho l^2 u^2} \right)_{MH}$$

do đó :

$$\left( \frac{\tau_o}{\rho u^2} \right)_{TN} = \left( \frac{\tau_o}{\rho u^2} \right)_{MH} \quad (46)$$

và khi thay :

$$u_*^2 = \tau_o / \rho$$

$$\text{ta được : } (u_*/v)_{TN} = (u_*/v)_{MH} \quad (47)$$

Trong đó : v và  $u_*$  - lần lượt là vận tốc trung bình và động lực.

### *Mô hình hóa bộ phận theo tiêu chuẩn Froude*

Mô hình hóa theo tiêu chuẩn Froude được dùng để nghiên cứu các dòng chảy mà lực có tác động quyết định là lực quán tính và lực trọng trường, ví dụ dòng chảy với mặt tự do, dòng tia và các chất lỏng khác.

Biểu thức được dùng làm cơ sở trong trường hợp này là đẳng thức về tiêu chuẩn Froude của dòng chảy tự nhiên và trên mô hình, vì  $g_{TN} = g_{MH} = g$  nên :

$$(u^2/l)_{TN} = (u^2/l)_{MH} \quad (48)$$

Từ (48) ta được tỉ lệ vận tốc :

$$\alpha_u = \alpha_l^{0,5}$$

Các tỉ lệ của các đại lượng vật lí khác được xác định dễ dàng và ghi trong bảng trên. Từ bảng này ta thấy rằng các tỉ lệ của cùng một đại lượng vật lí theo các tiêu chuẩn đồng dạng khác nhau có giá trị khác nhau. Điều đó chứng tỏ rằng các tiêu chuẩn đồng dạng không thể thực hiện đồng thời, tức là không thể thực hiện sự đồng dạng hoàn thiện động lực cho các dòng chảy của cùng một chất lỏng.

### *Mô hình hóa theo tiêu chuẩn Râyôn và Froude*

Ta xét khả năng mô hình hóa gần đúng của các hiện tượng thủy khí khi cùng một lúc có sự tác động của lực quán tính, ma sát và trọng lực, tức là khi  $Re_{TN} = Re_{MH}$  và  $Fr_{TN} = Fr_{MH}$ . Từ đẳng thức của các tiêu chuẩn nói trên, ta thấy rằng trong trường hợp này các tỉ lệ chiều dài và độ nhớt có mối quan hệ thông qua biểu thức  $\alpha_v = \alpha_l^{1,5}$ . Biểu thức đó có thể dễ dàng rút ra từ (45) và (46).

Mặt khác, khi mô hình hóa theo các tiêu chuẩn  $Re$  và  $Fr$  cần phải : trong dòng chảy trên mô hình phải sử dụng chất lỏng mà độ nhớt của nó khác với độ nhớt của chất lỏng tự nhiên  $\alpha_l^{1,5}$  lần. Điều kiện này trong các phòng thí nghiệm thông thường không thực hiện nổi.

Trong một số trường hợp để thực hiện mô hình hóa gần đúng người ta sử dụng phương pháp mô hình khí có áp; mô hình hóa với sự biến dạng cục bộ về hình học.

## **§XIX-6. CÁC PHƯƠNG PHÁP TƯƠNG TỰ**

Nếu một vài hiện tượng khác nhau về bản chất vật lí, có thể biểu thị bằng cùng một số các phương trình vi phân dưới cùng một điều kiện đơn trị, thì các hiện tượng như vậy được gọi là tương tự với nhau, còn phương pháp nghiên cứu hiện tượng đó - phương pháp tương tự.

Trong cơ học chất lỏng kĩ thuật thường sử dụng tương tự diện thủy động lực (EGDA), tương tự khí thủy lực và tương tự từ thủy động và các tương tự khác.

Các tương tự nói trên thuộc về chuyển động không xoáy (thế) của chất lỏng không nhớt, không nén, được mô tả bằng phương trình Laplac cho vận tốc thế và hàm số dòng :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= 0 ; \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= 0\end{aligned}\quad (49)$$

có xét đến các điều kiện biên :

trên mặt cứng không thấm

$$u_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial s} = 0 \quad (50)$$

tại điểm cách xa vô cùng của dòng phẳng song song dọc theo trục Ox

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = u_\infty \quad (51)$$

$$u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

Sự tương tự điện thủy động lực dựa trên cơ sở phương trình Laplac (49) và các điều kiện biên (50), (51), và thỏa mãn điện thế  $\varphi_d$  và hàm số cường độ dòng điện  $\psi_d$ .

Tương tự khí - thủy lực là tương tự giữa dòng chảy của khí lí tưởng dưới tốc độ lớn và chuyển động của chất lỏng (nước) trong kênh hở dưới chiều sâu tương đối nhỏ.

Về cơ bản tương tự khí thủy lực có 2 hệ phương trình tương đương của dòng chảy 2 chiều của khí lí tưởng và chất lỏng lí tưởng.

Phương trình liên tục của chuyển động ổn định của khí có dạng :

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y) = 0 \quad (52)$$

Phương trình tương tự đối với dòng chảy phẳng hở được viết như sau :

$$\frac{\partial}{\partial x} (h u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (h u_y) = 0 \quad (53)$$

Trong đó :

$u_x$  và  $u_y$  - các thành phần vận tốc trung bình theo chiều sâu ;

$h$  - chiều sâu dòng chảy.

Phương pháp tương tự khí - thủy lực hiện nay được sử dụng rộng rãi cho dòng trước âm cũng như cho dòng vượt âm chảy bao vật rắn.



PHỤ LỤC 1

Hàm số  $f(h)$  để tính dòng không đều trong kênh dốc thuận  $i > 0$

$\eta$	$x$	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,05		0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
0,10		0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
0,15		0,151	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
0,20		0,202	0,201	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,25		0,255	0,252	0,251	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
0,30		0,309	0,304	0,302	0,301	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300
0,35		0,365	0,357	0,354	0,352	0,351	0,351	0,351	0,350	0,350	0,350
0,40		0,423	0,411	0,407	0,404	0,403	0,403	0,402	0,401	0,400	0,400
0,45		0,484	0,468	0,461	0,458	0,456	0,455	0,454	0,452	0,451	0,450
0,50		0,549	0,527	0,517	0,513	0,510	0,508	0,507	0,504	0,502	0,501
0,55		0,619	0,590	0,575	0,570	0,566	0,564	0,561	0,556	0,554	0,552
0,60		0,693	0,657	0,637	0,630	0,624	0,621	0,617	0,610	0,607	0,605
0,61		0,709	0,671	0,650	0,642	0,636	0,632	0,628	0,621	0,618	0,615
0,62		0,725	0,685	0,663	0,654	0,648	0,644	0,640	0,632	0,629	0,626
0,63		0,741	0,699	0,676	0,667	0,660	0,656	0,652	0,644	0,640	0,637
0,64		0,758	0,714	0,689	0,680	0,673	0,668	0,664	0,656	0,651	0,648
0,65		0,775	0,729	0,703	0,693	0,686	0,681	0,676	0,668	0,662	0,659
0,66		0,792	0,744	0,717	0,706	0,699	0,694	0,688	0,680	0,674	0,670
0,67		0,810	0,760	0,731	0,720	0,712	0,707	0,700	0,692	0,686	0,681
0,68		0,829	0,776	0,746	0,734	0,725	0,720	0,713	0,704	0,698	0,692
0,69		0,848	0,792	0,761	0,748	0,739	0,733	0,726	0,716	0,710	0,704
0,70		0,867	0,809	0,776	0,763	0,753	0,746	0,739	0,728	0,722	0,716
0,71		0,887	0,826	0,791	0,778	0,767	0,760	0,752	0,741	0,734	0,728
0,72		0,907	0,843	0,807	0,793	0,781	0,774	0,766	0,754	0,747	0,740
0,73		0,928	0,861	0,823	0,808	0,796	0,788	0,780	0,767	0,760	0,752
0,74		0,950	0,880	0,840	0,823	0,811	0,802	0,794	0,780	0,773	0,764
0,75		0,972	0,899	0,857	0,839	0,827	0,816	0,808	0,794	0,786	0,776
0,76		0,996	0,919	0,874	0,855	0,843	0,832	0,823	0,808	0,799	0,788
0,77		1,020	0,939	0,892	0,872	0,860	0,848	0,838	0,822	0,812	0,801
0,78		1,045	0,960	0,911	0,890	0,877	0,865	0,854	0,837	0,826	0,814
0,79		1,071	0,982	0,930	0,908	0,895	0,882	0,870	0,852	0,840	0,828



Phụ lục I (tiếp theo)

$\eta$	$x$	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
1,005		2,997	2,139	1,647	1,477	1,329	1,218	1,107	0,954	0,826	0,730
1,010		2,652	1,863	1,419	1,265	1,138	1,031	0,936	0,790	0,680	0,598
1,015		2,450	1,704	1,291	1,140	1,022	0,922	0,836	0,702	0,603	0,525
1,020		2,307	1,591	1,193	1,053	0,940	0,847	0,766	0,641	0,546	0,474
1,025		2,197	1,504	1,119	0,986	0,879	0,789	0,712	0,594	0,503	0,435
1,030		2,107	1,432	1,061	0,931	0,827	0,742	0,668	0,555	0,468	0,402
1,035		2,031	1,372	1,010	0,885	0,784	0,702	0,632	0,522	0,439	0,375
1,040		1,966	1,320	0,967	0,845	0,747	0,668	0,600	0,494	0,415	0,353
1,045		1,908	1,274	0,929	0,810	0,716	0,638	0,572	0,469	0,394	0,334
1,05		1,857	1,234	0,896	0,779	0,687	0,612	0,548	0,447	0,375	0,317
1,06		1,768	1,164	0,838	0,726	0,640	0,566	0,506	0,411	0,343	0,290
1,07		1,693	1,105	0,790	0,682	0,600	0,529	0,471	0,381	0,316	0,266
1,08		1,629	1,053	0,749	0,645	0,565	0,497	0,441	0,355	0,292	0,245
1,09		1,573	1,009	0,713	0,612	0,534	0,469	0,415	0,332	0,271	0,226
1,10		1,522	0,969	0,680	0,583	0,506	0,444	0,392	0,312	0,253	0,210
1,11		1,477	0,933	0,652	0,557	0,482	0,422	0,372	0,293	0,237	0,196
1,12		1,436	0,901	0,626	0,533	0,461	0,402	0,354	0,277	0,223	0,183
1,13		1,398	0,872	0,602	0,512	0,442	0,384	0,337	0,263	0,211	0,172
1,14		1,363	0,846	0,581	0,493	0,424	0,368	0,322	0,250	0,200	0,162
1,15		1,331	0,821	0,561	0,475	0,407	0,353	0,308	0,238	0,190	0,153
1,16		1,301	0,797	0,542	0,458	0,391	0,339	0,295	0,227	0,181	0,145
1,17		1,273	0,775	0,525	0,442	0,377	0,326	0,283	0,217	0,173	0,137
1,18		1,247	0,755	0,510	0,427	0,364	0,314	0,272	0,208	0,165	0,130
1,19		1,222	0,736	0,495	0,413	0,352	0,302	0,262	0,200	0,158	0,124
1,20		1,199	0,718	0,480	0,400	0,341	0,292	0,252	0,192	0,151	0,118
1,21		1,177	0,701	0,467	0,388	0,330	0,282	0,243	0,184	0,144	0,113
1,22		1,156	0,685	0,454	0,377	0,320	0,272	0,235	0,177	0,138	0,108
1,23		1,136	0,670	0,442	0,366	0,310	0,263	0,227	0,170	0,132	0,103
1,24		1,117	0,656	0,431	0,356	0,301	0,255	0,219	0,164	0,126	0,093
1,25		1,098	0,643	0,420	0,346	0,292	0,247	0,212	0,158	0,121	0,094
1,26		1,081	0,630	0,410	0,337	0,284	0,240	0,205	0,152	0,116	0,090
1,27		1,065	0,618	0,400	0,328	0,276	0,233	0,199	0,147	0,111	0,086
1,28		1,049	0,606	0,391	0,320	0,268	0,226	0,193	0,142	0,107	0,082

Phụ lục I (tiếp theo)

$\eta$	$x$	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
1,29		1,033	0,594	0,382	0,312	0,261	0,220	0,187	0,137	0,103	0,079
1,30		1,018	0,582	0,373	0,304	0,254	0,214	0,181	0,133	0,099	0,076
1,31		1,004	0,571	0,365	0,297	0,247	0,208	0,176	0,129	0,095	0,073
1,32		0,990	0,561	0,357	0,290	0,241	0,102	0,171	0,125	0,092	0,070
1,33		0,977	0,551	0,349	0,283	0,235	0,197	0,166	0,121	0,089	0,067
1,34		0,964	0,542	0,341	0,277	0,229	0,192	0,161	0,117	0,086	0,064
1,35		0,952	0,533	0,334	0,271	0,224	0,187	0,157	0,113	0,083	0,061
1,36		0,940	0,524	0,328	0,265	0,219	0,182	0,153	0,109	0,080	0,058
1,37		0,928	0,516	0,322	0,259	0,214	0,177	0,149	0,106	0,077	0,056
1,38		0,917	0,508	0,316	0,253	0,209	0,173	0,145	0,103	0,074	0,054
1,39		0,906	0,500	0,310	0,248	0,204	0,169	0,141	0,100	0,072	0,052
1,40		0,896	0,492	0,304	0,243	0,199	0,165	0,137	0,097	0,070	0,050
1,41		0,886	0,484	0,298	0,238	0,195	0,161	0,134	0,094	0,068	0,048
1,42		0,876	0,477	0,293	0,233	0,191	0,157	0,131	0,091	0,066	0,046
1,43		0,866	0,470	0,288	0,229	0,187	0,153	0,128	0,088	0,064	0,045
1,44		0,856	0,463	0,283	0,225	0,183	0,150	0,125	0,085	0,062	0,044
1,45		0,847	0,456	0,278	0,221	0,179	0,147	0,122	0,083	0,060	0,043
1,46		0,838	0,450	0,273	0,217	0,175	0,144	0,119	0,081	0,058	0,042
1,47		0,829	0,444	0,268	0,213	0,171	0,141	0,116	0,079	0,056	0,041
1,48		0,821	0,438	0,263	0,209	0,168	0,138	0,113	0,077	0,054	0,040
1,49		0,813	0,432	0,259	0,205	0,165	0,135	0,110	0,075	0,053	0,039
1,50		0,805	0,426	0,255	0,201	0,162	0,132	0,108	0,073	0,052	0,038
1,55		0,767	0,399	0,235	0,184	0,147	0,119	0,097	0,065	0,045	0,032
1,60		0,733	0,376	0,218	0,170	0,134	0,108	0,087	0,058	0,039	0,027
1,65		0,703	0,355	0,203	0,157	0,123	0,098	0,070	0,052	0,034	0,023
1,70		0,675	0,336	0,189	0,145	0,113	0,090	0,072	0,046	0,030	0,020
1,75		0,650	0,318	0,177	0,134	0,104	0,083	0,065	0,041	0,026	0,017
1,80		0,626	0,303	0,166	0,124	0,096	0,077	0,060	0,037	0,023	0,015
1,85		0,605	0,289	0,156	0,115	0,089	0,071	0,055	0,033	0,020	0,013
1,90		0,585	0,276	0,147	0,108	0,083	0,066	0,050	0,030	0,018	0,011
1,95		0,567	0,264	0,139	0,102	0,078	0,061	0,046	0,027	0,016	0,009

PHỤ LỤC 2

Hàm số  $\psi(\xi)$  để tính dòng không đều trong kênh đáy bằng ( $i = 0$ )

$\xi$	x	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
0		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,1000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,05		0,9501	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500	0,9500
0,10		0,9003	0,9001	0,9000	0,9000	0,9000	0,9006	0,9000	0,9000	0,9000	0,9000
0,15		0,8511	0,8504	0,8501	0,8501	0,8500	0,8500	0,8500	0,8500	0,8500	0,8500
0,20		0,8027	0,8010	0,8004	0,8003	0,8002	0,8001	0,8001	0,8000	0,8000	0,8000
0,25		0,7552	0,7522	0,7509	0,7507	0,7504	0,7503	0,7502	0,7501	0,7500	0,7500
0,30		0,7090	0,7042	0,7020	0,7014	0,7010	0,7007	0,7005	0,7002	0,7001	0,7001
0,35		0,6643	0,6573	0,6537	0,6527	0,6520	0,6514	0,6511	0,6506	0,6503	0,6502
0,40		0,6213	0,6116	0,6064	0,6048	0,6036	0,6027	0,6021	0,6012	0,6007	0,6004
0,45		0,5804	0,5675	0,5602	0,5579	0,5561	0,5547	0,5537	0,5523	0,5514	0,5509
0,50		0,5417	0,5252	0,5156	0,5124	0,5098	0,5078	0,5063	0,5040	0,5026	0,5017
0,55		0,5054	0,4852	0,4729	0,4685	0,4651	0,4623	0,4601	0,4568	0,4546	0,4532
0,60		0,4720	0,4478	0,4324	0,4268	0,4223	0,4186	0,4156	0,4109	0,4078	0,4056
0,61		0,4656	0,4406	0,4246	0,4188	0,4140	0,4101	0,4069	0,4020	0,3986	0,3962
0,62		0,4594	0,4336	0,4169	0,4108	0,4059	0,4017	0,3983	0,3931	0,3894	0,3869
0,63		0,4533	0,4267	0,4094	0,4030	0,3978	0,3935	0,3898	0,3843	0,3804	0,3776
0,64		0,4474	0,4199	0,4019	0,3953	0,3898	0,3853	0,3815	0,3756	0,3714	0,3685
0,65		0,4415	0,4132	0,3946	0,3877	0,3820	0,3772	0,3732	0,3670	0,3626	0,3594
0,66		0,4358	0,4067	0,3874	0,3802	0,3743	0,3692	0,3650	0,3585	0,3538	0,3503
0,67		0,4303	0,4003	0,3804	0,3729	0,3667	0,3614	0,3570	0,3501	0,3451	0,3414
0,68		0,4248	0,3940	0,3735	0,3657	0,3592	0,3537	0,3491	0,3418	0,3365	0,3625
0,69		0,4195	0,3879	0,3667	0,3586	0,3518	0,3461	0,3413	0,3336	0,3280	0,3238
0,70		0,4143	0,3820	0,3600	0,3517	0,3446	0,3387	0,3336	0,3256	0,3196	0,3151
0,71		0,4093	0,3762	0,3535	0,3449	0,3376	0,3314	0,3261	0,3176	0,3113	0,3066
0,72		0,4044	0,3705	0,3472	0,3382	0,3307	0,3242	0,3187	0,3098	0,3032	0,2982
0,73		0,3997	0,3650	0,3410	0,3318	0,3239	0,3172	0,3115	0,3022	0,2952	0,2899
0,74		0,3951	0,3596	0,3350	0,3254	0,3173	0,3104	0,3044	0,2947	0,2874	0,2817
0,75		0,3906	0,3544	0,3291	0,3193	0,3109	0,3037	0,2975	0,2874	0,2797	0,2737
0,76		0,3863	0,3493	0,3234	0,3133	0,3046	0,2972	0,2907	0,2802	0,2721	0,2658
0,77		0,3822	0,3444	0,3179	0,3075	0,2985	0,2908	0,2841	0,2732	0,2647	0,2581

$\xi$	$x$	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	0,45	5,00	5,50
0,78		0,3782	0,3397	0,3125	0,3018	0,2926	0,2847	0,2777	0,2664	0,2575	0,2506
0,79		0,3743	0,3352	0,3074	0,2964	0,2869	0,2787	0,2715	0,2597	0,2505	0,2432
0,80		0,3707	0,3308	0,3024	0,2911	0,2814	0,2729	0,2655	0,2533	0,2437	0,2361
0,81		0,3672	0,3267	0,2975	0,2861	0,2761	0,2674	0,2597	0,2471	0,2371	0,2291
0,82		0,3638	0,3226	0,2930	0,2812	0,2710	0,2620	0,2541	0,2410	0,2307	0,2223
0,83		0,3606	0,3188	0,2886	0,2766	0,2661	0,2569	0,2488	0,2352	0,2245	0,2158
0,84		0,3576	0,3152	0,2845	0,2722	0,2614	0,2520	0,2436	0,2297	0,2185	0,2095
0,85		0,3547	0,3118	0,2805	0,2679	0,2570	0,2473	0,2387	0,2244	0,2129	0,2035
0,86		0,3520	0,3080	0,2768	0,2639	0,2528	0,2428	0,2341	0,2193	0,2074	0,1977
0,87		0,3495	0,3055	0,2732	0,2602	0,2488	0,2387	0,2297	0,2145	0,2023	0,1922
0,88		0,3472	0,3026	0,2699	0,2567	0,2450	0,2347	0,2256	0,2100	0,1974	0,1870
0,89		0,3450	0,3000	0,2669	0,2534	0,2415	0,2310	0,2217	0,2058	0,1928	0,1821
0,90		0,3430	0,2976	0,2640	0,2504	0,2383	0,2276	0,2181	0,2018	0,1886	0,1776
0,905		0,3421	0,2965	0,2626	0,2489	0,2368	0,2260	0,2164	0,2000	0,1866	0,1754
0,910		0,3412	0,2954	0,2614	0,2476	0,2354	0,2245	0,2148	0,1982	0,1846	0,1733
0,915		0,3404	0,2944	0,2602	0,2463	0,2340	0,2231	0,2133	0,1965	0,1828	0,1714
0,920		0,3396	0,2934	0,2591	0,2451	0,2327	0,2217	0,2118	0,1949	0,1811	0,1695
0,925		0,3388	0,2925	0,2580	0,2439	0,2315	0,2204	0,2104	0,1934	0,1794	0,1677
0,930		0,3381	0,2916	0,2570	0,2429	0,2303	0,2191	0,2091	0,1920	0,1778	0,1660
0,935		0,3375	0,2908	0,2561	0,2418	0,2292	0,2180	0,2079	0,1906	0,1764	0,1644
0,940		0,3369	0,2901	0,2552	0,2409	0,2282	0,2169	0,2068	0,1894	0,1750	0,1629
0,945		0,3363	0,2894	0,2544	0,2400	0,2273	0,2159	0,2057	0,1882	0,1737	0,1615
0,950		0,3358	0,2888	0,2536	0,2592	0,2264	0,2150	0,2048	0,1871	0,1725	0,1602
0,955		0,3353	0,2882	0,2529	0,2385	0,2256	0,2142	0,2039	0,1861	0,1714	0,1591
0,960		0,3349	0,2877	0,2523	0,2378	0,2249	0,2134	0,2031	0,1853	0,1705	0,1580
0,965		0,3345	0,2872	0,2518	0,2372	0,2243	0,2128	0,2024	0,1845	0,1696	0,1570
0,970		0,3342	0,2868	0,2513	0,2367	0,2238	0,2122	0,2017	0,1838	0,1688	0,1562
0,975		0,3339	0,2865	0,2509	0,2363	0,2233	0,2117	0,2012	0,1832	0,1682	0,1555
0,980		0,3337	0,2862	0,2506	0,2359	0,2229	0,2113	0,2008	0,1827	0,1677	0,1549
0,985		0,3336	0,2860	0,2503	0,2357	0,2226	0,2110	0,2005	0,1823	0,1672	0,1545
0,990		0,3334	0,2858	0,2502	0,2355	0,2224	0,2107	0,2002	0,1821	0,1669	0,1541
0,995		0,3334	0,2857	0,2500	0,2353	0,2223	0,2106	0,2000	0,1819	0,1667	0,1539

*Phụ lục 2 (tiếp theo)*

ξ	x											
	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50		
1,000	0,3333	0,2857	0,2500	0,2353	0,2222	0,2105	0,2000	0,1818	0,1667	0,1539		
1,005	0,3334	0,2857	0,2500	0,2353	0,2223	0,2106	0,2001	0,1819	0,1667	0,1539		
1,010	0,3334	0,2858	0,2501	0,2355	0,2224	0,2107	0,2002	0,1821	0,1669	0,1541		
1,015	0,3336	0,2860	0,2504	0,2357	0,2226	0,2110	0,2005	0,1823	0,1673	0,1545		
1,020	0,3337	0,2862	0,2506	0,2360	0,2229	0,2113	0,2008	0,1827	0,1677	0,1550		
1,025	0,3340	0,2865	0,2509	0,2363	0,2233	0,2117	0,2013	0,1833	0,1683	0,1556		
1,030	0,3343	0,2869	0,2514	0,2368	0,2238	0,2123	0,2019	0,1839	0,1690	0,1564		
1,035	0,3346	0,2873	0,2519	0,2373	0,2244	0,2129	0,2025	0,1847	0,1699	0,1574		
1,040	0,3349	0,2877	0,2525	0,2380	0,2251	0,2136	0,2033	0,1856	0,1709	0,1585		
1,045	0,3354	0,2883	0,2531	0,2387	0,2259	0,2145	0,2042	0,1866	0,1721	0,1598		
1,05	0,3359	0,2889	0,2539	0,2395	0,2268	0,2154	0,2053	0,1878	0,1734	0,1613		
1,06	0,3370	0,2904	0,2556	0,2414	0,2289	0,2177	0,2077	0,1905	0,1764	0,1647		
1,07	0,3384	0,2921	0,2577	0,2437	0,2313	0,2203	0,2105	0,1938	0,1801	0,1688		
1,08	0,3399	0,2940	0,2601	0,2463	0,2342	0,2234	0,2138	0,1976	0,1845	0,1737		
1,09	0,3417	0,2963	0,2629	0,2494	0,2375	0,2270	0,2177	0,2021	0,1895	0,1794		
1,10	0,3437	0,2988	0,2660	0,2528	0,2412	0,2311	0,2221	0,2071	0,1953	0,1858		
1,11	0,3459	0,3017	0,2695	0,2566	0,2454	0,2356	0,2270	0,2128	0,2017	0,1932		
1,12	0,3483	0,3048	0,2734	0,2609	0,2501	0,2407	0,2325	0,2191	0,2090	0,2014		
1,13	0,3510	0,3082	0,2776	0,2655	0,2552	0,2462	0,2385	0,2261	0,2170	0,2105		
1,14	0,3539	0,3119	0,2822	0,2706	0,2607	0,2523	0,2451	0,2338	0,2258	0,2205		
1,15	0,3570	0,3160	0,2873	0,2762	0,2668	0,2589	0,2523	0,2422	0,2355	0,2316		
1,16	0,3603	0,3203	0,2927	0,2822	0,2734	0,2661	0,2601	0,2513	0,2461	0,2437		
1,17	0,3639	0,3250	0,2985	0,2886	0,2804	0,2738	0,2685	0,2612	0,2575	0,2569		
1,18	0,3677	0,3299	0,3047	0,2954	0,2880	0,2821	0,2775	0,2718	0,2699	0,2711		
1,19	0,3717	0,3352	0,3114	0,3028	0,2961	0,2910	0,2873	0,2833	0,2833	0,2866		
1,20	0,3760	0,3408	0,3184	0,3106	0,3048	0,3005	0,2977	0,2956	0,2977	0,3032		
1,21	0,3805	0,3468	0,3259	0,3190	0,3140	0,3107	0,3088	0,3088	0,3131	0,3212		
1,22	0,3853	0,3531	0,3338	0,3278	0,3238	0,3214	0,3205	0,3228	0,3296	0,3403		
1,23	0,3903	0,3597	0,3422	0,3372	0,3341	0,3328	0,3331	0,3377	0,3472	0,3609		
1,24	0,3955	0,3666	0,3510	0,3470	0,3450	0,3449	0,3463	0,3535	0,3659	0,3828		
1,25	0,4010	0,3739	0,3604	0,3574	0,3566	0,3576	0,3604	0,3704	0,3858	0,4062		
1,26	0,4068	0,3815	0,3701	0,3683	0,3687	0,3711	0,3752	0,3881	0,4069	0,4310		
1,27	0,4128	0,3895	0,3803	0,3798	0,3815	0,3852	0,3908	0,4069	0,4293	0,4574		

Phụ lục 2 (tiếp theo)

ξ	x	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
		0,4191	0,3979	0,3911	0,3918	0,3949	0,4001	0,4072	0,4268	0,4530	0,4855
0,4256	0,4066	0,4023	0,4044	0,4089	0,4157	0,4245	0,4477	0,4781	0,5152		
0,4323	0,4157	0,4140	0,4175	0,4236	0,4320	0,4426	0,4697	0,5044	0,5466		
0,4394	0,4251	0,4262	0,4313	0,4390	0,4492	0,4616	0,4928	0,5323	0,5799		
0,4467	0,4350	0,4390	0,4457	0,4551	0,4671	0,4815	0,5171	0,5616	0,6149		
0,4542	0,4452	0,4522	0,4606	0,4719	0,4858	0,5023	0,5426	0,5925	0,652		
0,4620	0,4558	0,4660	0,4762	0,4894	0,5053	0,5240	0,5693	0,6248	0,691		
0,4701	0,4667	0,4803	0,4924	0,5076	0,5257	0,5468	0,5972	0,659	0,732		
0,4785	0,4781	0,4953	0,5093	0,5266	0,5470	0,5705	0,6265	0,695	0,775		
0,4871	0,4899	0,5107	0,5267	0,5463	0,5691	0,5952	0,657	0,732	0,821		
0,4960	0,5021	0,5267	0,5449	0,5668	0,5922	0,621	0,689	0,771	0,868		
0,5052	0,5146	0,5432	0,5637	0,5880	0,616	0,648	0,722	0,812	0,918		
0,5147	0,5276	0,5604	0,5832	0,610	0,641	0,676	0,757	0,855	0,971		
0,5244	0,5410	0,5781	0,603	0,633	0,667	0,705	0,793	0,900	1,026		
0,5344	0,5548	0,597	0,624	0,657	0,694	0,735	0,831	0,946	1,083		
0,5447	0,5691	0,615	0,646	0,681	0,721	0,766	0,870	0,995	1,143		
0,5553	0,584	0,635	0,668	0,707	0,750	0,798	0,911	1,046	1,206		
0,5650	0,599	0,655	0,691	0,733	0,780	0,832	0,953	1,099	1,272		
0,577	0,614	0,676	0,715	0,760	0,810	0,867	0,997	1,154	1,341		
0,589	0,630	0,697	0,740	0,788	0,842	0,903	1,043	1,212	1,412		
0,601	0,647	0,719	0,765	0,817	0,875	0,940	1,091	1,272	1,487		
0,613	0,664	0,742	0,791	0,847	0,909	0,979	1,140	1,334	1,565		
0,625	0,681	0,766	0,818	0,878	0,945	1,019	1,191	1,398	1,646		
0,691	0,775	0,893	0,965	1,047	1,138	1,239	1,475	1,761	2,106		
0,765	0,881	1,038	1,134	1,243	1,363	1,497	1,812	2,196	2,665		
0,847	0,999	1,203	1,327	1,466	1,622	1,796	2,206	2,713	3,338		
0,938	1,130	1,388	1,544	1,720	1,918	2,140	2,666	3,323	4,142		
1,037	1,276	1,595	1,788	2,007	2,254	2,533	3,198	4,037	5,096		
1,144	1,435	1,824	2,061	2,330	2,634	2,979	3,809	4,869	6,220		
1,260	1,611	2,078	2,364	2,690	3,062	3,484	4,509	5,831	7,539		
1,386	1,801	2,358	2,700	3,092	3,540	4,052	5,305	6,941	9,076		
1,521	2,008	2,665	2,070	3,537	4,073	4,689	6,208	8,213	10,86		
1,667	2,232	3,000	3,477	4,028	4,665	5,400	7,228	9,670	12,93		



Phụ lục 2 (tiếp theo)

ξ \ X	2,00	2,50	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
2,1	1,987	2,734	3,762	4,408	5,163	6,043	7,068	9,66	13,19	18,02
2,2	2,349	3,312	2,656	5,512	6,521	7,709	9,11	12,70	17,70	24,67
2,3	2,756	3,972	5,696	6,809	8,131	9,70	11,57	16,45	23,37	33,24
2,4	3,208	4,719	6,894	8,316	10,02	12,07	14,53	21,03	30,45	44,15
2,5	3,708	5,559	8,266	10,06	12,23	14,85	18,03	26,58	39,19	57,89
2,6	4,259	6,497	9,82	12,05	14,77	18,10	22,16	33,23	49,88	75,03
2,7	4,861	7,540	11,58	14,33	17,70	21,87	27,00	41,17	62,87	96,23
2,8	5,517	8,70	13,57	16,91	21,06	26,21	32,62	50,56	78,52	122,3
2,9	6,23	9,97	15,78	19,82	24,87	31,19	38,19	61,61	97,24	153,9
3,0	7,00	11,36	18,25	23,08	29,18	36,87	46,60	74,53	119,5	192,3
3,5	11,79	20,42	35,02	45,80	59,89	78,34	102,6	176,2	303,9	526,6
4,0	18,33	33,57	61,00	82,18	110,8	149,4	197,1	369,4	679,7	1527,0
4,5	26,88	51,73	99,0	137,0	189,8	263,2	365,5	708,2	1380,0	2706,0
5,0	37,67	75,86	152,0	215,9	306,6	436,0	621,0	1267,0	2600,0	5371,0
6,0	67,0	146,2	319,0	472,2	700,4	1041,0	1550,0	3458,0	7771,0	17575,0
7,0	108,3	253,3	594,0	912,9	1406,0	2169,0	3355,0	8079,0	19604,0	47884,0
8,0	163,7	406,7	1017,0	1614,0	2567,0	4095,0	6547,0	16843,0	43683,0	114093,0
9,0	234,0	617,0	1632,0	2666,0	4366,0	7169,0	11802,0	32202,0	83561,0	245291,0
10,0	324,3	894,0	2491,0	4175,0	7018,0	11831,0	19991,0	57491,0	166691,0	486491,0

TABLE 2 (continued)

TABLE 2

## PHỤ LỤC 3

Hàm số  $\Phi(\zeta)$  để tính dòng không đều trong kênh có dốc nghịch ( $i < 0$ )

$\zeta \backslash x$	2,00	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,05	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
0,10	0,099	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
0,15	0,148	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
0,20	0,197	0,198	0,199	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,25	0,244	0,247	0,248	0,249	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
0,30	0,291	0,295	0,296	0,297	0,298	0,299	0,299	0,300	0,300	0,300	0,300
0,35	0,336	0,342	0,344	0,346	0,347	0,348	0,348	0,349	0,349	0,350	0,350
0,40	0,380	0,389	0,391	0,393	0,395	0,396	0,396	0,397	0,393	0,400	0,400
0,45	0,422	0,434	0,437	0,440	0,442	0,447	0,445	0,446	0,447	0,443	0,450
0,50	0,463	0,477	0,481	0,485	0,488	0,490	0,492	0,493	0,495	0,497	0,498
0,55	0,502	0,518	0,523	0,528	0,532	0,535	0,537	0,539	0,542	0,545	0,547
0,60	0,540	0,558	0,565	0,571	0,576	0,580	0,583	0,585	0,585	0,595	0,595
0,61	0,547	0,566	0,573	0,579	0,584	0,588	0,591	0,594	0,598	0,602	0,604
0,62	0,554	0,574	0,581	0,587	0,592	0,596	0,600	0,603	0,607	0,611	0,613
0,63	0,562	0,581	0,589	0,595	0,600	0,605	0,609	0,612	0,616	0,620	0,622
0,64	0,569	0,589	0,596	0,602	0,608	0,613	0,617	0,620	0,625	0,629	0,631
0,65	0,576	0,596	0,604	0,610	0,616	0,621	0,625	0,629	0,634	0,638	0,640
0,66	0,583	0,604	0,612	0,618	0,623	0,628	0,633	0,637	0,643	0,647	0,650
0,67	0,590	0,611	0,620	0,626	0,631	0,636	0,641	0,646	0,652	0,656	0,659
0,68	0,597	0,619	0,627	0,634	0,639	0,644	0,649	0,654	0,665	0,665	0,668
0,69	0,603	0,626	0,634	0,641	0,647	0,653	0,657	0,662	0,668	0,674	0,677
0,70	0,610	0,633	0,642	0,649	0,655	0,661	0,665	0,670	0,677	0,682	0,686
0,71	0,617	0,640	0,649	0,657	0,662	0,668	0,673	0,678	0,685	0,690	0,694
0,72	0,624	0,648	0,656	0,664	0,670	0,676	0,681	0,686	0,694	0,699	0,703
0,73	0,630	0,655	0,663	0,672	0,678	0,684	0,689	0,694	0,702	0,707	0,712
0,74	0,637	0,662	0,670	0,679	0,685	0,691	0,697	0,702	0,710	0,716	0,720
0,75	0,643	0,668	0,677	0,686	0,692	0,698	0,704	0,709	0,717	0,724	0,728
0,76	0,649	0,675	0,684	0,693	0,700	0,705	0,711	0,717	0,725	0,731	0,736
0,77	0,656	0,681	0,691	0,700	0,707	0,712	0,718	0,724	0,733	0,739	0,744
0,78	0,662	0,688	0,698	0,707	0,714	0,720	0,725	0,731	0,740	0,747	0,752
0,79	0,668	0,694	0,704	0,713	0,720	0,727	0,732	0,738	0,748	0,754	0,760

Phụ lục 3 (tiếp theo)

$\zeta \backslash x$	2,00	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
0,80	0,674	0,700	0,710	0,720	0,727	0,734	0,740	0,746	0,755	0,762	0,768
0,81	0,680	0,706	0,717	0,727	0,733	0,741	0,748	0,753	0,762	0,770	0,776
0,82	0,686	0,712	0,723	0,733	0,740	0,748	0,754	0,760	0,769	0,777	0,783
0,83	0,692	0,718	0,729	0,740	0,747	0,755	0,761	0,766	0,776	0,784	0,790
0,84	0,698	0,724	0,736	0,746	0,753	0,761	0,767	0,773	0,783	0,791	0,798
0,85	0,704	0,730	0,742	0,752	0,760	0,767	0,774	0,780	0,790	0,798	0,805
0,86	0,710	0,736	0,748	0,758	0,766	0,774	0,781	0,786	0,797	0,804	0,812
0,87	0,715	0,742	0,754	0,764	0,772	0,780	0,787	0,793	0,803	0,811	0,819
0,88	0,721	0,748	0,760	0,770	0,778	0,786	0,793	0,799	0,810	0,818	0,826
0,89	0,727	0,754	0,765	0,776	0,784	0,792	0,799	0,805	0,816	0,825	0,832
0,90	0,732	0,760	0,771	0,781	0,790	0,798	0,805	0,811	0,822	0,831	0,839
0,905	0,735	0,762	0,774	0,784	0,793	0,801	0,808	0,814	0,825	0,834	0,842
0,910	0,738	0,765	0,777	0,787	0,796	0,804	0,811	0,817	0,828	0,837	0,845
0,915	0,741	0,768	0,780	0,790	0,799	0,807	0,814	0,820	0,831	0,840	0,848
0,920	0,743	0,771	0,783	0,793	0,802	0,810	0,817	0,823	0,834	0,844	0,851
0,925	0,746	0,774	0,785	0,796	0,804	0,812	0,820	0,826	0,837	0,847	0,854
0,930	0,749	0,777	0,788	0,799	0,807	0,815	0,823	0,829	0,840	0,850	0,857
0,935	0,751	0,779	0,790	0,801	0,810	0,818	0,826	0,832	0,843	0,853	0,860
0,940	0,754	0,782	0,793	0,804	0,813	0,820	0,828	0,835	0,846	0,856	0,864
0,945	0,757	0,785	0,796	0,807	0,816	0,823	0,831	0,837	0,849	0,859	0,867
0,950	0,759	0,787	0,799	0,809	0,818	0,826	0,834	0,840	0,852	0,861	0,869
0,955	0,762	0,790	0,801	0,812	0,821	0,828	0,836	0,843	0,855	0,864	0,872
0,960	0,764	0,793	0,804	0,815	0,824	0,831	0,839	0,846	0,857	0,867	0,875
0,965	0,767	0,796	0,807	0,818	0,826	0,834	0,842	0,848	0,860	0,870	0,878
0,970	0,770	0,798	0,810	0,820	0,829	0,837	0,845	0,851	0,863	0,872	0,881
0,975	0,772	0,801	0,812	0,822	0,831	0,839	0,847	0,854	0,866	0,875	0,883
0,980	0,775	0,803	0,814	0,825	0,834	0,842	0,850	0,857	0,868	0,878	0,886
0,985	0,777	0,806	0,817	0,827	0,836	0,844	0,852	0,859	0,870	0,880	0,889
0,990	0,780	0,809	0,820	0,830	0,839	0,847	0,855	0,861	0,873	0,883	0,891
0,995	0,782	0,811	0,822	0,832	0,842	0,849	0,858	0,864	0,876	0,885	0,894
1,000	0,785	0,813	0,824	0,834	0,844	0,852	0,860	0,867	0,879	0,887	0,897
1,005	0,788	0,815	0,826	0,837	0,847	0,855	0,862	0,870	0,881	0,890	0,899
1,010	0,790	0,817	0,829	0,840	0,849	0,858	0,865	0,873	0,884	0,893	0,902

Phụ lục 3 (tiếp theo)

$\zeta$ \ x	2,00	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
1,015	0,793	0,820	0,831	0,843	0,852	0,861	0,868	0,875	0,886	0,896	0,904
1,020	0,795	0,823	0,834	0,845	0,855	0,864	0,871	0,877	0,889	0,898	0,907
1,025	0,798	0,825	0,836	0,848	0,857	0,866	0,874	0,880	0,891	0,900	0,909
1,030	0,800	0,827	0,839	0,850	0,859	0,868	0,877	0,882	0,893	0,902	0,911
1,035	0,803	0,829	0,841	0,853	0,862	0,871	0,879	0,885	0,895	0,905	0,914
1,040	0,805	0,831	0,844	0,855	0,864	0,873	0,882	0,888	0,898	0,907	0,916
1,045	0,808	0,834	0,846	0,857	0,867	0,875	0,884	0,890	0,900	0,909	0,918
1,05	0,810	0,836	0,848	0,859	0,869	0,877	0,886	0,892	0,903	0,911	0,920
1,06	0,815	0,841	0,854	0,864	0,873	0,881	0,890	0,896	0,907	0,915	0,924
1,07	0,819	0,846	0,859	0,869	0,878	0,886	0,894	0,901	0,911	0,919	0,928
1,08	0,824	0,851	0,863	0,873	0,882	0,890	0,898	0,905	0,916	0,923	0,932
1,09	0,828	0,856	0,868	0,877	0,887	0,894	0,902	0,909	0,920	0,927	0,936
1,10	0,833	0,860	0,872	0,881	0,891	0,899	0,906	0,913	0,923	0,931	0,940
1,11	0,837	0,864	0,877	0,886	0,895	0,903	0,910	0,917	0,927	0,935	0,944
1,12	0,842	0,868	0,881	0,891	0,899	0,907	0,914	0,921	0,931	0,939	0,948
1,13	0,846	0,872	0,885	0,895	0,903	0,911	0,918	0,925	0,935	0,943	0,951
1,14	0,851	0,876	0,889	0,899	0,907	0,915	0,922	0,928	0,938	0,947	0,954
1,15	0,855	0,880	0,893	0,903	0,911	0,919	0,926	0,932	0,942	0,950	0,957
1,16	0,859	0,884	0,897	0,907	0,914	0,923	0,930	0,936	0,945	0,953	0,960
1,17	0,864	0,888	0,901	0,911	0,918	0,927	0,933	0,939	0,948	0,957	0,963
1,18	0,868	0,892	0,905	0,915	0,922	0,930	0,937	0,943	0,951	0,960	0,965
1,19	0,872	0,896	0,908	0,918	0,926	0,933	0,940	0,947	0,954	0,963	0,968
1,20	0,876	0,900	0,911	0,921	0,929	0,937	0,944	0,950	0,958	0,966	0,970
1,21	0,880	0,904	0,915	0,925	0,933	0,941	0,947	0,953	0,961	0,969	0,973
1,22	0,884	0,908	0,919	0,929	0,937	0,945	0,950	0,956	0,964	0,972	0,976
1,23	0,888	0,912	0,922	0,932	0,941	0,948	0,953	0,959	0,967	0,974	0,978
1,24	0,892	0,916	0,926	0,935	0,944	0,951	0,956	0,962	0,970	0,977	0,981
1,25	0,896	0,919	0,929	0,938	0,947	0,954	0,959	0,965	0,973	0,979	0,984
1,26	0,900	0,923	0,933	0,942	0,950	0,957	0,962	0,968	0,975	0,982	0,986
1,27	0,904	0,927	0,936	0,945	0,953	0,960	0,965	0,971	0,978	0,984	0,988
1,28	0,908	0,930	0,940	0,948	0,956	0,963	0,968	0,974	0,981	0,987	0,990
1,29	0,911	0,934	0,943	0,952	0,959	0,966	0,971	0,976	0,983	0,989	0,992
1,30	0,915	0,937	0,947	0,955	0,962	0,968	0,974	0,979	0,985	0,991	0,994

Phụ lục 3 (tiếp theo)

ζ	x	2,00	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
		1,31	0,919	0,940	0,950	0,958	0,965	0,971	0,977	0,982	0,988	0,993
1,32	0,922	0,943	0,954	0,961	0,968	0,974	0,979	0,985	0,990	0,995	0,997	0,997
1,33	0,926	0,947	0,957	0,964	0,971	0,976	0,982	0,987	0,993	0,997	0,999	0,999
1,34	0,930	0,951	0,961	0,967	0,974	0,979	0,984	0,990	0,995	0,999	1,001	1,001
1,35	0,933	0,954	0,964	0,970	0,977	0,982	0,987	0,992	0,997	1,001	1,003	1,003
1,36	0,937	0,957	0,967	0,973	0,980	0,985	0,989	0,994	0,999	1,002	1,004	1,005
1,37	0,940	0,960	0,970	0,976	0,983	0,988	0,992	0,996	1,001	1,004	1,006	1,007
1,38	0,944	0,963	0,973	0,979	0,986	0,991	0,995	0,998	1,003	1,006	1,008	1,008
1,39	0,947	0,969	0,975	0,981	0,988	0,993	0,997	0,999	1,003	1,005	1,008	1,010
1,40	0,951	0,969	0,977	0,984	0,990	0,995	0,999	1,001	1,005	1,006	1,009	1,011
1,41	0,954	0,972	0,980	0,986	0,993	0,997	1,001	1,003	1,007	1,008	1,011	1,012
1,42	0,957	0,975	0,983	0,989	0,996	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,014
1,43	0,960	0,978	0,986	0,992	0,998	1,003	1,006	1,007	1,009	1,012	1,014	1,015
1,44	0,964	0,980	0,988	0,995	1,001	1,005	1,008	1,009	1,011	1,014	1,016	1,016
1,45	0,967	0,983	0,990	0,997	1,003	1,007	1,010	1,011	1,013	1,015	1,017	1,017
1,46	0,970	0,986	0,993	1,000	1,005	1,009	1,012	1,013	1,014	1,017	1,019	1,018
1,47	0,973	0,989	0,996	1,003	1,007	1,011	1,014	1,014	1,016	1,018	1,020	1,019
1,48	0,977	0,991	0,998	1,005	1,009	1,012	1,016	1,016	1,018	1,020	1,020	1,020
1,49	0,980	0,994	1,001	1,007	1,011	1,014	1,017	1,018	1,018	1,020	1,021	1,021
1,50	0,983	0,997	1,004	1,009	1,013	1,016	1,018	1,020	1,020	1,022	1,022	1,022
1,55	0,997	1,010	1,015	1,020	1,023	1,025	1,027	1,029	1,029	1,028	1,028	1,026
1,60	1,012	1,022	1,026	1,030	1,033	1,034	1,035	1,035	1,035	1,034	1,032	1,030
1,65	1,026	1,033	1,037	1,039	1,041	1,042	1,042	1,041	1,041	1,039	1,036	1,034
1,70	1,039	1,044	1,047	1,048	1,049	1,049	1,048	1,047	1,047	1,043	1,039	1,037
1,75	1,052	1,054	1,056	1,057	1,056	1,055	1,054	1,052	1,052	1,047	1,042	1,039
1,80	1,064	1,064	1,064	1,065	1,063	1,061	1,059	1,057	1,057	1,051	1,045	1,041
1,85	1,075	1,073	1,072	1,072	1,069	1,067	1,064	1,061	1,061	1,054	1,047	1,043
1,90	1,086	1,082	1,080	1,079	1,075	1,072	1,068	1,065	1,065	1,057	1,049	1,045
1,95	1,097	1,090	1,087	1,085	1,080	1,076	1,072	1,068	1,068	1,059	1,051	1,046
2,00	1,107	1,098	1,094	1,090	1,085	1,080	1,076	1,071	1,071	1,062	1,053	1,047
2,10	1,126	1,112	1,106	1,100	1,094	1,087	1,082	1,076	1,076	1,065	1,056	1,049
2,20	1,144	1,125	1,117	1,109	1,102	1,094	1,088	1,082	1,080	1,068	1,058	1,050
2,30	1,161	1,137	1,127	1,117	1,109	1,099	1,092	1,084	1,084	1,071	1,060	1,051

Phụ lục 3 (tiếp theo)

$\zeta$	$x$	2,00	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50
2,40		1,176	1,148	1,136	1,124	1,115	1,104	1,096	1,087	1,073	1,061	1,052
2,50		1,190	1,157	1,143	1,131	1,119	1,108	1,099	1,090	1,075	1,062	1,053
2,60		1,204	1,166	1,150	1,137	1,123	1,112	1,102	1,092	1,076	1,063	1,054
2,70		1,216	1,174	1,156	1,142	1,127	1,115	1,105	1,094	1,077	1,063	1,054
2,80		1,228	1,181	1,162	1,146	1,131	1,118	1,107	1,096	1,078	1,064	1,054
2,90		1,239	1,188	1,168	1,150	1,134	1,121	1,109	1,098	1,079	1,065	1,055
3,00		1,249	1,194	1,173	1,154	1,137	1,123	1,110	1,099	1,080	1,065	1,055
3,50		1,292	1,218	1,191	1,167	1,148	1,131	1,116	1,103	1,082	1,066	1,055
4,00		1,326	1,237	1,204	1,176	1,155	1,136	1,120	1,106	1,084	1,067	1,056
4,50		1,352	1,251	1,213	1,183	1,160	1,139	1,122	1,108	1,085	1,067	1,056
5,00		1,374	1,260	1,220	1,188	1,163	1,141	1,124	1,110	1,085	1,068	1,056
6,00		1,406	1,272	1,230	1,195	1,167	1,144	1,125	1,111	1,085	1,068	1,056
8,00		1,447	1,290	1,239	1,201	1,170	1,146	1,127	1,111	1,086	1,068	1,056
10,00		1,471	1,298	1,244	1,203	1,172	1,147	1,127	1,111	1,086	1,068	1,056

### PHỤ LỤC 4

**Bảng tọa độ đường cong mặt đập không có chân không  
vẽ theo phương pháp Corigio - Ôphixerôp**

$\bar{x} = \frac{x}{H_{tk}}$	$\bar{y} = \frac{y}{H_{tk}}$	
	Đập loại I (Kiểu Corigio - Ôphixerôp)	Đập loại II kiểu Corigio
0		0,043
0,1	0,126	0,010
0,2	0,036	0,000
0,3	0,007	0,005
0,4	0,000	0,023
0,6	0,060	0,098
0,8	0,147	0,189
1,0	0,256	0,321
1,2	0,393	0,420
1,4	0,565	0,665
1,7	0,873	0,992
2,0	1,235	1,377
2,5	1,960	1,14
3,0	2,824	3,06
3,5	3,828	4,08
4,0	4,930	5,24
4,5	6,22	6,58

### PHỤ LỤC 5

**Bảng trị số bán kính nối tiếp R ở chân đập (\*)**

H (m) P(m) \ R(m)	R (m)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3,0	4,2	5,4	6,5	7,5	8,5	9,5	10,6	11,6
20	4,0	6,0	7,8	8,9	10,0	11,0	12,5	13,3	14,3
30	4,5	7,5	9,7	11,0	12,4	13,5	14,7	15,8	16,8
40	4,7	8,4	11,0	13,0	14,5	15,8	17,0	18,0	19,0
50	4,8	8,8	12,0	14,5	16,5	18,0	19,2	20,3	21,3
60	4,9	8,9	13,0	15,5	18,0	20,0	21,0	22,2	23,2

Khi P < 10m, lấy R = 0,5P

### PHỤ LỤC 6

**Hệ số sửa chữa hình dạng  $\sigma_{hd}$**

$\alpha^\circ$	$\beta^\circ$	$\frac{e}{P_1}$				
		0	0,3	0,6	0,9	1,0
15	15	0,880	0,878	0,855	0,850	0,933
	30	0,910	0,908	0,885	0,880	0,974
	60	0,927	0,925	0,902	0,895	1,000
45	15	0,915	0,915	0,911	0,919	0,933
	30	0,953	0,950	0,950	0,956	0,974
	60	0,974	0,974	0,970	0,978	1,000
75	15	0,930	0,930	0,930	0,930	0,933
	30	0,972	0,972	0,972	0,972	0,974
	60	0,998	0,998	0,998	0,999	1,000
90	15	0,933	-	-	-	-
	30	0,974	-	-	-	-
	60	1,000	-	-	-	-

## PHỤ LỤC 7

### Hệ số lưu lượng của đập thực dụng mặt cắt hình thang

Độ cao tương đối của đập $\frac{P}{H}$	Độ dốc mái		Hệ số lưu lượng m		
	S thượng lưu	S' hạ lưu	$\frac{H}{\delta} > 2$	$1 < \frac{H}{\delta} < 2$	$0,5 < \frac{H}{\delta} < 1$
3 ÷ 5	0,5	0,5	0,42 ÷ 0,43	0,38 ÷ 0,40	0,35 ÷ 0,36
2 ÷ 3	1	0	0,44	0,42	0,40
	2	0	0,43	0,41	0,39
	0	1	0,42	0,40	0,38
	0	2	0,40	0,38	0,36
1 ÷ 2	3	0	0,42	0,40	0,38
	4	0	0,41	0,39	0,37
	5	0	0,40	0,38	0,36
	10	0	0,38	0,36	0,35
	0	3	0,39	0,37	0,35
	0	5	0,37	0,35	0,34
	0	10	0,35	0,34	0,33

## PHỤ LỤC 8

### Tính toán nối tiếp ở hạ lưu công trình

F ( $\tau_c$ )	$\tau_c$	$\tau_c$				
		$\varphi = 0,80$	$\varphi = 0,85$	$\varphi = 0,90$	$\varphi = 0,95$	$\varphi = 1,0$
0,01	0,0023	0,074	0,079	0,084	0,088	0,093
02	0045	105	112	118	125	132
03	0068	128	136	145	153	161
04	0090	147	157	166	176	185
05	0113	165	175	186	196	207
0,06	0,0134	0,179	0,190	0,202	0,213	0,225
07	0156	193	205	217	230	242
08	0178	205	218	232	245	258
09	0201	217	231	245	259	273
10	0228	227	242	257	272	288
0,12	0,0274	0,248	0,265	0,281	0,297	0,314
14	0320	266	284	301	319	336
16	0370	283	302	321	340	358
18	0418	299	319	339	357	378
20	0462	316	336	356	377	397
0,22	0,0510	0,324	0,347	0,370	0,392	0,415
24	0556	341	363	386	409	431
26	0596	352	376	400	424	448
28	0652	364	389	414	438	463
30	0701	375	401	426	452	477
0,35	0,0825	0,401	0,428	0,456	0,483	0,515
40	0950	424	453	472	501	540
45	107	445	476	506	537	568
50	120	464	491	518	545	573
0,55	0,134	0,481	0,515	0,549	0,583	0,617
60	147	497	532	567	602	638
65	160	512	548	585	621	658
70	174	526	563	601	638	676
75	188	538	577	615	654	693
0,80	0,202	0,549	0,589	0,629	0,668	0,708
85	217	560	600	641	682	723
90	232	569	611	653	695	736
95	247	570	621	664	707	750
1,00	263	585	629	672	716	759
1,05	0,279	0,591	0,636	0,680	0,724	0,768
10	296	396	641	686	732	777
15	313	602	647	693	738	784
20	330	606	652	698	744	790
25	350	608	655	701	748	795
1,30	0,370	0,609	0,656	0,704	0,751	0,798
35	391	610	657	704	752	800
40	412	608	656	704	752	800
45	436	605	653	701	749	797
50	461	605	648	696	744	793
1,55	0,490	0,592	0,640	0,688	0,736	0,785
60	523	579	627	675	723	771
63	546	569	616	664	711	759
66	574	553	601	648	696	742



PHỤ LỤC 9

Bảng trị số hệ số  $\varepsilon$  và tính nối tiếp sau của công với tâm chấn phẳng

$\frac{a}{H}$	$\varepsilon$	$F(\tau_c)$	$t_c = \varepsilon \cdot \frac{a}{H}$	$\tau \chi$			
				$\varphi = 0,85$	$\varphi = 0,90$	$\varphi = 0,95$	$\varphi = 1,00$
0,0	0,611	-	-	-	-	-	-
0,10	0,615	0,264	0,062	0,378	0,403	0,427	0,451
0,15	0,618	0,388	0,092	0,445	0,474	0,503	0,531
0,20	0,620	0,514	0,124	0,501	0,534	0,567	0,600
0,25	0,622	0,633	0,156	0,543	0,580	0,616	0,652
0,30	0,625	0,750	0,188	0,576	0,615	0,654	0,693
0,35	0,628	0,865	0,220	0,603	0,644	0,685	0,726
0,40	0,630	0,967	0,252	0,623	0,666	0,708	0,754
0,45	0,638	1,060	0,284	0,638	0,682	0,726	0,771
0,50	0,645	1,182	0,323	0,650	0,696	0,741	0,788
0,55	0,650	1,265	0,356	0,655	0,702	0,749	0,795
0,60	0,660	1,364	0,395	0,657	0,706	0,752	0,800
0,65	0,675	1,457	0,440	0,652	0,700	0,748	0,797
0,70	0,690	1,538	0,482	0,642	0,690	0,738	0,787
0,75	0,705	1,611	0,529	0,624	0,672	0,720	0,768

Thực nghiệm xác minh rằng trị số  $\varepsilon$  của Giucôpxki là đúng trong phạm vi  $\frac{a}{H} \leq 0,75$ .

PHỤ LỤC 10

Bảng tính dòng không áp trong lòng dẫn có mặt cắt tròn

$s = \frac{h}{d}$	$\bar{\omega} = \frac{\omega}{d^2}$	$\bar{R} = \frac{R}{d}$	$s = \frac{h}{d}$	$\bar{\omega} = \frac{\omega}{d^2}$	$\bar{R} = \frac{R}{d}$
0,01	0,0013	0,0066	0,51	0,4027	0,2531
0,02	0,0037	0,0132	0,52	0,4127	0,2561
0,03	0,0069	0,0197	0,53	0,4227	0,2591
0,04	0,0105	0,0262	0,54	0,4327	0,2620
0,05	0,0147	0,0326	0,55	0,4426	0,2649
0,06	0,0192	0,0389	0,56	0,4526	0,2676
0,07	0,0242	0,0451	0,57	0,4625	0,2703
0,08	0,294	0,0513	0,58	0,4723	0,2728
0,09	0,0350	0,0574	0,59	0,4822	0,2753
0,10	0,409	0,0635	0,60	0,4920	0,2776
0,11	0,470	0,0695	0,61	0,5018	0,2797
0,12	0,534	0,0754	0,62	0,5115	0,2818
0,13	0,600	0,0813	0,63	0,5212	0,2839
0,14	0,668	0,0871	0,64	0,5308	0,2860
0,15	0,739	0,0929	0,65	0,5104	0,2881
0,16	0,0811	0,0986	0,66	0,5499	0,2899
0,17	0,0886	0,1042	0,67	0,5594	0,2917
0,18	0,0961	0,1097	0,68	0,5687	0,2935
0,19	0,1039	0,1152	0,69	0,5780	0,950
0,20	0,1118	0,1206	0,70	0,5872	0,2962
0,21	0,1199	0,1259	0,71	0,5964	0,2973
0,22	0,1281	0,1312	0,72	0,6054	0,2984
0,23	0,1365	0,1364	0,73	0,6143	0,2995
0,24	0,1449	0,0416	0,74	0,6231	0,3006
0,25	0,1535	0,1466	0,75	0,6318	0,3017
0,26	0,1623	0,1516	0,76	0,6404	0,3025
0,27	0,1711	0,1566	0,77	0,6489	0,3032
0,28	0,1800	0,1614	0,78	0,6573	0,3037
0,29	0,1890	0,1662	0,79	0,6655	0,3040
0,30	0,1982	0,1709	0,80	0,6736	0,3042
0,31	0,2074	0,1755	0,81	0,6815	0,3044
0,32	0,2167	0,1801	0,82	0,6893	0,3043
0,33	0,2260	0,1848	0,83	0,6969	0,3041
0,34	0,2355	0,1891	0,84	0,7043	0,3038
0,35	0,2450	0,1935	0,85	0,7115	0,2033
0,36	0,2546	0,1978	0,86	0,7186	0,3026
0,37	0,2642	0,2020	0,87	0,7257	0,3017
0,38	0,2739	0,2061	0,88	0,7320	0,3008
0,39	0,1836	0,2102	0,89	0,7380	0,2996
0,40	0,2934	0,2142	0,90	0,7445	0,2980
0,41	0,3032	0,2181	0,91	0,7504	0,2963
0,42	0,3132	0,2220	0,92	0,7560	0,2944
0,43	0,3229	0,2257	0,93	0,7612	0,2822
0,44	0,3328	0,2294	0,94	0,7662	0,2896
0,45	0,3428	0,2331	0,95	0,7707	0,2867
0,46	0,3527	0,2366	0,96	0,7749	0,2830
0,47	0,3627	0,2400	0,97	0,7785	0,2787
0,48	0,3727	0,2434	0,98	0,7816	0,2735
0,49	0,3827	0,2467	0,99	0,7861	0,6256
0,50	0,3927	0,2500	1,00	0,7854	0,2500

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. HOÀNG VĂN QUÝ  
(chủ biên)  
**Bài tập thủy lực. Tập II.**  
NXB ĐH và THCN. Hà Nội 1978.
2. IDELTSIC I.E.  
**Sách tra cứu về sức cản thủy lực.**  
**Tập I, II, III.**  
NXB Khoa học kĩ thuật. Hà Nội 1987.  
Người dịch : Nguyễn Tài.
3. KIXELEP P.G.  
**Sổ tay tính toán thủy lực.**  
NXB Nông nghiệp - Mir.  
Hà Nội - Mockva. 1982.  
Người dịch : Lưu Công Đào - Nguyễn Tài.
4. NGUYỄN TÀI  
**Thủy lực.**  
ĐHXD xuất bản. Hà Nội 1982.
5. NGUYỄN TÀI  
**Sức cản trong lòng dẫn có nhám lớn.**  
Luận án TS. KHKT. Mockva. 1984.
6. NGUYỄN CẢNH CẦM  
(chủ biên)  
**Thủy lực (Tập 2).**  
NXB ĐH và THCN. Hà Nội 1978.
7. CARLIER  
**M. Hydraulique générale et appliquée.**  
Eyrolles. 1972.
8. COMOLET R. ET BONNIN J.  
**Mécanique expérimentale des fluides.**  
Masson. 1964.
9. RANALD V. GILES  
**Mécanique des fluides et hydraulique.**  
Cours et problemes.  
Mc. Graw-Hill. 1992.
10. URQUHARTS L.C.  
**Civil engineering handbook.**  
Fourth edition. McGraw-Hill Book Company,  
INC. New York-Toronto-London.
11. BÔGÔMÔLÔP A.I.  
**Dòng chảy có mặt thoáng với vận tốc cao.**  
NXB Xây dựng. Mockva. 1979.
12. KIXELEP P.G.  
**Thủy lực.**  
NXB Năng lượng quốc gia.  
Mockva. 1987 (bản tiếng Nga).
13. SCHTERENLIKT D.V.  
**Thủy lực.**  
NXB Năng lượng nguyên tử.  
Mockva. 1984 (bản tiếng Nga)
14. TSUGAEP R.R.  
**Thủy lực.**  
NXB Xây dựng - Lêningrat. 1982  
(bản tiếng Nga).
15. VEN TE CHOW.  
**Thủy lực kênh hở.**  
NXB Sách Xây dựng. Mockva. 1969  
(bản tiếng Nga).

## BẢNG ĐỐI CHIẾU THUẬT NGỮ

TIẾNG VIỆT	TIẾNG ANH	TIẾNG PHÁP
Âu thuyền	Ship lock	Écluse de navigation
Bậc nước	Drop	Cascade
Bể tiêu năng	Stilling pool	Bassin d'amortissement
Bùn cát	Sediment	Sédiment
Bùn cát đáy	Bed load	Sédiment de fond
Bùn cát lơ lửng	Suspended load	Sédiment en suspension
Cống	Sluice	Écluse
Cửa cống	Gate	Vanne
Dốc nước	Fall	Pente rapide
Dòng chảy êm	Tranquil flow	Écoulement tranquille
Dòng chảy phân giới	Critical flow	Écoulement critique
Dòng chảy xiết	Rapid flow	Écoulement torrentiel
Đập tràn	Weir	Déversoir
Đập tràn chảy ngập	Submerget weir	Déversoir noyé
Đập tràn chảy tự do	Weir with free discharge	Déversoir à nappe libre
Đập tràn đỉnh rộng	Broad-crested weir	Déversoir à seuil épais
Đập tràn thành mỏng	Sharp-crested weir	Déversoir en minceparoi
Đường đặc trưng	Characteristic	Caractéristique
Độ dốc phân giới	Critical slope	Pente critique
Độ đục	Sediment concentration	Concentration de sédiment
Độ sâu liên hiệp	Conjugate depth	Profondeur conjuguée
Độ sâu phân giới	Critical depth	Hauteur critique
Đường bão hòa	Phreatic depth	Ligne de la surface libre
Hạ lưu	Down tream, tail water	Aval, bief inférieur
Hàm dòng	Stream function	Fonction de courant
Hệ số thấm	Permeability coefficient	coefficient de permeabilite
Hồ chứa	Storage	Retenue
Khí thực	Cavitation	Cavitation
Không ngập	Unsubmerged	Non dénoyé
Lòng dẫn không lăng trụ	Nonprismatic bed	Lit non-prismatique
Lòng dẫn lăng trụ	Prismatic bed	Lit prismatique
Lưới thùy động lực học	Flow net	Réseau d'écoulement
Mặt sóng	Wave front	Front de l'onde
Mô hình	Model	Modèle
Năng lượng đơn vị	Specific energy	Énergie spécifique
Ngập	Submerget	Dénoyé
Ngưỡng	Sill	Seuil
Nối tiếp	Translation	Translation
Nước nhảy	Hydraulic jump	Ressaut hydraulique
Nước nhảy sóng	Undular jump	Resaut ondulé
Nước nhảy ngập	Submerged jump	Resaut noyé
Phân tích thứ nguyên	Dimensional analysis	Analyde dimensionnelle
Sóng	Wave	Onde
Sóng đứng	Stadind wave	Onde stationnaire
Thấm	Seepage	Filtrsion
Thế phức	Complex potential	Potentiel complexe
Tiêu năng	Energy dissipation	Dissipation de l'energie
Tốc độ truyền sóng	Celerity of the wave	Celerite de l'onde
Tương tự	Similitude	Similitude
Vận tốc phân giới	Critical velocity	Vitesse critique
Vận tốc phức	Complex velocity	Vitesse complexe

## MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
Lời nói đầu	3
<b>X</b> CHƯƠNG IX : CHUYỂN ĐỘNG ỔN ĐỊNH KHÔNG ĐỀU TRONG LÒNG DẪN HỒ	
IX-1. Khái niệm	5
IX-2. Phương trình cơ bản của chuyển động không đều thay đổi dần	6
IX-3. Tỷ năng dòng chảy, tỷ năng mặt cắt và chiều sâu phân giới	9
IX-4. Phân tích phương trình vi phân cơ bản của chuyển động không đều	12
IX-5. Hai bài toán cơ bản của phương trình của chuyển động không đều	20
IX-6. Tích phân khi $i = 0$	21
IX-7. Tích phân khi $i < 0$	22
IX-8. Các phương pháp tích phân gần đúng	23
IX-9. Chuyển động không đều trong sông thiên nhiên cách vẽ đường nước dâng trong sông thiên nhiên	25
Các ví dụ	27
<b>CHƯƠNG X : NƯỚC NHẢY</b> <b>X</b>	
X-1. Khái niệm chung	34
X-2. Các dạng nước nhảy	35
X-3. Phương trình cơ bản của nước nhảy hoàn chỉnh trong lòng dẫn lắng trụ	36
X-4. Các chiều sâu liên hiệp của lòng dẫn chữ nhật	39
X-5. Chiều dài nước nhảy và tổn thất năng lượng trong nước nhảy	41
X-6. Sự di chuyển vị trí nước nhảy khi chiều sâu hạ lưu thay đổi	41
X-7. Nước nhảy ngập	42
X-8. Nước nhảy sóng	44
X-9. Nước nhảy không gian	45
X-10. Nước nhảy trong lòng dẫn chữ nhật có độ dốc đáy lớn	48
Các ví dụ	49
<b>CHƯƠNG XI : ĐẬP TRÀN</b> <b>X</b>	
XI-1. Khái niệm chung	53
XI-2. Công thức tổng quát tính lưu lượng của đập tràn	55
XI-3. Đập tràn thành mỏng	56
XI-4. Công thức tính lưu lượng của đập tràn tiêu chuẩn	57
XI-5. Đập tràn có mặt cắt thực dụng	60
XI-6. Đập tràn đỉnh rộng	65
XI-7. Tính thủy lực cống dài không áp	70
Các ví dụ	72

## CHƯƠNG XII : NỐI TIẾP VÀ TIÊU NĂNG Ở HẠ LƯU CÔNG TRÌNH

<b>A. Nối tiếp dòng chảy ở hạ lưu công trình</b>	80
XII-1. Nối tiếp chảy đáy	80
XII-2. Hệ thức tính toán cơ bản của nối tiếp chảy đáy	82
XII-3. Nối tiếp chảy mặt	84
<b>B. Tiêu năng ở hạ lưu công trình</b>	88
XII-4. Những khái niệm chung	88
XII-5. Tính chiều sâu bể tiêu năng	90
XII-6. Tính chiều cao tường tiêu năng	92
XII-7. Tính toán bể tiêu năng kết hợp	93
XII-8. Tính chiều dài bể tiêu năng	95
XII-9. Lưu lượng tính toán tiêu năng	96
XII-10. Vẽ đoạn sau nước nhảy	97
Các ví dụ	99

## CHƯƠNG XIII : CHẢY QUA CỬA CỐNG

XIII-1. Các khái niệm chung	108
<b>A. Chảy dưới tấm chắn cửa cống hở</b>	109
XIII-2. Các hình thức nối tiếp sau cửa cống	109
XIII-3. Công thức tính toán dòng chảy dưới tấm chắn cửa cống	109
XIII-4. Các bài toán về dòng chảy dưới tấm chắn cửa cống	112
<b>B. Chảy qua cống ngầm</b>	113
XIII-5. Điều kiện chảy nửa áp và chảy có áp	113
XIII-6. Công thức tính cống ngầm chảy nửa áp và có áp	117
Các ví dụ	118

## CHƯƠNG XIV : CÔNG TRÌNH NỐI TIẾP

XIV-1. Tính toán thủy lực bậc nước một cấp	126
XIV-2. Tính toán thủy lực bậc nước nhiều cấp	131
XIV-3. Tính toán thủy lực dốc nước	133
XIV-4. Tính toán thủy lực máng phun	136
XIV-5. Tính toán thủy lực các lòng dốc nước có độ nhám gia cường	139
Các ví dụ	143

## CHƯƠNG XV : DÒNG CHẢY HAI PHA CỦA CHẤT LỎNG

XV-1. Các khái niệm cơ bản	147
XV-2. Tác động cơ học (lực) của dòng chảy đến hạt đất nằm yên và được chảy bao trên đáy lòng dẫn	149
XV-3. Cơ chế của dòng rối bão hòa các hạt cứng có trọng lượng (các hạt đất, cát)	150
XV-4. Các thuật ngữ, một số khái niệm và định nghĩa có liên quan đến dòng bùn cát lơ lửng	154
XV-5. Vận tải bằng đường ống có áp	158

## CHƯƠNG XVI : CHUYỂN ĐỘNG CỦA NƯỚC NGẦM

XVI-1. Các dạng chuyển động của nước ngầm	161
XVI-2. Đặc tính thấm của đất	161
XVI-3. Vận tốc thấm. Định luật thấm Darcy	164
XVI-4. Hệ số thấm	165
XVI-5. Chuyển động nước ngầm thay đổi dần và thay đổi đột ngột	168
XVI-6. Phương trình vi phân chuyển động ổn định không đều thay đổi dần của dòng nước ngầm theo quy luật thấm bậc nhất.	170
XVI-7. Tính toán đường nước dâng và nước hạ trong chuyển động tầng của dòng thấm	173
XVI-8. Nước chảy đến hố khoan đứng (giếng)	174
XVI-9. Công trình tập trung nước nằm ngang	177
XVI-10. Đường thoát nước nằm ngang	178
XVI-11. Thấm từ kênh	180

## CHƯƠNG XVII : CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH TRONG ỐNG

XVII-1. Phương trình vi phân cơ bản của chuyển động chất lỏng	182
XVII-2. Phương trình chuyển động không ổn định của dòng chất lỏng trong ống trụ tròn	183
XVII-3. Nước va trực tiếp	185
XVII-4. Tốc độ truyền sóng nước va (trong ống đàn hồi)	188
XVII-5. Nước va gián tiếp	190

## CHƯƠNG XVIII : CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH TRONG LÒNG DẪN HỖ

XVIII-1. Khái niệm chung	193
XVIII-2. Phương trình vi phân cơ bản của chuyển động không ổn định thay đổi chậm	193
XVIII-3. Tích phân phương trình vi phân chuyển động không ổn định thay đổi chậm trong lòng dẫn hở	197
XVIII-4. Các điều kiện ban đầu và điều kiện biên	198
XVIII-5. Khái niệm về phương pháp số	199

## CHƯƠNG XIX : MÔ HÌNH HÓA CÁC HIỆN TƯỢNG THỦY ĐỘNG LỰC

XIX-1. Các khái niệm chung	204
XIX-2. Lí thuyết thứ nguyên	205
XIX-3. Đồng dạng cơ học	210
XIX-4. Các tiêu chuẩn đồng dạng thủy động lực học	214
XIX-5. Mô hình hóa các hiện tượng thủy động lực	221
XIX-6. Các phương pháp tương tự	223
PHỤ LỤC	225
TÀI LIỆU THAM KHẢO	243
BẢNG ĐỐI CHIẾU THUẬT NGỮ	244

# THỦY LỰC

## TẬP II

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

**BÙI HỮU HẠNH**

*Biên tập :*

**DINH VĂN ĐỒNG**

*Chế bản điện tử :*

**PHÒNG MÁY TÍNH NXBXD**

*Sửa bản in :*

**NGUYỄN THU DUNG**

*Bìa :*

**NGUYỄN HỮU TÙNG**

In 1000 cuốn khổ 19 × 27cm, tại xưởng in Nhà xuất bản Xây dựng. Giấy chấp nhận đăng kí kế hoạch xuất bản số 466/XB-QLXB-11, ngày 08/6/1999. In xong nộp lưu chiểu tháng 12/1999.



Thư viện - DHL Hải Phòng



2000DVL414

Giá : 30.000đ

THƯ VIỆN DHLHP