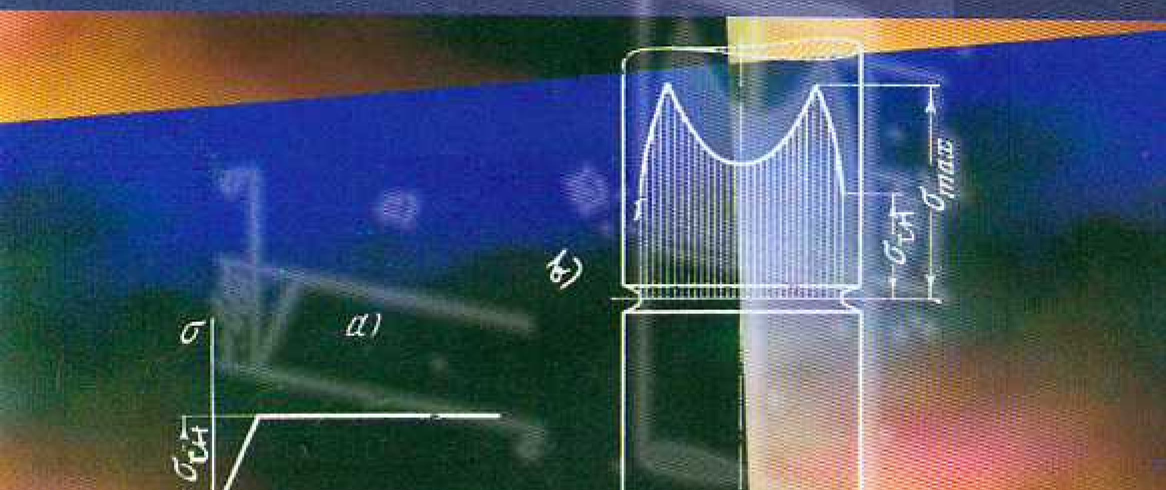
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐẶNG VIỆT CƯƠNG

Tuyển tập
CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN MÔN SỨC BỀN VẬT LIỆU

TẬP 2



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

ĐẶNG VIỆT CƯƠNG

PGS.TS. GIẢNG VIÊN CAO CẤP

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN MÔN SỨC BỀN VẬT LIỆU

TẬP 2

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Mục đích của Sức bền vật liệu là nhằm trang bị cho kỹ sư và sinh viên những kiến thức cần thiết để giải quyết các bài toán kỹ thuật liên quan tới các khâu từ thi công, thẩm định đến thiết kế. Chính vì thế mà đặc trưng cuối cùng trong quá trình nghiên cứu của khoa học này là việc áp dụng các kết quả nghiên cứu vào thực tiễn và chỉ có thông qua việc ứng dụng vào thực tiễn khoa học này mới có thể đứng vững và phát triển.

Sức bền vật liệu có một vị trí đặc biệt trong cơ học, bởi nó đóng vai trò của một chiếc cầu nối giữa các môn khoa học cơ bản với các môn cơ học chuyên ngành. Hơn nữa, nó lại là viên gạch đầu tiên đặt nền móng cho lĩnh vực cơ học vật rắn biến dạng - Một lĩnh vực chuyên nghiên cứu các quy luật tổng quát về sự hình thành và phát triển các tác dụng cơ học sinh ra trong lòng các vật rắn thực do tác dụng ngoài bất kỳ gây ra.

Kinh nghiệm làm việc với sinh viên trong nước cũng như nước ngoài cho thấy, họ gặp rất nhiều khó khăn khi vận dụng lý thuyết vốn rất trừu tượng và phức tạp của môn học này vào giải các bài tập dưới dạng mô hình dù đã cho sẵn và càng khó khăn hơn khi áp dụng vào các bài toán của thực tế kỹ thuật. Mặt khác, phần lớn trong số những sinh viên say mê nghiên cứu môn khoa học này thường không thoả mãn với các bài tập giải mẫu theo một khuôn mẫu cứng nhắc như vẫn thường làm trong các sách lý thuyết và bài tập hiện nay, mà họ thường muốn có được những hiểu biết đột phá và sâu sắc hơn vượt ra ngoài khuôn khổ các bài giảng đang có của môn học này ở nước ta. Sách được biên soạn thành nhiều tập nhằm phục vụ cho công tác dạy và học trong các trường đại học kỹ thuật, cho nhu cầu ôn thi cuối khóa, ôn thi tuyển vào các hệ cao học, nghiên cứu sinh và phục vụ cho nhu cầu tham khảo nâng cao của cán bộ giảng dạy trẻ, kỹ sư đang trực tiếp thi công, thẩm định và thiết kế trong các lĩnh vực công nghiệp. Với mục đích đó, một mặt ngoài những bài toán ở mức độ dễ và trung bình với nhiều phương án giải khác nhau *phục vụ cho đông đảo sinh viên các chuyên ngành: cơ khí chế tạo máy, cơ khí ôtô, cơ khí đóng tàu, kỹ thuật hàng không, cơ khí hóa chất, cơ khí giao thông vận tải, xây dựng, cầu đường, thuỷ lợi, cảng v.v... Mặt khác nhận thấy rằng ngày nay máy tính đã là một phương tiện làm việc không thể thiếu trong hầu hết các lĩnh vực của đời sống với hầu hết các cán bộ khoa học và sinh viên, tác giả đã đưa vào trong sách này nhiều bài toán được giải trên máy tính bằng chương trình BK45 của tác giả thay cho việc giải bằng tay vốn tốn rất nhiều thời gian và công sức. Ngoài ra sách còn giới thiệu nhiều bài toán khó về ý nghĩa vật lý kỹ thuật vượt ra ngoài khuôn khổ thông thường của sức bền vật liệu theo nghĩa hẹp truyền thống của từ này về tính phức tạp cũng như cách đặt bài toán, nhằm giúp các sinh viên giỏi rèn luyện, tích luỹ năng lực hiểu biết để có thể làm chủ được các phương pháp tính toán, tự tin trước những vấn đề mới gặp phải và gợi mở cho họ những phương pháp tư duy mới khác nhau trên cùng một vấn đề mặc dù có thể đã rất cũ, giúp họ tìm hiểu mối liên hệ không thể tách rời giữa những kiến thức hàn lâm và thực tiễn kỹ thuật.*

Với lòng mong mỏi nâng cao trí tuệ khoa học cho thế hệ trẻ, chúng tôi thấy cần giới thiệu cuốn ***Tuyển tập các bài toán giải sẵn môn sức bền vật liệu*** *cùng các bạn. Vẫn biết, giới thiệu là cần thiết nhưng cái chính là hữu xạ tự nhiên hương. Mặc dù cuốn sách được biên soạn nghiêm túc, công phu, chặt chẽ với sự cập nhật chọn lọc các thông tin mới nhất, nhưng chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót. Tác giả rất mong và cảm ơn sự đóng góp, trao đổi ý kiến của các chuyên gia, các thầy, cô giáo trực tiếp giảng dạy Sức bền vật liệu, tất cả các bạn sử dụng và đọc cuốn sách này để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong các lần xuất bản sau. Các ý kiến trao đổi xin liên hệ với số điện thoại của tác giả 0983.151.242.*

Tác giả xin chân thành cảm ơn Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, các bạn đồng nghiệp đã khích lệ và giúp đỡ tác giả hoàn thành cuốn sách.

Hà Nội, ngày 15 tháng 12 năm 2006

Tác giả

CHƯƠNG 5
XOẮN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC KHI XOẮN CỦA MẶT CẮT NGANG J_P VÀ W_P

1. Mặt cắt tròn rỗng và tròn đặc

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32}\left(1-\alpha^4\right) \approx 0{,}1D^4\left(1-\alpha^4\right) \tag{5.1}$$

$$W_P = \frac{\pi D^3}{16}\left(1-\alpha^4\right) \approx 0{,}2\,D^3\left(1-\alpha^4\right) \tag{5.2}$$

trong đó:

$\alpha = \dfrac{d}{D}$;

d – đường kính trong;

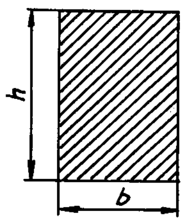
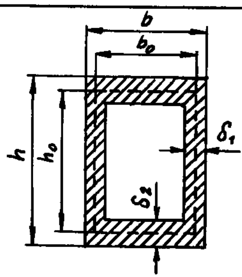
D – đường kính ngoài.

Đối với mặt cắt tròn đặc $\alpha = 0$.

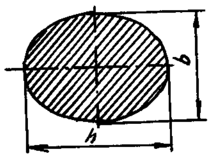
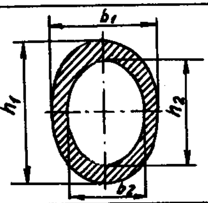
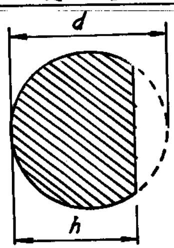
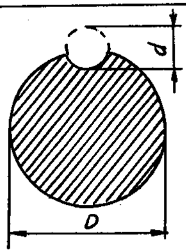
Đối với các mặt cắt ngang không tròn các mômen quán tính độc cực J_P và mômen chống xoắn W_P, điểm có τ_{max}, hệ số tập trung ứng suất được cho trong bảng 1 dưới đây.

2. Mặt cắt ngang không tròn (bảng 1)

Bảng 1

Dạng mặt cắt	J_P, cm^4	W_P, cm^3	Điểm có $\tau_{max} = \dfrac{M_Z}{W_P}$	Chú thích			
				h/b	α	β	γ
	$J_P = \beta h b^3$	$W_P = \alpha h b^2$	Giữa cạnh dài $\tau_{max} = \dfrac{M_Z}{W_P}$ Giữa cạnh ngắn $\tau = \gamma\, \tau_{max}$ ở góc $\tau = 0$	1	0,208	0,141	1
				1,5	0,231	0,196	0,859
				1,75	0,239	0,214	–
				2,0	0,246	0,229	0,795
				2,5	0,256	0,249	–
				3,0	0,267	0,263	0,753
				4,0	0,282	0,281	0,745
				6,0	0,299	0,299	0,743
				8,0	0,307	0,307	0,743
				10,0	0,313	0,313	0,743
				∞	0,333	0,333	0,743
	$J_P = \dfrac{h_0^2 b_0^2 \delta_1 \delta_2}{h\delta_2 + b\delta_1 - \delta_1^2 - \delta_2^2}$	$W_{P1} = 2h_0 b_0 \delta_1$ $W_{P2} = 2h_0 b_0 \delta_2$	Giữa cạnh dài $\tau_1 = \dfrac{M_Z}{W_{P1}}$ Giữa cạnh ngắn $\tau_2 = \dfrac{M_Z}{W_{P2}}$	Hệ số tập trung ứng suất khi có góc lượn bán kính r : $\alpha_P = 1,74 \sqrt[3]{\dfrac{\delta_{max}}{r}}$			

Bảng 1 tiếp

<table>
<tr>
<td></td>
<td>$J_p = \dfrac{\pi hb}{64}(h^2 + b^2)$</td>
<td>$W_p = \dfrac{\pi b^2 h}{16}$</td>
<td>Tại các điểm trên chu vi của bán trục bé:
$\tau_{max} = M_Z/W_P$
Tương tự trên bán trục lớn:
$\tau_1 = \tau_{max}/m$</td>
<td>$\dfrac{h}{b} = m > 1$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$J_P = \dfrac{\pi m^3 b_1^4 (1 - \alpha^4)}{16\,(m^2 + 1)}$</td>
<td>$W_P = \dfrac{\pi b_1^3}{16} \times$
$\times (1 - \alpha^4)\, m$</td>
<td>Ở đầu cuối bán trục bé:
$\tau_{max} = M_Z/W_P$
Tương tự ở bán trục lớn:
$\tau_1 = \tau_{max}/m$</td>
<td>$\dfrac{h_1}{b_1} = \dfrac{h_2}{b_2} = m > 1$
$\dfrac{h_2}{h_1} = \dfrac{b_2}{b_1} = \alpha < 1$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$J_P = \dfrac{d^4}{16}\left(2{,}6\dfrac{h}{d} - 1\right)$</td>
<td>$W_P = \dfrac{d^3}{8} \times$
$\times \dfrac{2{,}6\dfrac{h}{d} - 1}{\left(0{,}3\dfrac{h}{d} + 0{,}7\right)}$</td>
<td>$\tau_{max} = M_Z/W_P$</td>
<td>$\dfrac{h}{d} > 0{,}5$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$J_P = \alpha\,\dfrac{D^4}{16}$</td>
<td>$W_P = \beta\,\dfrac{D^3}{8}$</td>
<td>Ở đáy rãnh
$\tau_{max} = \dfrac{M_Z}{W_P}$</td>
<td>
<table>
<tr><th>d/D</th><th>α</th><th>β</th><th>d/D</th><th>α</th><th>β</th></tr>
<tr><td>0,00</td><td>1,57</td><td>1,57</td><td>0,40</td><td>0,76</td><td>1,22</td></tr>
<tr><td>0,05</td><td>0,80</td><td>1,56</td><td>0,60</td><td>0,66</td><td>0,92</td></tr>
<tr><td>0,10</td><td>0,81</td><td>1,56</td><td>0,80</td><td>0,52</td><td>0,63</td></tr>
<tr><td>0,20</td><td>0,82</td><td>1,46</td><td>1,00</td><td>0,38</td><td>0,38</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

3. Xoắn tự do thanh thành mỏng

a. Profin kín

$$J_P = \frac{4\omega^2}{\oint \frac{ds}{\delta}} \tag{5.3}$$

Khi δ = hằng dọc chiều dài chu vi s thì:

$$J_P = \frac{4\omega^2\delta}{s} \tag{5.4}$$

Đối với ống mỏng δ = hằng thì:

$$\omega = \pi R^2;\ J_P = \frac{2\omega^2\delta}{\pi R} = 2\pi R^2\delta \tag{5.5}$$

Ở đây:

s – chu vi của đường trung bình của mặt cắt ngang thành mỏng;

ω – diện tích hình phẳng giới hạn bởi chu vi kín s;

δ – chiều dày của thành mỏng.

b. Prôfin hở:

$$J_P = \eta\frac{1}{3}\sum_i \delta_i^3 S_i \tag{5.6}$$

S_i là chiều dài phần tử thành mỏng thứ i;

δ_i là chiều dày của phần tử thành thứ i;

η = 1,00 đối với thép góc chữ L; η = 1,20 đối với thép chữ I;

η = 1,15 đối với thép chữ T; η = 1,12 đối với thép chữ $\sqsubset$.

II. GÓC XOẮN $\varphi_Z(z)$ VÀ MÔMEN XOẮN NỘI LỰC $M_Z(z)$

1. Mômen xoắn nội lực $M_Z(z)$

Quan hệ chuyển đổi giữa mômen xoắn ngoại lực M_z và công suất N:

$$M_z^* = \frac{N(w)}{\omega(rad/s)} \tag{5.7}$$

N tính bằng W; ω tính bằng s^{-1} ; . M_z^* – Nm

$$M_z^* = 71620\frac{N(cv)}{n(vg/phút)} \qquad (5.8)$$

N tính bằng mã lực (cv); n – vg/phút; M_z^* – daNcm.

$$M_z^* = 97360\frac{N(kW)}{n(vg/phút)} \qquad (5.8)$$

N– kW ; n – vg/phút ; M_z^* – daNcm.

Các phương pháp xác định mômen xoắn nội lực $M_Z(z)$ ở một mặt cắt ngang bất kỳ của thanh đã cho ở chương 1.

2. Góc xoắn φ(z) và cách xác định

2.1. Tích phân trực tiếp

$$\varphi = \sum \int \frac{M_z(z)}{GJ_p} dz \qquad (5.10)$$

Góc xoắn tỷ đối:

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z(z)}{GJ_p} \qquad (5.11)$$

Tích phân (5.10) được lấy dọc theo chiều dài của từng đoạn l_i trên đó hàm $\frac{M_z(z)}{EJ_p}$ xác định, còn tổng được lấy trên tất cả các đoạn của thanh.

2.2. Phương pháp vạn năng

Góc xoắn $\varphi_z(z)$ có thể xác định rất thuận lợi bằng phương pháp vạn năng dù đó là bài toán tĩnh định hay siêu tĩnh.

Khi độ cứng xoắn c_i bằng hằng số với $\forall_i$ (hình 1.1c):

$$\varphi_K(z) = \sum_{i=1}^{k=\overline{1,n}} \left[\Delta\varphi_{oi} + M^*_{oi} \frac{(z-a_{i-1})}{GJ_P} + \Delta m_{oi} \frac{(z-a_{i-1})^2}{2!\,GJ_P} \right] +$$

$$+ \Delta m'_{oi} = \frac{(z-a_{i-1})^3}{3!\,GJ_P} + \ldots \Bigg] \qquad (5.12)$$

$$M_K(z) = GJ_P\varphi'_K(z).$$

Ở đây:

$\Delta\varphi_{oi}$ là bước nhảy của góc xoắn tại đầu trái "oi" của đoạn "i". $c = \dfrac{GJ_P}{a_i - a_{i-1}} = \dfrac{GJ_P}{l_i}$ là độ cứng khi xoắn của đoạn thanh "i". "k" là đoạn thanh trên đó cần xác định $\varphi_K(z)$.

Trường hợp độ cứng c_i thay đổi trong từng đoạn, phương trình xác định các đại lượng cần tính $\varphi_Z(z)$, $M_Z(z)$ như sau:

$$\vec{S}_n(z) = [B_n][B^*_{n-1}]\ldots[B^*_1]\Delta\vec{S}_{01} + [B_n][B^*_{n-1}]\,[B^*_2]\Delta\vec{S}_{02} + \ldots + [B_n]\Delta\vec{S}_{o.n} \quad (5.13)$$

$$\vec{S}^*_n(a_n) = [B^*_n][B^*_{n-1}]\ldots[B^*_1]\Delta\vec{S}_{01} + [B^*_n][B^*_{n-1}]\,[B^*_2]\Delta\vec{S}_{02} + \ldots + [B^*_n]\Delta\vec{S}_{o.n} \quad (5.14)$$

Trong các công thức trên đây $[B_i]$, $\vec{S}_i(z), \Delta\vec{S}_{oi}$ lần lượt là:

$$\Delta S_{oi} = \{\Delta\varphi_{oi}, M^*_{oi}, \Delta m_{oi}(z), \Delta m'_{oi}(z), \Delta m''_{oi}(z), \ldots, \}^T$$

$$[B_i] = \begin{vmatrix} \phi_o & \dfrac{\phi_1}{G_iJ_{p_i}} & \dfrac{\phi_2}{G_iJ_{p_i}} & \dfrac{\phi_3}{G_iJ_{p_i}} & \dfrac{\phi_4}{G_iJ_{p_i}} & \ldots\ldots \\ 0 & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \ldots\ldots \end{vmatrix}$$

$$\vec{S}_i(z) = \vec{S}_i = \begin{Bmatrix} \varphi_i(z) \\ M_i(z) \end{Bmatrix}$$

Với $\phi_K(z - a_{i-1}) = \begin{vmatrix} \bullet \ \dfrac{(z-a_{i-1})^k}{k!} & \text{khi } z \ge a_{i-1} \\ \bullet \ O & \text{khi } 0 \le z \le a_{i-1} \end{vmatrix}$

$[B^*_i]$ nhận được từ $[B_i]$ khi thay $z = a_i \Rightarrow a_i - a_{i-1} = l_i$.

2.3. Phương pháp năng lượng

- Thuật toán Vérechchaguine

$$\Delta_{KP} = \varphi_{KP} = \sum_{i=1}^{n} \int \frac{M_{PZ}\overline{M}_Z}{GJ_P} dz = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Omega_i g_{ci}}{G_i J_{pi}} \quad (5.15)$$

trong đó:

Ω_i là diện tích biểu đồ mômen xoắn (M_z) thuộc đoạn i ;

g_{ci} là tung độ của biểu đồ $\left(\overline{M}_z\right)$ do mômen bằng đơn vị đặt vào mặt cắt cần tính góc xoắn gây ra tương ứng với hoành độ trọng tâm z_{c_i} của diện tích Ω_i.

2.4. Áp dụng định lý Castigliano

$$\varphi_{KP} = \frac{\partial U}{\partial M_K} \quad (5.16)$$

Ở đây:

M_K là mômen xoắn được áp đặt vào mặt cắt cần tính chuyển vị theo phương cần tính chuyển vị.

U là thế năng biến dạng đàn hồi của thanh đã biểu diễn theo nội lực và có biểu thức:

$$U = \sum \int_{l_i} \frac{M_z^2}{2GJ_p} dz \quad (5.17)$$

Tích phân trong (5.17) được lấy trên tất cả các đoạn l_i của hệ.

Đối với lò xo xoắn hình trụ chuyển vị dọc trục tương đối giữa hai đầu lò xo là:

$$\lambda = \frac{64 PR^3 n}{Gd^4} = \frac{8 PD^3 n}{Gd^4} \quad (5.18a)$$

$$U = \frac{1}{2} P\lambda = \frac{32 P^2 . R^3 n}{Gd^4} \Rightarrow \varphi_{KP} = \frac{64 PR^2 n}{Gd^4} \quad (5.18b)$$

III. ĐIỀU KIỆN BỀN – BA BÀI TOÁN CƠ BẢN

$$\tau = \frac{M_z}{J_p}.\rho \le [\tau] \qquad (5.19)$$

1. Bài toán kiểm tra bền:

Bài toán kiểm tra bền là bài toán kiểm tra bất đẳng thức (5.19) đối với mọi điểm của thanh. Cụ thể là:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} \le [\tau] \qquad (5.20)$$

2. Bài toán chọn mặt cắt:

Yêu cầu của bài toán này là xác định kích thước tối thiểu của mặt cắt ngang thỏa mãn điều kiện:

$$W_P \ge \frac{M_z}{[\tau]} \qquad (5.21)$$

3. Bài toán chọn tải trọng cho phép:

Mục đích của bài toán này là xác định tải trọng lớn nhất có thể tác dụng lên kết cấu sao cho thỏa mãn điều kiện:

$$M_z = f(P) \le [\tau]\ .\ W_p \qquad (5.22)$$

IV. ĐIỀU KIỆN CỨNG – BA BÀI TOÁN CƠ BẢN

Điều kiện cứng được diễn đạt như sau:

$$\theta_{max} = \frac{M_z}{GJ_P} \le [\theta] \qquad (5.23)$$

1. Kiểm tra điều kiện cứng tức là kiểm tra điều kiện (5.23).

2. Bài toán chọn mặt cắt ngang theo điều kiện cứng là bài toán làm thỏa mãn điều kiện:

$$J_P \ge \frac{M_z}{G[\theta]} \qquad (5.24)$$

3. Bài toán chọn tải trọng cho phép theo điều kiện cứng là thực hiện bất đẳng thức:

$$M_z = f(P) \leq G\,[\theta]\,J_p \qquad (5.25)$$

V. TÍNH HỆ SIÊU TĨNH CHỊU XOẮN

Trong các bài toán siêu tĩnh, như một nguyên tắc, các điều kiện cân bằng tĩnh học không đủ để xác định các phản lực liên kết và nội lực trong hệ. Để xác định được các phản lực và nội lực đối với những hệ như vậy ta cần phải khảo sát đồng thời điều kiện cân bằng tĩnh học và điều kiện tương thích của chuyển vị.

1. Phương pháp so sánh biến dạng

Theo phương pháp này cần phải thiết lập phương trình cân bằng tĩnh học và phương trình mô tả điều kiện tương thích của biến dạng. Điều kiện tương thích được diễn đạt bởi tổng đại số các góc xoắn của tất cả các đoạn thanh phải bằng 0, nếu các đầu thanh không thể xoay quanh trục của nó. Nếu một trong các ngàm của thanh không phải là ngàm cứng mà là ngàm đàn hồi thì tổng này khác 0 và tỷ lệ với giá trị của mômen phản lực tại đó. Nếu hai đầu thanh đều là ngàm đàn hồi thì tổng này phải bằng hiệu góc xoắn của các mặt cắt ngàm đàn hồi.

Giải hệ hai loại phương trình trên để có được mômen xoắn nội lực M_z trong hệ.

2. Phương pháp lực

Các bước tính toán hệ siêu tĩnh bằng phương pháp này là:

b1) Xác định bậc siêu tĩnh n, lập hệ tương đương và hệ cơ bản.

b2) Viết hệ phương trình chính tắc và tính các phần tử của [A], [B] trong phương trình:

$$[A]\,[X] + [B] = [0] \qquad (5.26)$$

Trong đó:

$$[A]=\begin{bmatrix}\delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & & \delta_{nn}\end{bmatrix};\ [B]=\begin{bmatrix}\Delta^o_{1P}\\ \Delta^o_{2P}\\ \dots\dots\\ \Delta^o_{nP}\end{bmatrix};\ [X]=\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\\ \dots\\ X_n\end{bmatrix} \qquad (5.27)$$

Các phần tử trong [A] và [B] là những chuyển vị được tính trên hệ cơ bản.

b3) Giải phương trình [A] [X] + [B] = [0] để có [X].

b4) Vẽ biểu đồ mômen xoắn (M_p) trong hệ siêu tĩnh xuất phát theo công thức:

$$(M_P)=\left(M_P^o\right)+\left(\overline{M}_1\right)X_1+\dots\left(\overline{M}_n\right)X_n \qquad (5.28)$$

3. Phương pháp vạn năng

Để giải bài toán xoắn ta chỉ việc áp dụng công thức (5.12) hoặc (5.13) đã thiết lập sẵn cho mọi trường hợp vào bài toán cụ thể cần giải.

5. Áp dụng định lý Menabrea

$$\frac{\partial U}{\partial M_i}=0 \qquad \left(i=\overline{1,n}\right) \qquad (5.29)$$

trong (5.29): U là thế năng biến dạng đàn hồi của hệ chịu xoắn, M_i là mômen xoắn phản lực tại các liên kết “thừa”.

Giải hệ phương trình (5.29) để có các M_i cần tìm.

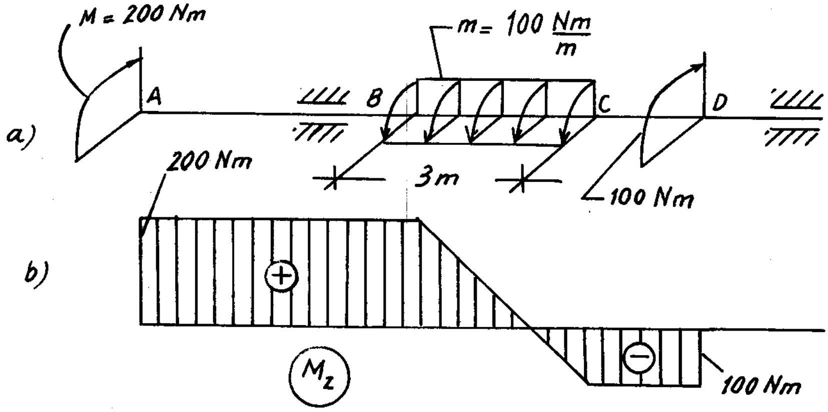
B. CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN

BÀI 1

Cho một trục chịu xoắn như hình (5.1a). Hãy xác định đường kính d của trục, nếu [τ] của vật liệu trục là 2000 N/cm^2.

GIẢI

Biểu đồ mômen xoắn nội lực có thể xác định bằng phương pháp mặt cắt hoặc vạn năng được cho trên hình (5.1b), cho thấy mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn AB có M_z = 200 Nm.



Hình 5.1.

Từ điều kiện bền ta rút ra:

$$W_P = 0{,}2d^3 \geq \frac{M_z}{[\tau]}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0{,}2[\tau]}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{20000}{0{,}2.2000}} = 4{,}7 \text{ cm}$$

BÀI 2

Một vật trọng lượng P đặt lên lò xo có độ cứng k (hình 5.2). Nếu vật đi xuống dưới một đoạn $\lambda = \dfrac{P}{k}$ thì thế năng vị trí của vật giảm đi một lượng $U_P = P\lambda = P^2/k$ và thế năng biến dạng tích lũy của lò xo bằng một nửa thế năng của vật. Cụ thể là:

$$U_{lx} = \frac{1}{2}P\lambda = \frac{P^2}{2k}$$

Hãy cho biết vấn đề là ở chỗ nào ? Một phần năng lượng đã biến đi đâu?

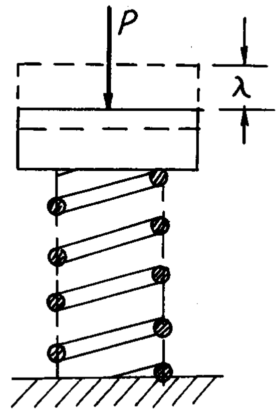
GIẢI

Đề bài đã không chỉ rõ vật nặng được đặt lên lò xo theo chế độ chất tải nào: tĩnh hay động. Nghĩa là chất từ từ hay bất thình lình (đặt tức khắc).

Nếu tải được chất từ từ trong quá trình đi xuống sao cho ở mỗi thời điểm, hệ chịu tải ở vị trí cân bằng thì khi đó quan hệ $P\lambda = P^2/k$ là không thể có.

Lượng mất mát thế năng vị trí không phải là $\dfrac{P^2}{k}$ mà là $\dfrac{P^2}{2k}$ và năng lượng được cân bằng.

Nếu sự chất tải là đột ngột thì P = hằng và trong quá trình đi xuống vật còn có động năng bằng hiệu: $U_P - U_{lx} = P^2/2k$ và vật sẽ tiếp tục dao động quanh vị trí cân bằng cho đến khi động năng của nó bị hao tán hết.



Hình 5.2.

BÀI 3

Một trục rỗng chịu xoắn bởi mômen xoắn M_z, hãy xác định công suất N và ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của nó. Biết rằng biến dạng dài tỷ đối của trục theo phương AB là: $\varepsilon = 4{,}25.10^{-4}$, số vòng quay của trục trong một phút là 120; $G = 8.10^6$ N/cm^2; $\alpha = \dfrac{d}{D} = 0{,}6$; D = 40 cm (hình 5.3).

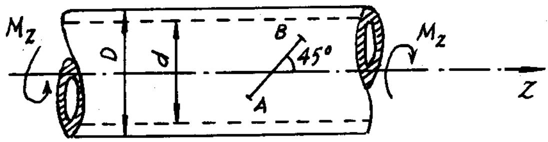
GIẢI

Ở đây trạng thái ứng suất là trạng thái ứng suất trượt thuần túy nên tại mỗi điểm của trục ta có: $\sigma = \tau$ và:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}(1+\mu) = \frac{1}{E}\tau(1+\mu),$$

hay $$\tau = \frac{\varepsilon E}{(1+\mu)} = 2\varepsilon G.$$

Mặt khác $$\tau = \frac{M_z}{W_P} = \frac{974000.N}{n.0{,}2D^3(1-\alpha^4)}$$



Hình 5.3.

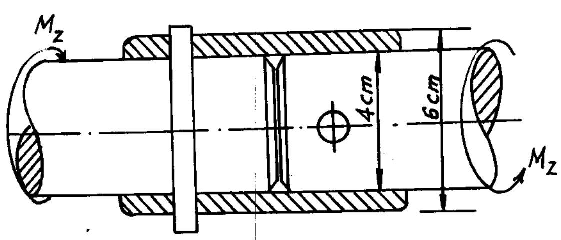
Vậy $$2\varepsilon G = \frac{974000.N}{0{,}2D^3(1-\alpha^4)n}$$

hay $$N = \frac{2.4{,}25.10^{-4}.8.10^6.0{,}2.40^3(1-0{,}6^4).120}{974000} = 9325\,\text{kW}$$

$$\tau_{max} = 2\varepsilon G = 2.4{,}25.10^{-4}.8.10^6 = 680\ \text{daN/cm}^2.$$

BÀI 4

Một trục gồm nhiều đoạn được nối với nhau như hình 5.4. Trục chịu mômen xoắn M_z = 500 Nm. Kiểm tra độ bền của trục, khớp và chốt. Biết: Bỏ qua ma sát giữa trục và khớp, $[\tau]_{tr}$ = 4.10^3 N/cm^2; $[\tau]_{kh}$ = $2{,}5.10^3$ N/cm^2; $[\tau]_{ch}$ = 9.10^3 N/cm^2, đường kính chốt d = 1,3 cm.



Hình 5.4.

GIẢI

a) Kiểm tra độ bền trục:

$$\tau_{max}^{tr} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{50000}{0{,}2.4^3} = 3906\ N/cm^2 < [\tau]_{tr}$$

b) Kiểm tra độ bền khớp:

$$\tau_{max}^{kh} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{50000}{0{,}2.6^3\left(1 - \frac{4^4}{6^4}\right)} = 1440\ N/cm^2 < [\tau]_{kh}$$

c) Tính độ bền của chốt:

Theo giữ kiện đề bài ta có hệ thức giữa mômen xoắn M_z và khả năng chịu cắt của chốt là:

$$M_z = \tau_{ch}.\frac{\pi d^2}{4}.4$$

Vì vậy:

$$\tau_{ch} = \frac{M_z}{\pi d^2} = \frac{50000}{3{,}14.(1{,}3)^2} = 9415\ N/cm^2$$

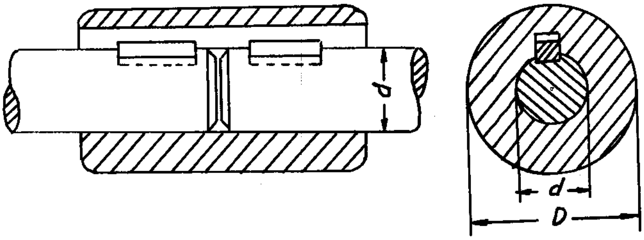
Ứng suất tiếp ở chốt vượt quá ứng suất cho phép cỡ:

$$\frac{\tau - [\tau]_{ch}}{[\tau]_{ch}} = \frac{9415 - 9000}{9000}.100 = 4{,}6\% < 5\%$$

Kết quả này cho thấy chốt làm việc vừa đủ bền vừa kinh tế.

BÀI 5

Hai đoạn trục được nối với nhau bằng một khớp ống như hình 5.5. Xác định tỉ số giữa đường kính d của trục và đường kính D của khớp để độ bền khi xoắn của chúng bằng nhau. Biết giới hạn chảy của trục là $\tau_{ch}^{tr} = 1{,}8.10^4$ N/cm² và của khớp là $\tau_{ch}^{kh} = 1{,}6.10^4$ N/cm². Hệ số an toàn n của trục và của khớp như nhau.



Hình 5.5.

GIẢI

$$\tau_{max}^{tr} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{0{,}2d^3} = \frac{18000}{n}$$

$$\tau_{max}^{kh} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{0{,}2D^3(1-\alpha^4)} = \frac{16000}{n}$$

Từ điều kiện đồng bền, ta có:

$$\frac{0{,}2D^3\left(1-\alpha^4\right)}{0{,}2d^3} = \frac{18000}{16000} = 1{,}125$$

$$\Rightarrow \frac{1-\alpha^4}{\alpha^3} = 1{,}125 \Rightarrow \alpha^4 + 1{,}125\alpha^3 - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{d}{D} = 0{,}8$$

BÀI 6

Cho một trục chịu xoắn như hình 5.6a. Hãy vẽ các biểu đồ: mômen xoắn $M_z^{(z)}$, ứng suất tiếp lớn nhất $\tau_{max}^{(z)}$ và góc xoắn $\varphi_z(z)$ dọc theo trục z của trục. Xác định giá trị của M^* để trục làm việc an toàn về bền và cứng, nếu $[\tau] = 10$ kN/cm², $[\varphi] = 2°$, d = 6 cm; G = 8.10³ kN/cm², a = 50 cm.

GIẢI

Biểu thức của mômen xoắn trong các đoạn theo phương pháp vạn năng:

$$M_z(z) = M_A^* \Big|_1 - 2M^* \Big|_2 - M^* \Big|_3$$

$$M_z(z = 3a) = M^* \Rightarrow M_A = 4M^*$$

Do đó : $$M_z(z) = 4M^* \Big|_1 - 2M^* \Big|_2 - M^* \Big|_3$$

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ trên hình 5.6b. Trị số của ứng suất tiếp lớn nhất được tính từ công thức $\tau_{max} = M_z/W_p$.

Trong đoạn BCD, mômen chống xoắn $W_p = 0{,}2d^3$; trong đoạn AB, $W_p = 0{,}2(2d)^3 = 1{,}6d^3$.

Biểu đồ ứng suất tiếp lớn nhất dọc chiều dài thanh được biểu diễn trên hình 5.6c.

Trong trường hợp M_z là hằng số trong từng đoạn, góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt ở hai đầu đoạn thanh có chiều dài l là:

$$\varphi = \frac{M_z l}{GJ_z} \qquad \text{(a)}$$

nghĩa là góc xoắn φ tỉ lệ với chiều dài l nên trong trường hợp này biểu đồ góc xoắn là một đường bậc nhất . Các góc xoắn tương đối trong các đoạn theo (a) là:

$$\varphi_{AB} = \frac{4M.a}{G.0{,}1(2d)^4}\ ;\ \varphi_{BC} = \frac{2M.a}{G.0{,}1d^4};\ \varphi_{CD} = \frac{M.a}{G.0{,}1d^4}$$

Ngàm A cố định nên $\varphi_B = \varphi_{AB}$; $\varphi_C = \varphi_{AB} + \varphi_{BC}$; $\varphi_D = \varphi_{AC} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD}$.

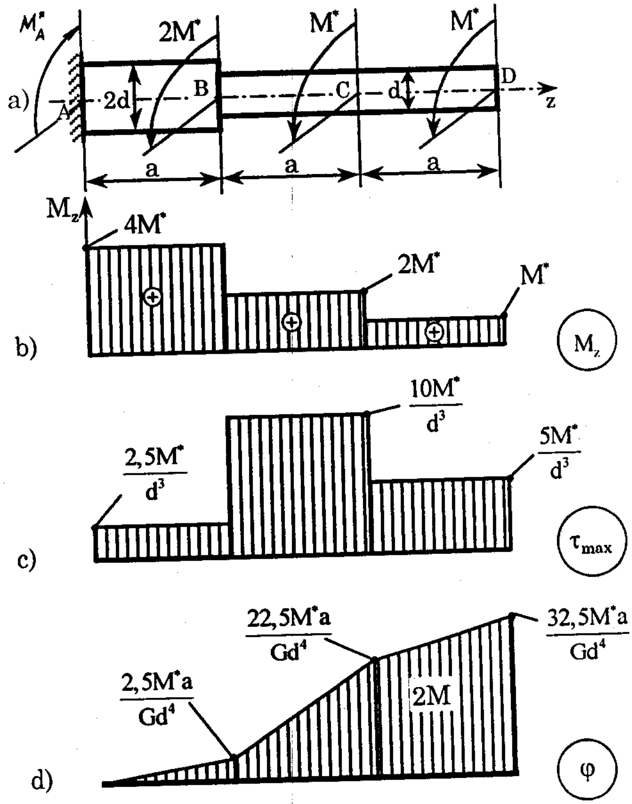
Biểu đồ góc xoắn của các mặt cắt được vẽ trên hình 5.6d. Góc xoắn lớn nhất ở mặt cắt D:

$$\varphi_D = 32{,}5\ \frac{M.a}{Gd^4}$$

Từ biểu đồ ứng suất tiếp lớn nhất, ta thấy $\tau_{max} = 10M/d^3$ thuộc đoạn BC;

Điều kiện bền $\tau_{max} \le [\tau]$ cho ta:

$$10\ M/d^3 \le 10,\ \text{suy ra : } [M] \le 10.6^3/10 = 216\ \text{kNcm}.$$



Hình 5.6.

Theo điều kiện cứng góc xoắn lớn nhất không được vượt quá 2°, ta có:

$$\varphi_{max} = \varphi_D = \frac{32,5Ma}{Gd^4} \leq \frac{2\pi}{180}$$

Suy ra:

$$[M] \leq \frac{8.10^3.6^4.2\pi}{180.32,5.50} = 220 \text{ kNcm}$$

Ta phải chọn: [M] = 216 kNcm = 2,16 kNm làm mômen xoắn được phép tác dụng lên trục.

BÀI 7

Một trục truyền có sơ đồ chịu lực như hình 5.7a. Hãy xác định công suất cần phải cung cấp cho trục N_o (kW)? Cho biết: đường kính trục d = 4 cm. Vận tốc góc của trục ω = 80 rad/s.

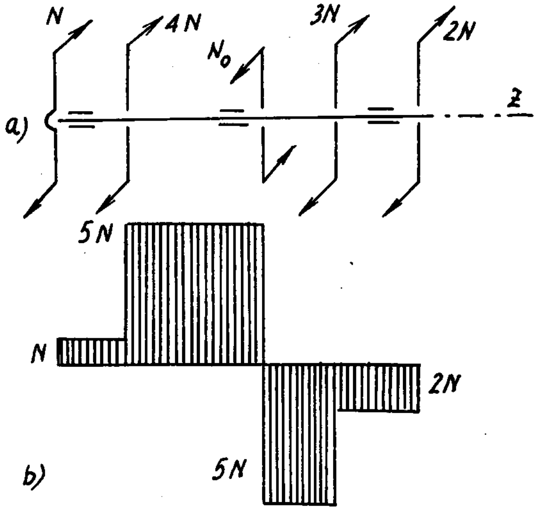
$G = 8.10 \ MN/m^2$; $[\tau] = 60 \ MN/m^2$; $[\theta] = 2.10^{-2}$ rad/m.

GIẢI

Trong hệ SI quan hệ giữa mômen xoắn M_z^* (Nm) với vận tốc góc ω (1/s) và công suất N (W) có dạng:

$$M_z^* = \frac{N}{\omega} \quad \text{(a)}$$

Theo công thức (a) thay vì vẽ biểu đồ mômen xoắn ta vẽ biểu đồ công suất như hình 5.7b. Công suất N_0 cần được xác định từ cả hai điều kiện bền và cứng.



Hình 5.7.

Điều kiện bền:

$$\tau_{max} = \frac{\max M_z}{W_p} \le [\tau]$$

$\Rightarrow W_p.[\tau]\omega \ge N_1$. Cụ thể là:

$$N_1 \le \frac{\pi (4.10^{-2})^3 \, 60.10^6.80}{16} \approx 60300 \text{ W} = 60{,}3 \text{ kW}$$

Điều kiện cứng:

$$J_p = \frac{\max M_z}{G[\theta]} \Rightarrow N_2 \le GJ_p.[\theta].\omega \approx 32200 \text{ W} = 32{,}2 \text{ kW}$$

Từ biểu đồ (N) ta rút ra:

Theo điều kiện bền $N_1 = 5N = \frac{N_0}{2} \le 60{,}3 \text{ kW}$

Theo điều kiện cứng $N_2 = 5N = \frac{N_0}{2} \le 32{,}2$ kW.

Do đó công suất N_0 cần thiết truyền cho trục phải thỏa mãn đồng thời cả hai điều kiện bền và cứng. Vì vậy ta phải lấy:

$$N_0 = 2N_2 = 2 \times 32{,}2 = 64{,}4 \text{ kW}.$$

BÀI 8

Trên hình 5.8a là một trục chịu xoắn mặt cắt thay đổi từng khúc với các số liệu vào biết trước: M*, a, d, G. Hãy vẽ biểu đồ mômen xoắn và góc xoắn, tính $\tau_{max\ I,II}$?

GIẢI

Mômen phản lực tại ngàm "O" được tìm từ:

$$\sum m_z(\vec{F}) = 0$$

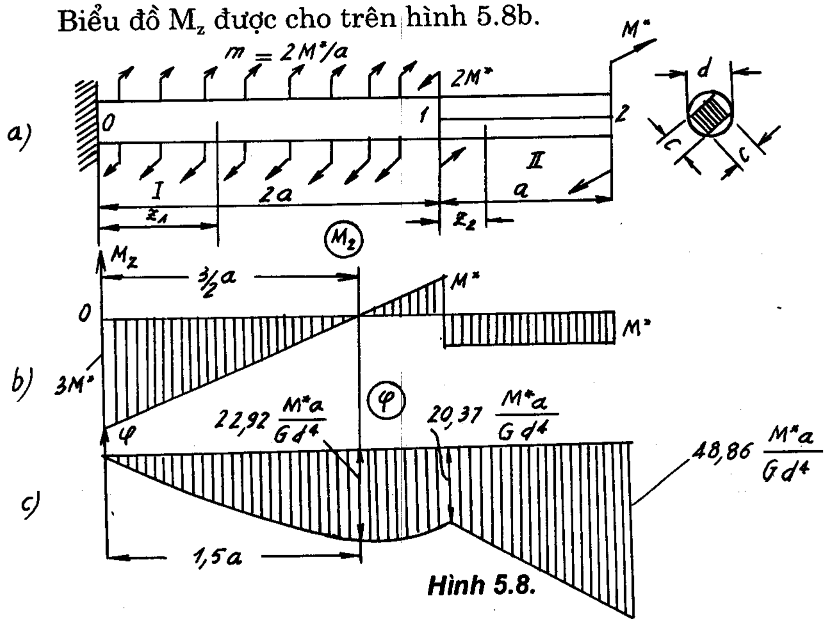
Suy ra: $M_0 = -3M^*$.

Biểu thức mômen xoắn nội lực trong các đoạn

$M_I(z) = -3M^* + mz$; $\quad 0 \le z_1 \le 2a$

$M_{II}(z) = -3M^* + 2ma - 2M^*$; $\quad 2a \le z_2 \le 3a$.

Biểu đồ M_z được cho trên hình 5.8b.



Hình 5.8.

Từ biểu đồ M_z, ta tính được:

$$\tau_{max\,II} = \frac{M^*}{W_p} = 13,6\frac{M^*}{0,0736d^3}$$

Ở đây $W_p \approx 0,208\ c^3 = 0,208\ .\frac{d^3}{2\sqrt{2}} \approx 0,0736\ d^3$

$$\tau_{max\,I} = \frac{3M^*}{W_p} = \frac{3M^*}{0,2d^3} = 15,3\frac{M^*}{d^3}$$

Biểu thức góc xoắn φ(z) trong các đoạn là:

$$\varphi_1(z) = -\frac{3M^*z}{GJ_{1p}} + \frac{2M^*}{a}\frac{z^2}{GJ_{1p}} = \frac{M^*}{GJ_{1p}}\left(\frac{z^2}{a} - 3z\right),\quad 0 \le z \le 2a$$

Tại $z = 1,5a$ thì $\varphi_{Imax} = -22,92\,\frac{M^*a}{Gd^4}$.

Tại $z = 2a$ thì $\varphi_I \quad = -20,37\frac{M^*a}{Gd^4}$

$$\varphi_{II}(z) = -20,37\frac{M^*a}{Gd^4} - \frac{M^*(z-2a)}{GJ_{2p}} = -20,37\frac{M^*a}{Gd^4} - \frac{M^*(z-2a)}{G.0,0351d^4}$$

$2a \le z \le 3a$.

Tại $z = 2a$ thì $\varphi_{II} = -20,37\frac{M^*a}{Gd^4}$

Tại $z = 3a$ thì $\varphi_{II}(3a) = -20,37\frac{M^*a}{Gd^4} - \frac{M^*a.28,49}{Gd^4} = -48,86\frac{M^*a}{Gd^4}$

Biểu đồ φ(z) được cho trên hình 5.8c.

BÀI 9

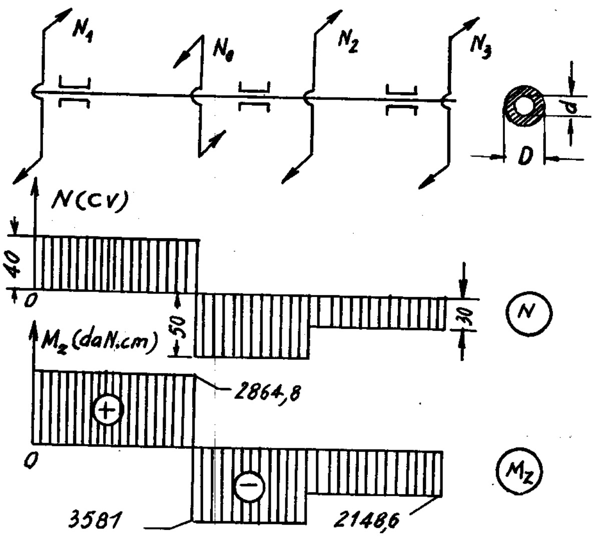
Một trục truyền rỗng có sơ đồ chịu lực như hình 5.9a với $N_1 = 40$ cv, $N_2 = 20$ cv, $N_3 = 30$ cv, $n = 1000$ vòng/phút, $[\tau] = 450$ daN/cm²; $[\theta] = 2°$/m; $G = 8.10^5$ daN/cm². Hãy chọn đường kính ngoài D và đường kính trong d với tỉ lệ $\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$.

GIẢI

Theo sơ đồ chịu lực biểu đồ công suất và biểu đổ mômen có dạng như hình 5.9b, c với N_o = 90 cv; M* = 71620 N/n.

Điều kiện bền của trục là:

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} \le [\tau] \Rightarrow W_p = \frac{\pi D_b^3}{16}\left(1-\alpha^4\right) \ge \frac{M_{max}}{[\tau]} = \frac{71620\,N}{[\tau]n}$$



Hình 5.9.

Suy ra là:

$$D_b = \sqrt[3]{\frac{16.71620.N}{\pi\,n[\tau](1-\alpha^4)}} \approx 71{,}4\sqrt[3]{\frac{50}{10^3.450.0{,}87}} \approx 3{,}64\ \text{cm}$$

Điều kiện cứng:

$$\frac{\max M}{GJ_p} \le [\theta] \Rightarrow J_p \ge \frac{\max M_z}{G[\theta]} \Rightarrow \frac{\pi D_c^4}{32}\left(1-\alpha^4\right) \ge \frac{71620\,N.100.180}{n.G.[\theta^\circ]\pi}$$

Với các số liệu đề bài ta rút ra:

$$D_c \geq \sqrt[4]{\frac{71620.100.180.32N}{\pi^2.n.G[\theta^o](1-\alpha^4)}} \approx 253{,}4\sqrt[4]{\frac{N}{n.G.[\theta^o](1-\varphi^4)}} =$$

$$= 253{,}4\sqrt[4]{\frac{50}{10^3.8.10^5.2.0{,}87}} \approx 3{,}49 \text{ cm.}$$

Vì $D_b > D_c$ nên phải chọn $D = D_b = 3{,}64$ cm, $\Rightarrow d = \alpha.D = 0{,}6 \times 3{,}64 \approx 2{,}18$ cm.

BÀI 10

Một trục chân vịt của tàu thủy loại trung bình có đường kính ngoài D = 25 cm, đường kính trong d = 17 cm. Trục quay với vận tốc góc n = 250 vg/phút. Hãy xác định công suất của trục này và đánh giá độ an toàn cho trục. Biết góc xoắn đo trực tiếp trên đoạn trục dài 5 m là 1^o và vật liệu làm trục có: $[\tau] = 1156$ daN/cm²; $\tau_{CH} = 1500$ kN/cm²; $G = 8.10^6$ N/cm².

GIẢI

1) Xác định công suất N của trục

Công thức xác định công suất N được suy ra từ công thức liên hệ giữa M_z^* và N dưới đây:

$$M_z^* = 97400\frac{N}{n} \Rightarrow N = \frac{M_z.n}{97400} \qquad (1)$$

Mặt khác giữa góc xoắn và M_z có hệ thức:

$$\varphi = \frac{M_z.l}{GJ_p} \Rightarrow M_z = \frac{\varphi GJ_p}{l} \qquad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta tìm được:

$$N = \frac{\varphi GJ_p.n}{97400.l} = \frac{\pi.1^o.8.10^6.30700.250}{180.97400.500} = 2200 \text{ kW,}$$

trong đó:

$$\varphi = 1^o = \frac{\pi}{180}\ ;\ J_p = 0{,}1D^4(1-\alpha^4) = 0{,}1.25^4\left(1-\frac{17}{25}\right)^4 = 30700 \text{ cm}^4.$$

Ứng suất tiếp lớn nhất τ_{max} là:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{97400.2200}{250.0,2.25^3\left(1-\frac{17}{25}\right)^4} = 3500\frac{N}{cm^2} = 350\frac{daN}{cm^2}.$$

Độ an toàn theo ứng suất cho phép là:

$$n_1 = \frac{[\tau]}{\tau_{max}} = \frac{1156}{350} = 3,3.$$

Độ an toàn theo giới hạn chảy là:

$$n_2 = \frac{\tau_{CH}}{\tau_{max}} = \frac{1500}{350} = 4,286.$$

BÀI 11

Động cơ điện A truyền sang puli 1 của trục I công suất $N_1 = 20$ kW; các puli 2, 3, 4 nhận được các công suất $N_2 = 15$ kW, $N_3 = 2$ kW, $N_4 = 3$ kW; các puli 5, 6, 7 của trục II nhận được các công suất $N_5 = 7$ kW, $N_6 = 4$ kW, $N_7 = 4$ kW. Xác định đường kính của hai trục, biết: $[\tau] = 3000$ N/cm², $[\theta] = 0,25°/m$, D = 200 mm, $D_1 = 400$ mm, $D_2 = 200$ mm, $D_3 = 600$ mm; $G = 8.10^6$ N/cm² (hình 5.11a). Vận tốc góc của trục động cơ là n = 1000 vòng/phút.

GIẢI

Số vòng quay của trục I là:

$$n_1 = n\frac{D}{D_1} = 1000.\frac{200}{400} = 500 \text{ vg/ph}$$

Vận tốc góc là:

$$\omega_1 = \frac{\pi.n_1}{30} = \frac{3,14.500}{30} = 53,2 \text{ rad/s}$$

Công thức tính chuyển đổi mômen tác động lên puli theo công suất N trong hệ SI:

$$M = \frac{N(W)}{\omega(1/s)} \quad (Nm)$$

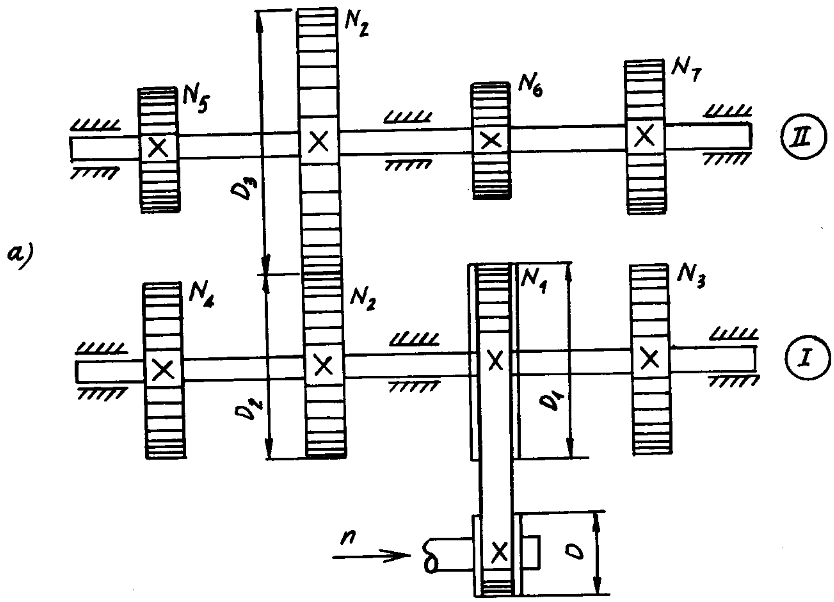
Trên các puli 1, 2, 3, 4:

$$M_1 = \frac{20.10^3}{52{,}3} = 382 \text{ Nm;}$$

$$M_2 = \frac{15.10^3}{52{,}3} = 286 \text{ Nm;}$$

$$M_3 = \frac{2.10^3}{52{,}3} = 38{,}2 \text{ Nm;}$$

$$M_4 = \frac{3.10^3}{52{,}3} = 57{,}8 \text{ Nm;}$$



Hình 5.11a.

Biểu đồ mômen xoắn của trục I được cho trên hình 5.11b. Từ biểu đồ này, ta có:

$$M_{zmax} = 343,8 \text{ Nm} = 34380 \text{ Ncm}$$

Đường kính trục theo điều kiện bền:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{34380}{0,2.3000}} = 3,85 \text{ cm}$$

Theo điều kiện cứng:

$$d_1 \geq \sqrt[4]{\frac{M_z}{0,1.G[\theta]\frac{\pi}{180}}} = 10 . \sqrt[4]{\frac{5,7.34380}{8.10^6.0,25}} = 5,6 \text{ cm}$$

Số vòng quay trục II là:

$$n_2 = 500. \frac{200}{600} = 167 \text{ vòng/phút hay}$$

$$\omega_2 = \frac{3,14.167}{30} = 17,5 \text{ rad/s}$$

Mômen tác động lên các puli 2, 5, 6, 7:

$$M_2 = \frac{15.10^3}{17,5} = 856 \text{ Nm}$$

$$M_5 = \frac{7.10^3}{17,5} = 400 \text{ Nm}$$

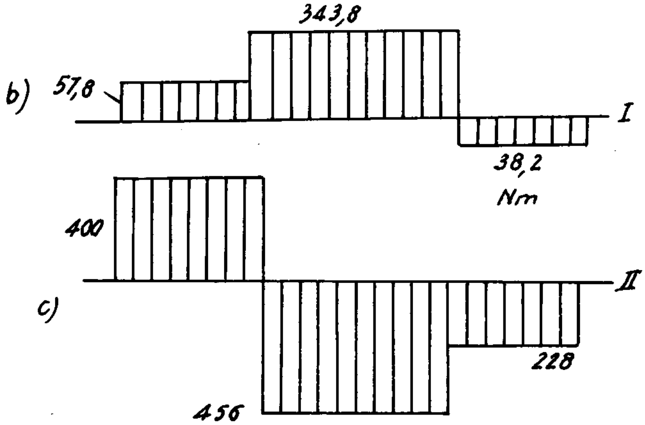
$$M_6 = \frac{4.10^3}{17,5} = 228 \text{ Nm} = M_7$$

Biểu đồ mômen xoắn của trục II cho trên hình 5.11c, với:

$$M_{zmax} = 45600 \text{ Ncm}$$

Đường kính trục theo điều kiện bền là:

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{45600}{0,2.3000}} = 4,25 \text{ cm}$$



Hình 5.11.b,c.

Theo điều kiện cứng:

$$d_2 \geq 10.\sqrt[4]{\frac{5{,}7.45600}{8.10^6.0{,}25}} = 5{,}9 \text{ cm}$$

Vậy đường kính trục I chọn theo điều kiện cứng: $d_1 = 5{,}6$ cm.

Đường kính trục II chọn theo điều kiện cứng: $d_2 = 5{,}9$ cm.

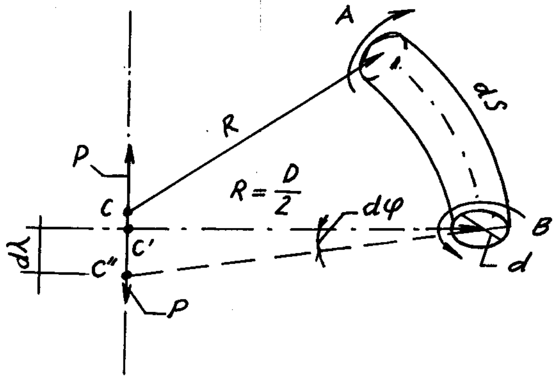
BÀI 12

Một lò xo xoắn hình trụ bước ngắn chịu kéo bởi lực P có số vòng n, bán kính dây d, bán kính vòng dây D. Hãy xác định góc xoắn tương đối φ giữa hai mặt cắt ngang chứa trục lò xo cách nhau đúng một vòng dây.

GIẢI

Chúng ta hãy khảo sát trước hết biến dạng xoắn của một đoạn dây vô cùng bé ds = $\overset{\frown}{AB}$. Gọi R là bán kính trùng với đường kính của các mặt cắt ngang A và B đến trục lò xo. Biến dạng xoắn của đoạn ds khi đó được thể hiện ở góc xoắn tương đối giữa A và B. Nếu hình dung rằng AC và BC' là những thanh cứng tuyệt đối được gắn cứng ở A và B thì dφ chính là góc $\widehat{C'BC''}$. Sự xoắn này làm điểm đặt lực C' có vị trí mới C''. Đoạn C'C'' = dλ đặc trưng cho phần biến dạng kéo của lò xo. Nó là kết quả của sự xoắn đoạn dây ds. Nghĩa là:

$$C'C'' = d\lambda \approx Rd\varphi \Rightarrow \lambda = R \int\limits_{(2\pi R)} \frac{M_z}{GJ_p} ds = \int\limits_{(2\pi R)} \frac{PR}{GJ_p} ds = \frac{64\,PR^3}{Gd^4} = \frac{8\,PD^3}{Gd^4}$$



Hình 5.12.

Do đó, góc xoắn tương đối giữa 2 mặt cắt ngang cách nhau một vòng dây là:

$$\varphi = \frac{16\,PD^2}{Gd^4} = \frac{64\,PR^2}{Gd^4}.$$

BÀI 13

Hãy thiết kế lò xo xoắn hình trụ chịu nén trong mối ghép trục lò xo xoắn hình trụ (hình 5.13). Biết lực nén lớn nhất và nhỏ nhất lên lò xo là $P_{max} = 1000$ N và $P_{min} = 700$ N, độ co khi làm việc của lò xo là $\delta = 5$ mm, $[\tau] = 450$ MPa, trong tính toán chỉ kể đến mômen xoắn. Vẽ cấu tạo mối ghép này.

GIẢI

Điều kiện bền của lò xo là:

$$\tau = \frac{8kPD}{\pi d^3} \leq [\tau]$$

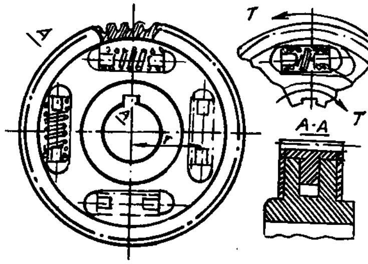
Khi chọn D = c.d, ta suy ra đường kính dây lò xo cần thiết kế:

$$d \geq 1{,}6\,\sqrt{k.P_{max}.c/[\tau]}\ \text{ mm.}$$

Với tỉ số c = D/d = 5 thì hệ số k kể đến độ cong của dây lò xo làm cho ứng suất tiếp ở thớ biên phía trong lớn hơn so với thớ biên phía ngoài là:

$$k = \frac{4c+2}{4c-3} = 1,29$$

Do đó, đường kính dây lò xo d cần thiết kế và đường kính lò xo D là:



Hình 5.13.

$$d \geq 1,6\sqrt{\frac{1,29.1000.5}{450}} = 6\text{ mm} \Rightarrow D = 5 \times 6 = 30\text{ mm}$$

$$\delta = \lambda_{max} - \lambda_{min} = \frac{8D^3nP_{max}}{Gd^4} - \frac{8D^3nP_{min}}{Gd^4} = \frac{8c^3}{Gd}.n\left(P_{max} - P_{min}\right)$$

Do đó, số vòng dây lò xo phải là:

$$n = \frac{\delta.Gd}{8c^3\left(P_{max} - P_{min}\right)} = \frac{5.8.10^4.6}{8.5^3(1000-700)} = 8,5 \text{ vòng.}$$

Ta chọn n = 8,5 + 1,5 = 10 vòng.

Độ co lớn nhất của lò xo kể từ trạng thái tự do đến khi chịu lực P_{max}:

$$\lambda_{max} = \frac{8D^3nP_{max}}{Gd^4} = \frac{8.30^3.10.1000}{8.10^4.6^4} = 17,7 \text{ mm.}$$

Bản vẽ mối ghép lò xo được mô tả trên hình 5.13.

BÀI 14

Một vai cột dùng đỡ dầm cầu chạy có cấu tạo như hình 5.14a. Các bulông có đường kính d = 20 mm và $[\tau]$ = 6000 N/cm^2.

Xác định tải trọng P cho phép tác dụng lên vai cột.

GIẢI

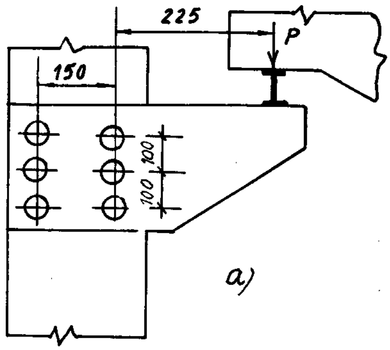
Khi dời lực P về tâm O của hai dãy bulông (hình 5.14b) ta sẽ được: lực $P_1 = P$ và mômen $M^* = P.c$. Mômen này sẽ gây xoắn bulông.

Một cách gần đúng ta xem lực P_1 phân bố đều lên các bulông. Lực cắt trong mỗi bulông sẽ là:

$$Q = \frac{P_1}{n} = \frac{P}{6} \qquad \text{(a)}$$

Cũng như trên mỗi bulông giả thiết chịu mômen xoắn m có giá trị tỉ lệ bậc nhất với khoảng cách từ các bulông đến tâm O, phương vuông góc với bán kính và chiều cùng chiều quay với mômen M^*. Tổng mômen của các m_i này bằng M^*:

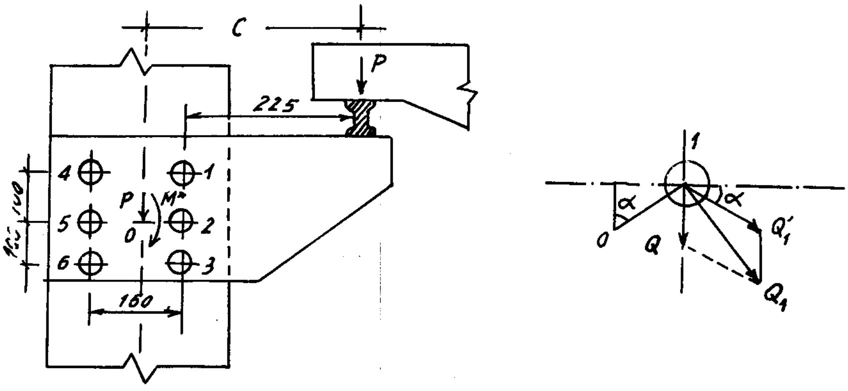
$$M = P.c = \sum_{i=1}^{6} P_i \rho_i$$



Hình 5.14a.

trong đó ρ_i là khoảng cách từ tâm O đến tâm mỗi bulông. Vì m_i trong các bulông tỉ lệ với khoảng cách nên ta có:

$$\frac{P_k}{\rho_k} = \frac{P_i}{\rho_i} \text{ hay } P_i = \frac{\rho_i}{\rho_k} P_k$$



b/ c/

Hình 5.14.

Thay vào ta được

$$M = P.c = \frac{P_k}{\rho_k}\sum_{i=1}^{6}\rho_i^2$$

Vậy lực cắt P_k trong bulông thứ k do M* gây ra là:

$$P_k = \frac{M}{\sum_1^6 \rho_i^2}\rho_k$$

Ta có $\rho_1 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_6 = \sqrt{7{,}5^2 + 10^2} = 12{,}5$ cm

$\rho_2 = \rho_5 = 7{,}5$ cm, c = 30 cm.

Do đó

$$\sum \rho_i^2 = 4.12{,}5^2 + 2.7{,}5^2 = 737{,}5 \text{ cm}^2.$$

Lực cắt do M* gây ra trong bulông 1 là:

$$Q'_1 = P_1 = \frac{M^*}{\sum \rho_i^2}\rho_1 = \frac{30P}{737{,}5}.12{,}5 = 0{,}508P$$

Lực cắt do M* gây ra trong bulông 2 là:

$$Q'_2 = P_2 = \frac{M^*}{\sum \rho_i^2}\rho_2 = \frac{30P}{737{,}5}.7{,}5 = 0{,}305P$$

Lực cắt tổng hợp trong bulông 2 là:

$$Q_2 = Q + Q'_2 = \frac{P}{6} + 0{,}305P = 0{,}4716P$$

Lực cắt tổng hợp trong bulông 1 là (hình 5.14c):

$$Q_1 = \sqrt{Q^2 + Q_1'^2 + 2\cos(Q.Q'_1).QQ'_1}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{6}P\right)^2 + (0{,}508P)^2 + 2\frac{1}{6}P.0{,}508P\sin\alpha}$$

$$= P\sqrt{\frac{1}{36} + 0{,}258 + 0{,}1016} = 0{,}622P$$

Vậy điều kiện để xác định tải trọng là điều kiện bền của đinh 1 (hoặc 3):

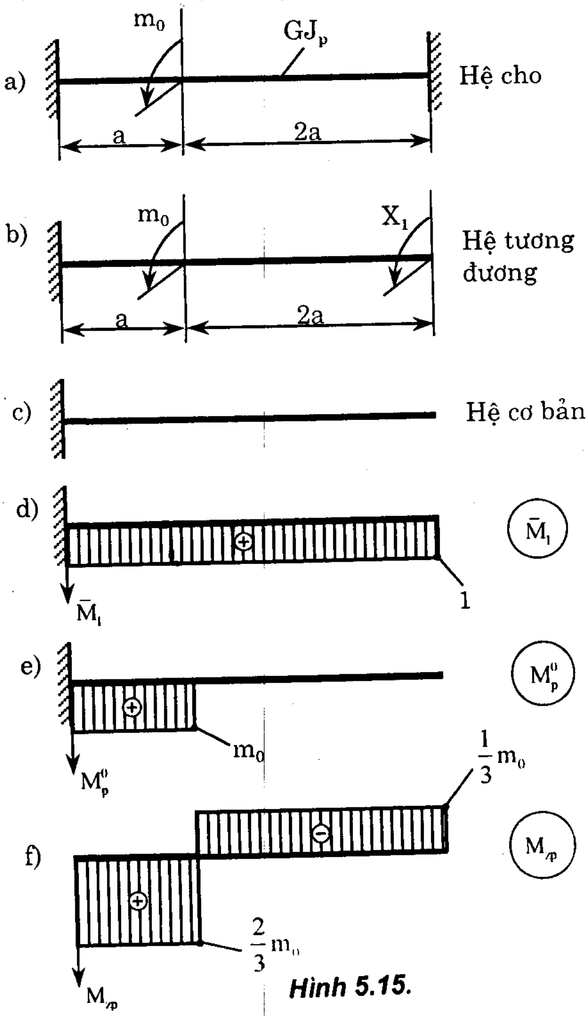
$$0{,}622\ [P] \le \frac{\pi d^2}{4}[\tau] \Rightarrow [P] \le \frac{\pi.2^2.6}{4.0{,}622} = 30{,}29\ \text{kN}.$$

BÀI 15

Vẽ M_z đối với trục chịu xoắn sau đây (hình 5.15a) bằng phương pháp lực.

GIẢI

Ta chọn hệ tương đương và hệ cơ bản như hình 5.15b, c.



Hình 5.15.

Phương trình chính tắc:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0 \qquad (1)$$

Biểu đồ $\overline{M}_1$ và M_p^o có dạng như hình 5.15d, e.

$$\delta_{11} = \frac{1}{GJ_p}[3a.1.1] = \frac{3a}{GJ_p}$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{GJ_p}[m_o.a.1] = \frac{am_o}{GJ_p}$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = -\frac{am_o}{3a} = -\frac{m_o}{3}$$

Biểu đồ mômen xoắn cuối cùng được cho trên hình 5.15g.

BÀI 16

Một lò xo xoắn hình trụ có góc nâng α, bán kính vòng dây R, chịu lực kéo P. Hãy xác định sự thay đổi chiều cao H, đường kính D = 2R của lò xo và sự thay đổi số vòng lò xo.

GIẢI

Lò xo là một thanh không gian, cho nên trên mặt cắt ngang của dây có các mômen xoắn $M_z = PR\cos\alpha$ và mômen uốn $M_u = PR\sin\alpha$ (hình 5.16a). Khi kéo chiều cao lò xo tăng lên một đoạn ΔH:

$$\Delta H = \int_l \frac{M_u \overline{M}_u ds}{EJ} + \int_l \frac{M_z \overline{M}_z ds}{GJ_p} \qquad (1)$$

trong đó:

$\overline{M}_u = \overline{P}.R\sin\alpha$, $\overline{M}_z = \overline{P}.R\cos\alpha$ (với $\overline{P} = 1$ thay cho P);

l là tổng chiều dài các vòng dây lò xo.

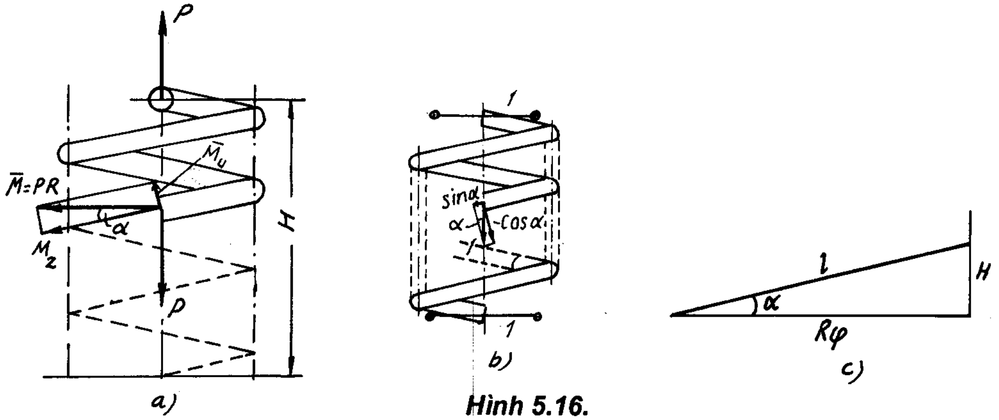
Góc xoắn tương đối giữa đầu trên và đầu dưới của lò xo là (hình 5.16b):

$$\Delta\varphi = \int_l \frac{M_u.\overline{M}_{1u}\,ds}{EJ} + \int_l \frac{M_z.\overline{M}_{1z}ds}{GJ_p} = PRl\left(\frac{1}{GJ_p} - \frac{1}{EJ}\right)\cos\alpha\sin\alpha \qquad (2)$$

Ở đây: $\overline{M}_{1u} = -\overline{M}\cos\alpha$; $\overline{M}_{1z} = \overline{M}\sin\alpha$ (với $\overline{M} = 1$ đặt ở đầu trên và dưới của lò xo).

Khai triển lò xo (hình 5.16c) ta có:

$$R^2\varphi^2 + H^2 = l^2$$



Hình 5.16.

Bởi vì l = hằng, nên:

$$2R\varphi^2\Delta R + R^2.2\varphi.\Delta\varphi + 2H.\Delta H = 0$$

$$\Rightarrow \Delta R = -\frac{R}{\varphi}\Delta\varphi - \frac{H}{R\varphi^2}\Delta H \qquad (3)$$

Thay ΔH từ (1), Δφ từ (2) vào (3) ta đi đến:

$$\Delta R = -\frac{PR^2 l}{\varphi}\left(\frac{1}{GJ_p} - \frac{1}{EJ}\right)\cos\alpha\sin\alpha - \frac{PHRl}{\varphi^2}\left(\frac{\sin^2\alpha}{EJ} + \frac{\cos^2\alpha}{GJ_p}\right) \ldots \qquad (4)$$

Từ hình 5.16c suy ra:

$$l = \frac{\varphi R}{\cos\alpha} \quad \text{và} \quad H = \varphi R \operatorname{tg}\alpha.$$

Gọi n là số vòng dây thì $\varphi = 2\pi n$, $\Delta\varphi = 2\pi\Delta n$. Do đó, sau khi khử l, H và φ từ (1), (2) và (4) ta nhận được kết quả cần tìm:

$$\left.\begin{aligned} \Delta R &= -\frac{2PR^3\sin\alpha}{GJ_p} + \frac{PR^3\sin\alpha\left(1-\operatorname{tg}^2\alpha\right)}{EJ}, \\ \Delta H &= \frac{PR^3 n.2\pi}{\cos\alpha}\left(\frac{\sin^2\alpha}{EJ} + \frac{\cos^2\alpha}{GJ_p}\right), \\ \Delta n &= PR^2 n\left(\frac{1}{GJ_p} - \frac{1}{EJ}\right)\sin\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Trong trường hợp mặt cắt ngang của dây lò xo là tròn đường kính d thì:

$$GJ_p = G\,\frac{\pi d^4}{32} = 0{,}1\ Gd^4$$

$$EJ = G\,(1+\mu)\,\frac{\pi d^4}{32} = 0{,}05\ Ed^4.$$

Trong trường hợp này (5) có dạng:

$$\Delta R = -\frac{32\,PR^3\sin\alpha}{G\pi d^4(1+\mu)}.\frac{1+2\mu\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} \quad \Rightarrow \text{đường kính giảm } (\Delta R < 0).$$

$$\Delta H = \frac{64\,PR^3 n}{Gd^4}.\frac{1+\mu\cos^2\alpha}{(1+\mu)\cos\alpha} \quad \Rightarrow \text{chiều cao tăng } (\Delta H > 0). \qquad (6)$$

$$\Delta n = \frac{32\,PR^2 n}{G\pi d^4}.\frac{\mu\sin\alpha}{1+\mu}, \quad \Rightarrow \text{số vòng dây tăng } (\Delta n > 0).$$

Trong lý thuyết thông thường α nhỏ, ta có:

$$\Delta H = \frac{64\,PR^3 n}{Gd^4}$$

$$\Delta n = \frac{32PR^2n}{G\pi d^4}.\frac{\mu\alpha}{1+\mu}$$

$$\Delta R = -\frac{32PR^3}{G\pi d^4}.\frac{1+2\mu}{1+\mu}\alpha.$$

BÀI 17

Một trục chịu xoắn như hình 15.17a. Hãy vẽ M_z, tính τ_{max} và φ_c? Biết d = 15 cm, G = 8.10^3 kN/cm^2.

GIẢI

Sẽ rất gọn nhẹ khi ta dùng phương pháp vạn năng để giải bài toán này.

Áp dụng công thức (1.4), ta có:

$$M_z(z) = -M_{01}\Big|_1 + 1000\Big|_2 + 1500\Big|_3$$

$$\varphi(z) = \frac{-1}{GJ_p}M_{01}.z\Big|_1 + 1000\frac{(z-80)}{GJ_p}\Big|_2 + 1500\frac{(z-160)}{GJ_p}\Big|_3$$

Tại z = 240 cm, φ (240 cm) = 0 ⇒ M_{01} = +1166,66 Ncm.

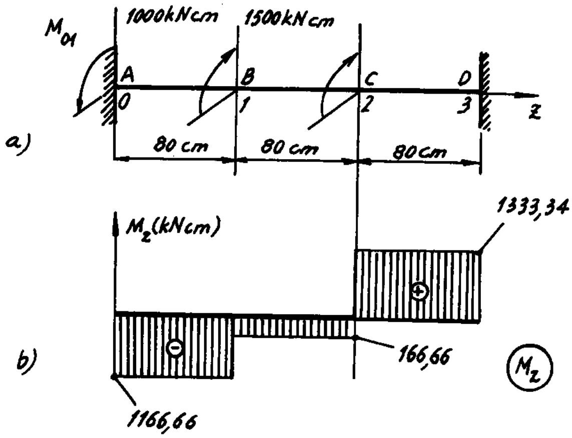
Biểu đồ M_z được cho trên hình 5.17b.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là các mặt cắt trong đoạn 2 – 3, tại đó

$$\tau_{max} = \frac{1333{,}34}{0{,}2.15^3} = 1{,}975 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varphi_c\ (z = 160 \text{ cm}) = -\frac{1166{,}6.160}{8.10^3.0{,}2.15^4} + \frac{1000.80}{8.10^3.0{,}2.15^4} =$$

$$= -1{,}317.10^{-3} \text{ rad.}$$



Hình 5.17.

BÀI 18

Một trục thép tròn đường kính d, có liên kết và chịu lực như hình 5.18a. Cho biết l = 50 cm, d = 5 cm, M^* = 2 kNm, G = $0{,}8.10^7$ N/cm^2 (đĩa tuyệt đối cứng có D = 8 cm).

Tính ứng suất pháp σ trong thanh 2 và ứng suất tiếp τ trong trục? (thanh giằng có chiều dài a = 2 m, mặt cắt ngang F = 4 cm^2. Hai thanh cùng vật liệu như trục thép có E = 2,5 G).

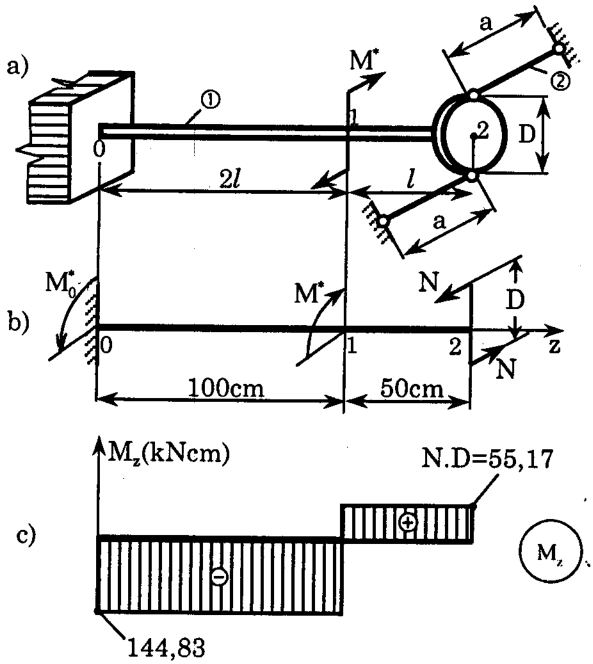
GIẢI

Ký hiệu N là lực dọc trong các thanh giằng, ta có sơ đồ tính trục như hình 5.18b. Phương trình cân bằng mômen đối với trục Oz:

$$M_0 - M^* + N.D = 0 \qquad \text{(a)}$$

Điều kiện biến dạng của trục là góc xoắn của trục tại z = 3l phải bằng góc quay của đĩa do các lực dọc N gây ra. Cụ thể là:

$$-\frac{M_0.100}{GJ_p} + \frac{N.D.50}{GJ_p} = \frac{2N.a}{EF.D} \qquad \text{(b)}$$



Hình 5.18.

Thay (a) vào (b) ta có:

$$\frac{100}{GJ_p}\left(N.D - M^*\right) + \frac{N.D.50}{GJ_p} = \frac{400\,N}{2{,}5G.4}$$

Do đó, lực dọc N được xác định:

$$N = \frac{20000}{2900} = 6{,}896 \text{ kN}$$

Ứng suất trong các thanh giằng là:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{6{,}896}{4} = 1{,}724 \text{ kN/cm}^2$$

Ứng suất tiếp lớn nhất trong trục có giá trị:

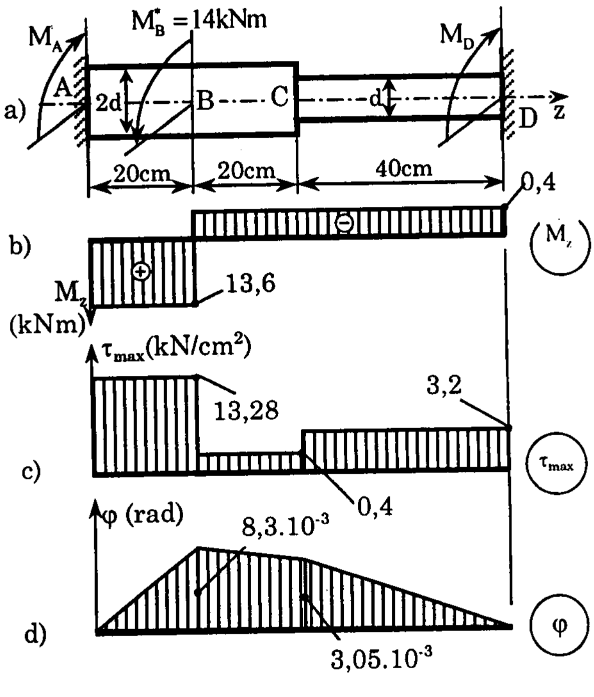
$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{144{,}83}{0{,}2.5^3} = 5{,}793 \text{ kN/cm}^2$$

Bạn đọc sẽ nhận được kết quả ở trên khi sử dụng phương pháp vạn năng như bài 32 của chương này.

BÀI 19

Cho trục bậc siêu tĩnh chịu xoắn như hình 5.19a. Hãy vẽ các biểu đồ: $M_z(z)$, $\tau_{max}(z)$, $\varphi_z(z)$ dọc theo trục z.

Cho biết: $G = 8.10^3$ kN/cm²; d = 4 cm; $M_z^* = 14$ kNm.



Hình 5.19.

GIẢI

Gọi mômen phản lực tại các ngàm là M_A tại A và M_D tại D. Điều kiện cân bằng cho ta:

$$\Sigma m_z = M_A + M_D - M_B^* = 0 \qquad \text{(a)}$$

Vì A và D đều là ngàm nên góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt ở đầu A và D phải bằng không, nghĩa là ta phải có:

$$\varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = \varphi_{AD} = 0 \qquad \text{(b)}$$

Biểu thức mômen xoắn trong các đoạn:

$$M_z(z) = M_A\Big|_1 - 14\Big|_2 \qquad \text{(c)}$$

Biểu thức này cho thấy mômen xoắn trong các đoạn là hằng số.

Thay (c) vào (b), ta có:

$$\frac{M_A.20}{8.10^3.0{,}1(2d)^4} + \frac{(M_A - 14).20}{8.10^3.0{,}1(2d)^4} + \frac{(M_A - 14).40}{8.10^3.0{,}1d^4}$$

Suy ra $M_A = 13{,}6$ kNm.

Từ (a), ta có: $M_D = 14 - 13{,}6 = 0{,}4$ kNm.

Căn cứ các trị số của M_z^{BD} và M_z^{AB}, ta vẽ được biểu đồ mômen xoắn. Biểu đồ ứng suất tiếp lớn nhất được vẽ từ công thức:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p}$$

với $\tau_{max}^{AB} = \dfrac{|13{,}6.10^2|}{0{,}2(2.4)^3} = 13{,}28$ kN/cm^2; $\tau_{max}^{BC} = \dfrac{0{,}40.10^2}{0{,}2(2.4)^3} = 0{,}4$ kN/cm^2

$$\tau_{max}^{CD} = \frac{0{,}40.10^2}{0{,}2(4)^3} = 3{,}12 \text{ kN/cm}^2$$

Vì tỉ số $\dfrac{M_{zi}}{GJ_{pi}}$ là hằng số trong từng đoạn nên ta có thể tính góc xoắn φ theo công thức:

$$\varphi = \sum_i \frac{M_z l_i}{GJ_{pi}}.$$

Cụ thể là:

$$\varphi_{AB} = \frac{+13{,}6.10^2.20}{8.10^3.0{,}1(2d)^4} = 8{,}3.10^{-3} \text{ rad}$$

$$\varphi_{AC} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = \frac{13{,}6.10^2.20}{8.10^3.0{,}1(2d)^4} - \frac{0{,}4.10^2.20}{8.10^3.0{,}1(2d)^4} = 8{,}05.10^{-3}\text{ rad}$$

$\varphi_{AD} = 0.$

Các biểu đồ được vẽ trên hình 5.19b, c, d.

BÀI 20

Một trục chịu xoắn như hình 5.20a. Hãy viết biểu thức, vẽ biểu đồ góc xoắn, mômen xoắn cho trục và kiểm tra điều kiện cứng. Biết $[\theta] = 0{,}1°/m$, $G = 8.10^{10}\ N/m^2$, $J_p = 937{,}5.10^{-8}\ m^4$.

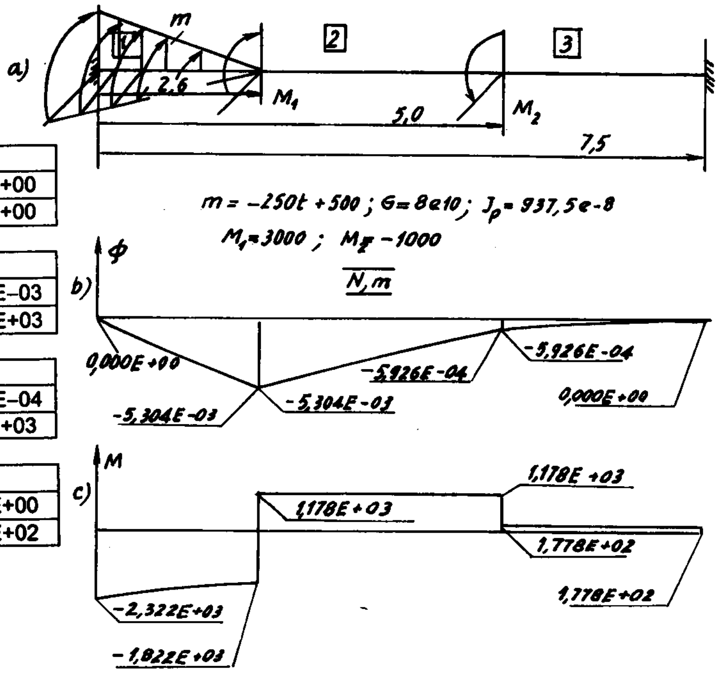
GIẢI

	Max	z =
ϕ	-5.304E-03	2.000E+00
M	-2.322E+03	0.000E+00

1	T	P
ϕ	0.000E+00	-5.304E-03
M	-2.322E+03	-1.822E+03

2	T	P
ϕ	-5.304E-03	-5.926E-04
M	1.178E+03	1.178E+03

3	T	P
ϕ	-5.926E-04	0.000E+00
M	1.778E+02	1.778E+02



Hình 5.20.

Phương trình vạn năng của $\varphi_z(z)$, $M_z(z)$ trong các đoạn như sau:

Đoạn I: $GJ_p\varphi_1 = M_{01}z + 500\ z^2/2 - 250\ z^3/6;$

$M_1(z) = M_{01} + 500z - 250\ z^2/2.$

Đoạn II: $GJ_p\varphi_2 = GJ_p\varphi_1 + 3000\,(z-2) + 250\,(z-2)^3/6;$

$M_2(z) = M_1 + 3000 + 250\,(z-2)^2/2.$

Đoạn III: $GJ_p\varphi_3 = GJ_p\varphi_2 - 1000\,(z-5);$

$M_3(z) = M_2\,(z) - 1000.$

Từ điều kiện $\varphi_3(z = 7{,}5\text{ m}) = 0 \Rightarrow M_{01} = -2322{,}22$ Nm.

Thay M_{01} vào các biểu thức của $\varphi_z(z)$, $M_z(z)$ và vẽ biểu đồ của chúng như trên hình 5.20b, c, ta thấy tại z = 0 mômen xoắn có trị số lớn nhất và tại đó góc xoắn tỉ đối θ cũng lớn nhất. Vì vậy:

$$\theta_{max} = \frac{M_{max}}{GJ_p} = \frac{2{,}322.10^3}{8.10^{10}.937{,}5^{-8}}\,\frac{180}{\pi} = 0{,}18\ ^\circ/\text{m} > [\theta] = 0{,}1^\circ/\text{m}$$

Điều kiện cứng của trục không đảm bảo.

BÀI 21

Van bảo hiểm A có gắn một đĩa đường kính D_d = 6 cm hình 5.21. Van được mở khi áp suất hơi p = 10 at, hành trình của van là h = 1 cm, độ co cho phép lớn nhất của lò xo CE bằng 10 cm. Tính đường kính dây lò xo và số vòng làm việc của lò xo.

Biết D = 6 cm, AB = 10 cm, BC = 50 cm, [τ] = 40 kN/cm², G = 8.10^6 N/cm².

GIẢI

Hợp lực tác dụng lên đĩa khi van có thể mở được:

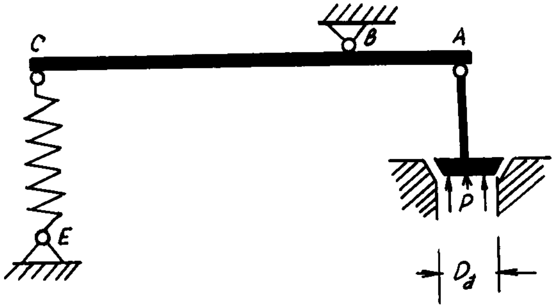
$$P = \frac{\pi D_d^2}{4}\,p = \frac{3{,}14.6^2}{4}.100 = 2826\text{ N}.$$

Khi đó lực tác dụng lên lò xo sẽ là:

$$P_{lx} = P.\frac{AB}{BC} = 2826.\frac{10}{50} = 565{,}2\text{ N}.$$

Gọi λ_1 là độ co của lò xo khi lắp, [λ] là độ co lớn nhất cho phép của lò xo, λ là độ co của lò xo khi làm việc ứng với hành trình h của van. Khi đó ta có:

$$\lambda = h\,.\frac{BC}{AB} = 1.\frac{50}{10} = 5 \text{ cm}$$



Hình 5.21.

$\lambda_1 + \lambda = [\lambda]$

$\lambda_1 = [\lambda] - \lambda = 10 - 5 = 5$ cm.

Gọi P_{max} là lực tác dụng ứng với độ co cho phép của lò xo. Ta có:

$$P_{max} = P_{lx}\,.\,\frac{[\lambda]}{\lambda_1} = 565{,}2.\frac{10}{5} = 1130{,}4 \text{ N}$$

Trạng thái "tới hạn" của lò xo đạt được khi P_{max} tác dụng. Nghĩa là:

$$\tau_{max} = k\frac{8P_{max}D}{\pi d^3} = [\tau]$$

Đặt $\alpha = d/D$, khi đó phương trình trên trở thành:

$$\frac{1 + 0{,}25\alpha}{(1-\alpha)\alpha^3} = \frac{\pi D^2[\tau]}{8P_{max}} = \frac{3{,}14.6^2.4.10^4}{8.1130{,}4} = 500$$

$$\Leftrightarrow 500\alpha^4 - 500\alpha^3 + 0{,}25\alpha + 1 = 0$$

Đặt:

$$f(\alpha) = 500\alpha^4 - 500\alpha^3 + 0{,}25\alpha + 1$$

Ta thấy:

$$f(0{,}133) = 0{,}0133 > 0$$

$$f(0{,}135) = -0{,}0303 < 0.$$

Vậy ta lấy $\alpha = 0{,}134$ làm nghiệm của $f(\alpha)$.

Đường kính dây lò xo lúc đó sẽ là:

$$d = \alpha.D = 0{,}134.6 \approx 0{,}8 \text{ cm}.$$

Số vòng làm việc của lò xo được tính từ công thức:

$$\lambda_1 = \frac{8P_{lx}D^3n}{Gd^4} \Rightarrow n = \frac{\lambda_1 G.d^4}{8P_{lx}D^3} = \frac{5.8.10^6.0{,}8^4}{8.565{,}2.6^3} = 16{,}77$$

Ta lấy số vòng làm việc của lò xo: n = 17 vòng.

BÀI 22

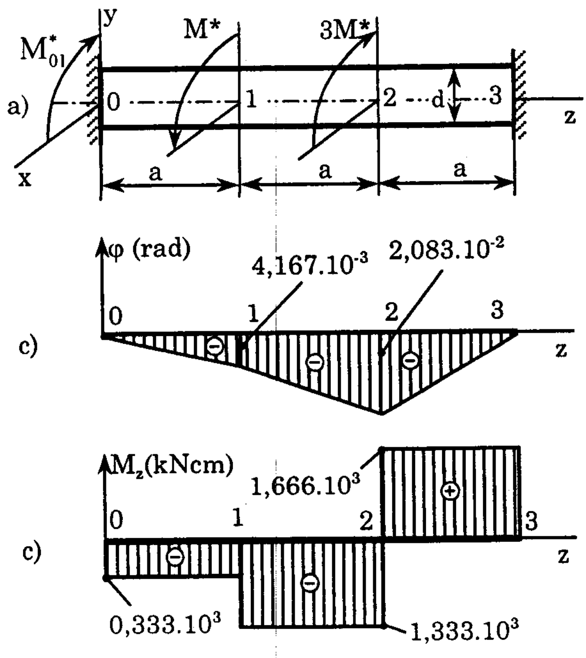
Cho một trục chịu xoắn có sơ đồ chịu lực như hình 5.22a, $M^* = 10$ kNm, a = 1 m, d = 10 cm.

Hãy:

1. Khử siêu tĩnh và vẽ biểu đồ $\varphi(z)$, M(z)?
2. Kiểm tra bền, biết $[\tau] = 10$ kN/cm^2.
3. Xác định góc xoắn tại mặt cắt ngang 1 và 2. Biết $G = 8.10^3$ kN/cm^2.

GIẢI

Đây là bài toán xoắn siêu tĩnh. Với yêu cầu của đề bài thì phương án tối ưu nhất giải bài toán này là phương pháp vạn năng.



Hình 5.22.

Phương trình góc xoắn và phương trình mômen xoắn nội lực có dạng:

$$\varphi(z) = M_{01}^{*}\left.\frac{z}{GJ_p}\right|_{1} - M^{*}\left.\frac{(z-a)}{GJ_p}\right|_{2} + 3M^{*}\left.\frac{(z-2a)}{GJ_p}\right|_{3} \qquad \text{(a)}$$

Điều kiện biên tại mặt cắt 3 cho ta:

$$\varphi(z=3a) = M_{01}^{*}\frac{3a}{GJ_p} - M^{*}\frac{2a}{GJ_p} + 3M^{*}\frac{a}{GJ_p} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ M_{01}^{*} = -M^{*}/3 = -333{,}33 \text{ kNcm}.$$

$$M(z) = -\left.M_{01}^{*}/3\right|_{1} - \left.M^{*}(z-a)\right|_{2} + \left.3M^{*}(z-2a)\right|_{3} \qquad \text{(b)}$$

$J_p = 0{,}1.d^4 = 0{,}1.10^4 = 10^3\ cm^4$; $W_p = 0{,}2.d^3 = 200\ cm^3$.

Với số liệu đã cho và theo các phương trình (a), (b) ta vẽ biểu đồ góc xoắn và mômen xoắn như trên hình 5.22b, c.

Từ biểu đồ M_z trên hình 5.22c ta thấy mặt cắt nguy hiểm nhất đối trục là các mặt cắt thuộc đoạn 3. Do đó, điều kiện bền của trục được viết:

$$\tau_{max} = \frac{1{,}667.10^3}{200} = 8{,}335\ kN/cm^2 < [\tau] = 10\ kN/cm^2.$$

Như vậy trục làm việc đủ an toàn về bền.

$$\varphi(z=a) = \varphi_1 = -333{,}33.\frac{100}{GJ_p} = -333{,}33.\frac{100}{8.10^3.10^3} = -4{,}167.10^{-3}\ \text{rad}$$

$$\varphi(z=2a) = \varphi_2 = -333{,}33.\frac{200}{GJ_p} - \frac{1000.100}{GJ_p} = -2{,}083.10^{-2}\ \text{rad}.$$

BÀI 23

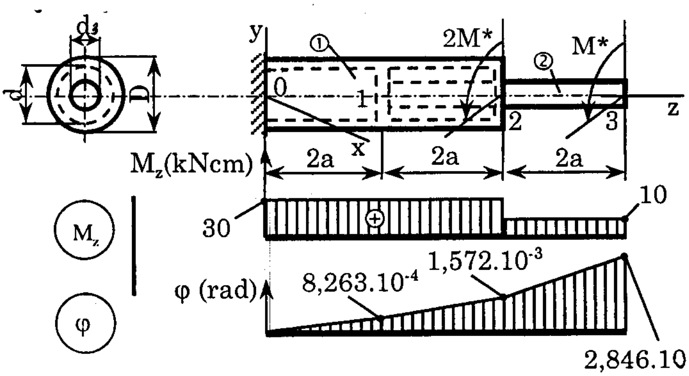
Một trục tổ hợp chịu xoắn mặt cắt thay đổi gồm một trục rỗng (0 – 2) chiều dài 4a liên kết cứng với một trục đặc (1 – 3) chiều dài 4a tại mặt cắt 1 và 2. Trục tổ hợp này chịu lực và có kích thước, liên kết như hình 5.23a. Cho biết đường kính phần trục đặc $d_3 = \frac{D}{2} = \frac{d}{1,6} = 10$ cm, môđun đàn hồi trượt của phần rỗng và đặc là $G = 8.10^3$ kN/cm^2.

Hãy tính ứng suất tiếp lớn nhất trong phần trục đặc và phần trục rỗng.

Vẽ biểu đồ (M_z) và (φ_z).

GIẢI

Trong đoạn 2 – 3 mômen xoắn nội lực $M_z = M^*$. Mômen phản lực tại ngàm 0 có giá trị: $M_0 = 3M^*$. Mômen xoắn nội lực trong phần 0 – 1 là $M_z = 3M^*$.



Hình 5.23.

Ta ký hiệu M_2 là mômen xoắn mà trục đặc 1 – 2 phải chịu trong đoạn 1 – 2; M_1 là mômen xoắn mà phần trục rỗng 1 – 2 phải chịu. Theo điều kiện cân bằng tĩnh ta có:

$$M_1 + M_2 = 3M^* \qquad \text{(a)}$$

Vì tại các mặt cắt 1 và 2 liên kết giữa hai trục là cứng tuyệt đối nên ta có góc xoắn trong phần 1 – 2 của cả hai loại trục phải bằng nhau, nghĩa là:

$$\frac{M_2 2a}{GJ_{3p}} = \frac{M_1 2a}{GJ_{1p}} \Rightarrow M_1 = M_2 \frac{J_{1p}}{J_{3p}} \qquad \text{(b)}$$

Thay quan hệ (b) vào (a) ta được:

$$M_2\left(1+\frac{J_{1p}}{J_{3p}}\right)=3M^* \Rightarrow M_2=\frac{3M^*}{1+\dfrac{J_{1p}}{J_{3p}}} \quad ; \quad M_1=\frac{3M^*}{1+\dfrac{J_{3p}}{J_{1p}}}$$

trong đó:

$$J_{1p}=0{,}1D^4\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4\right] \; ; \; J_{3p}=0{,}1d_3^4 \Rightarrow \frac{J_{1p}}{J_{3p}}\approx 9{,}45$$

Vậy ta có:

$$M_2=\frac{3M^*}{1+9{,}45}\approx 0{,}287M^* \quad ; M_1=2{,}713M^*$$

Ứng suất tiếp lớn nhất xảy ra:

– Đối với trục đặc trong phần 2 – 3:

$$\tau_{2max}=\frac{M^*}{W_{3p}}=\frac{M^*}{0{,}2d_3^3}=5{,}09\frac{M^*}{d_3^3}=5{,}09\frac{10}{10^3}=0{,}051\ \frac{kN}{cm^2}$$

– Đối với trục rỗng trong đoạn 0 – 1:

$$\tau_{max1}=\frac{3M^*}{0{,}2D^3\left[1-\left(\dfrac{d}{D}\right)^4\right]}\approx 0{,}636\tau_{max z}=3{,}24\frac{M^*}{d_3^3}=0{,}0324\ \frac{kN}{cm^2}$$

Góc xoắn tại mặt cắt 3 là:

$$\varphi_{3-0}=\varphi_3=\varphi_{3-2}+\varphi_{2-1}+\varphi_{1-0}=\frac{M^*a}{GJ_{3p}}+0{,}287\frac{M^*.2a}{GJ_{3p}}+\frac{3M^*.2a}{GJ_{3p}.9{,}45}=$$

$$=2{,}21\frac{M^*a}{GJ_{3p}}\approx 22{,}5\frac{M^*a}{Gd_3^4}=2{,}846.10^{-3}\text{ rad.}$$

Biểu đồ (M_z) và (φ_z) được cho trên hình 5.23b.

BÀI 24

Cho trục mặt cắt ngang tròn đường kính d = 10 cm có kích thước và chịu lực như hình 5.24a.

1) Vẽ biểu đồ mômen xoắn (M_z).

2) Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục. Biết $[\tau] = 3$ kN/cm^2; $[\theta] = 1.10^{-2}$ (rad/m), $G = 8.10^3$ kN/cm^2.

3) Tính góc xoắn tại mặt cắt B so với mặt cắt A.

GIẢI

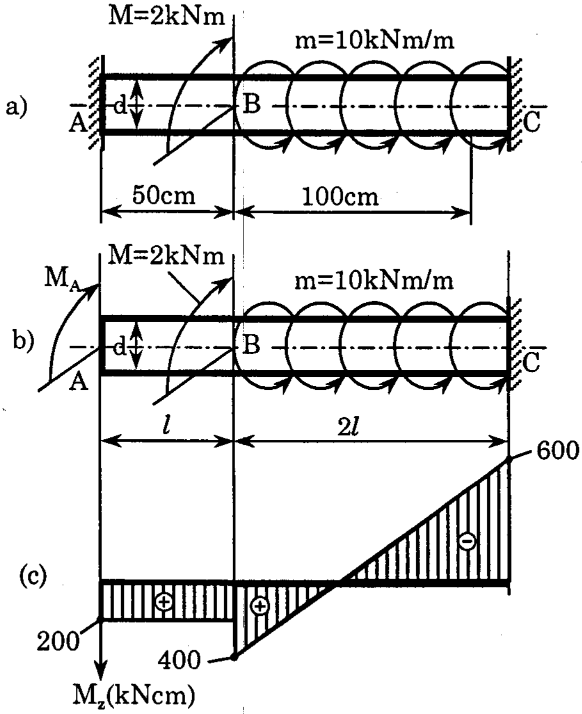
1) Vẽ biểu đồ M_z.

Khử siêu tĩnh từ điều kiện cân bằng và điều kiện biến dạng dưới đây (hình 5.24b):

a) Phương trình cân bằng:

$$M_A + M_C + M - 2ml = 0 \qquad (1)$$

b) Điều kiện biến dạng: $\varphi_{AC} = 0$.



Hình 5.24a, b, c.

$$\Rightarrow +M^*_A.3l + M^*.2l - \int_0^{2l} mzdz = 0 \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad 3M_A = 2ml - 2M^*$$

$$M_A = \frac{1}{3}(2.10.50 - 2.200) = 200 \text{ (kNcm)}$$

$$M_C = 600 \text{ (kNcm)}.$$

Biểu đồ (M_z) như hình 5.24c.

2) Kiểm tra bền:

$\max|M_z| = 600$ kNcm, $W_p = 0{,}2\,d^3 = 200$ cm^3

$\max|\tau| = \dfrac{\max|M_z|}{W_p} = 3$ kN/cm^2 $= [\tau] \rightarrow$ điều kiện bền được thỏa mãn.

– Kiểm tra điều kiện cứng: $\max|M_z| = 600$ kNcm, $J_p = 0{,}1d^4 = 1000$ cm^4:

$$\max|\theta| = \frac{\max|M_z|}{GJ_p} = \frac{600}{8.10^3.1000} =$$

$$= 0{,}75.10^{-4} \text{ rad/cm} < [\theta] = 1.10^{-4} \text{ rad/cm}.$$

3) Tính góc xoắn tại B:

$$\varphi_{BA} = \frac{M_z.l}{GJ_p} = \frac{+200 \times 50}{8.10^3.1000} = +1{,}25.10^{-3} \text{ rad}$$

Mặt cắt B xoay ngược chiều kim đồng hồ so với A.

BÀI 25

Một trục tròn đường kính thay đổi trong hai đoạn, liên kết và chịu lực như hình 5.25a.

1) Vẽ biểu đồ mômen xoắn M_z.

2) Xác định giá trị mômen xoắn ngoại lực cho phép $[M^*]$ để thỏa mãn điều kiện bền.

3) Tính góc xoắn φ_C tại mặt cắt C của trục ứng với giá trị $M^* = [M^*]$.

Biết $[\tau] = 4000$ N/cm^2; $d = 10$ cm; $G = 8.10^3$ kN/cm^3; $l = 20$ cm.

GIẢI

1) Bài toán xoắn siêu tĩnh

Phương trình biến dạng: $\varphi_{BA} = 0$. Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, ta có (hình 5.25b).

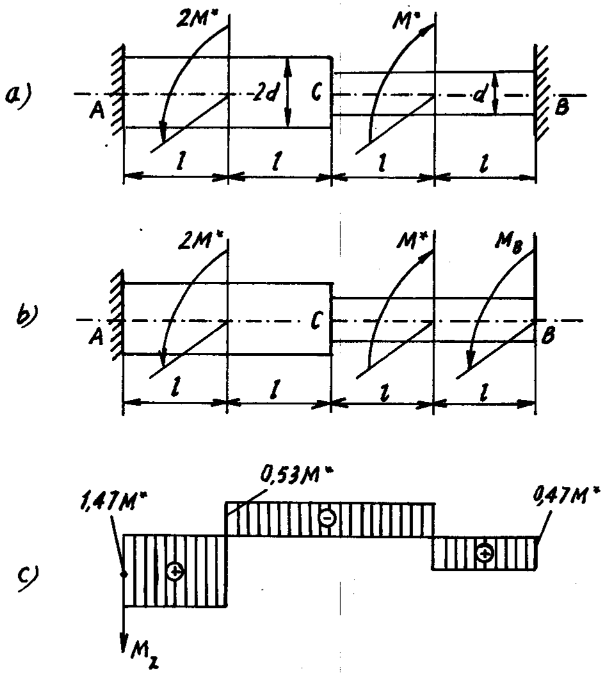
$$\varphi_{BA} = \frac{M_B.2l}{GJ_{p1}} + \frac{M_B.2l}{GJ_{p2}} - \frac{M^*.l}{GJ_{p1}} - \frac{2M^*.l}{GJ_{p2}} + \frac{2M^*l}{GJ_{p2}} = 0$$

$$\rightarrow 2M_B\left(\frac{1}{J_{p1}} + \frac{1}{J_{p2}}\right) = \frac{M^*}{J_{p1}}$$

$$\rightarrow M_B = \frac{M^*}{2}.\frac{J_{p2}}{J_{p1}+J_{p2}} = \frac{M^*}{2}.\frac{1}{\frac{J_{p1}}{J_{p2}}+1} = \frac{M^*}{2}.\frac{1}{\frac{1}{16}+1} = \frac{16M^*}{34} \approx 0,47\,M^*$$

Biểu đồ M_z như hình 5.25c.

2) Điều kiện bền của các đoạn thanh 1 và 2.



Hình 5.25.

• Đối với đoạn thanh 1

$$\tau_{max} = \frac{\max|M_{z1}|}{W_{p1}} = \frac{0{,}53\,M^*}{0{,}2\,d^3} \le [\tau] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M^* \le \frac{0{,}2\,d^3[\tau]}{0{,}53} = 1509 \text{ kNcm}$$

• Đối với đoạn thanh 2:

$$\tau_{max} = \frac{\max|M_{z2}|}{W_{p2}} = \frac{1{,}47\,M^*}{0{,}2\,(2d^3)} \le [\tau] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M^* \le \frac{1{,}6\,d^3[\tau]}{1{,}47} = 4353 \text{ kNcm}$$

Chọn: $[M^*] = 1509$ kNcm.

3) Góc xoắn tại mặt cắt C:

$$\varphi_C = -\frac{0{,}53\,M^* l}{GJ_{p2}} + \frac{1{,}47\,M^* l}{GJ_{p2}} = -\frac{0{,}53.1509.20}{8.10^3.0{,}1.(20)^4} + \frac{1{,}47.1509.20}{8.10^3.0{,}1.(20)^4} \approx$$

$\approx 0{,}22.10^{-3}$ (rad).

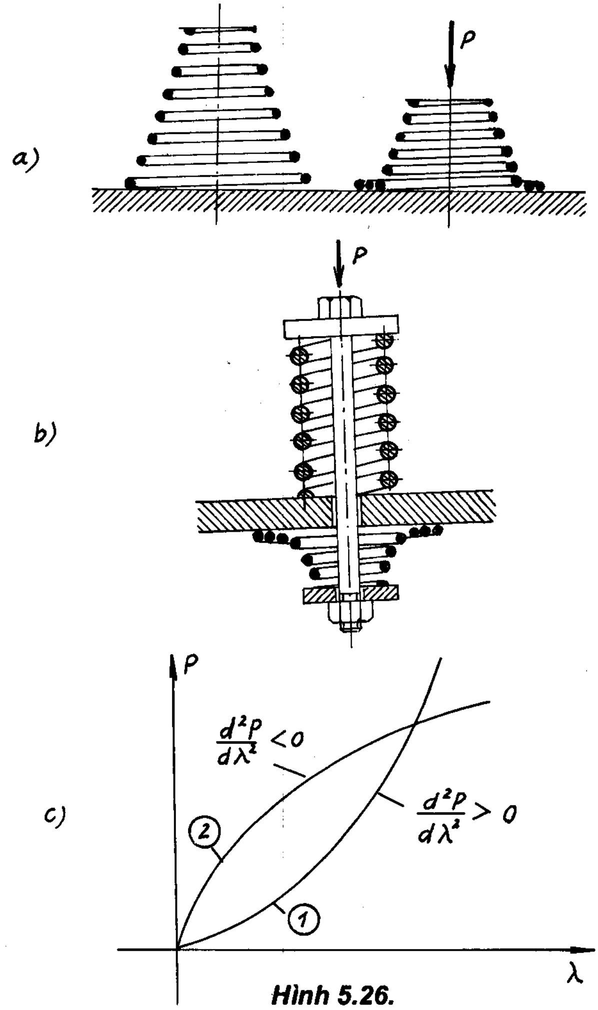
BÀI 26

Một lò xo hình nón cụt như hình 5.26a, chịu nén bởi lực P cho quan hệ phi tuyến giữa lực nén và chuyển vị λ. Vì rằng cùng với việc tăng lực nén thì số vòng dây làm việc giảm. Các vòng dây ở đáy làm việc nhiều nhất và khi những vòng này tiếp xúc với mặt phẳng nền thì hầu như không làm việc nữa. Đặc trưng phi tuyến của lò xo này được mô tả trên hình 5.26c đường ①. Đó là một lò xo có đặc trưng với độ cứng tăng ($dp/d\lambda > 0$).

Hãy tìm giải pháp để có được một đặc trưng với độ cứng giảm ($dp/d\lambda < 0$) khi sử dụng chính lò xo nón cụt ở trên.

GIẢI

Theo giữ kiện đề bài thì để có được một lò xo có độ cứng giảm hình 5.26c đường ② thì cần phải cho lò xo nón cụt chịu nén trước, ví dụ, nén trước nhờ lò xo phụ hình trụ được lắp đặt như hình 5.26b. Khi chất tải như vậy lên thiết bị thì số vòng dây làm việc của lò xo tăng lên.

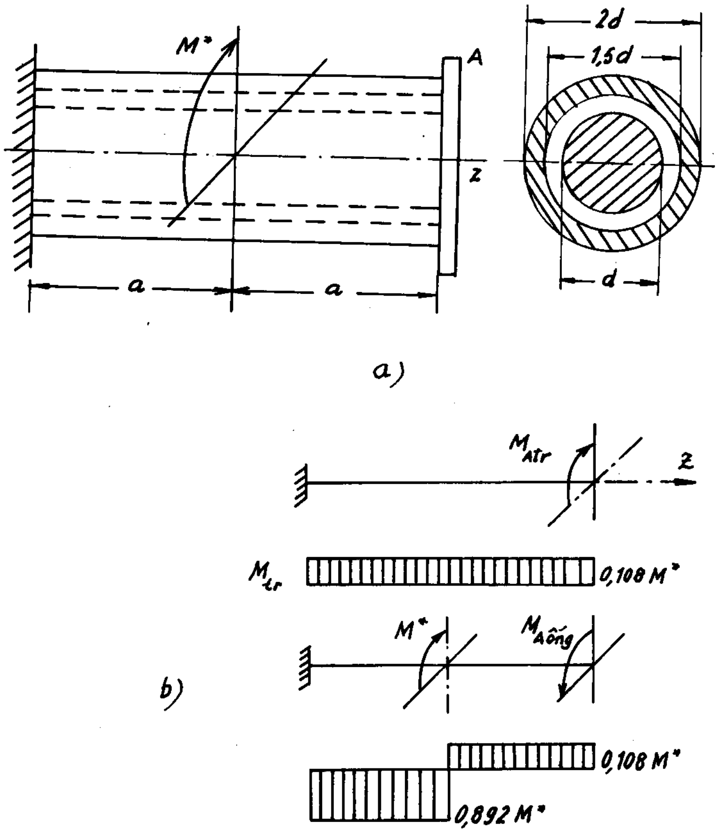


Hình 5.26.

BÀI 27

Một ống đura và một trục thép được liên kết và chịu lực như trên hình 5.27a. Xác định mômen xoắn cho phép M^* có thể tác dụng lên ống. Ứng suất cho phép của trục là $[\tau]_{th} = 900$ daN/cm², của đura là $[\tau]_d = 600$ daN/cm², $G_{th} = 3G_d = 8,1.10^5$ daN/cm². Đường kính trục thép d = 2 cm.

GIẢI



Hình 5.27.

Khi bị xoắn nội lực tại A gồm: $M_{Atr} = -M_{A\,ống}$.

Điều kiện để xác định mômen này là:

$$\varphi_{Atr} = \varphi_{A\,ống}$$

Cụ thể là:

$$\frac{M_{A\,tr}.2a}{G_{th}J_{ptr}} = \frac{M^{*}a}{G_{d}J_{p.ống}} - \frac{M_{A\,ống}.2a}{G_{p}J_{p.ống}} \qquad (1)$$

trong đó:

$$J_{p.tr} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$J_{p.ống} = \frac{\pi(2d)^4}{32}\left[1-\left(\frac{1,5}{2}\right)^4\right] = \frac{175}{521}\,d^4$$

$$\frac{J_{p.ống}}{J_{ptr}} = \frac{175}{16}$$

Thay các kết quả hằng số này vào (1) ta rút ra:

$$M_{A.ống} = M_{Atr} \approx 0,108M^*.$$

Điều kiện bền đối với thanh tròn chịu xoắn.

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} \le [\tau] \Rightarrow M_z \le [\tau].W_p$$

Đối với trục thép theo (2):

$$[M^*]_{tr} \le \frac{[\tau]_{th}.W_{tr}}{0,108} = \frac{900.0,2.2^3}{0,108} = 13300 \text{ daNcm}$$

Đối với ống đura theo (2):

$$[M^*]_{ống} \le \frac{[\tau]_d.W_{ống}}{0,892} = \frac{600 \times 0,2.4^3\left[1-\left(\frac{15}{2}\right)^4\right]}{0,892} = 5890 \text{ daNcm}$$

Để điều kiện bền được đảm bảo ta phải lấy:

$$[M^*] = [M^*]_{ống} = 5890 \text{ daNcm}.$$

BÀI 28

Một trục bậc chịu xoắn như hình 5.28a, có $G = 8.10^5$ daN/cm^2, $[\tau] = 6$ kN/cm^2; $\tau_{CH} = 14$ kN/cm^2.

Hãy:

1) Xác định vị trí của mặt cắt "1" để hai đoạn trục đồng bền?

2) Tính mômen xoắn ngoại lực cho phép [M*] để đảm bảo điều kiện bền cho trục.

GIẢI

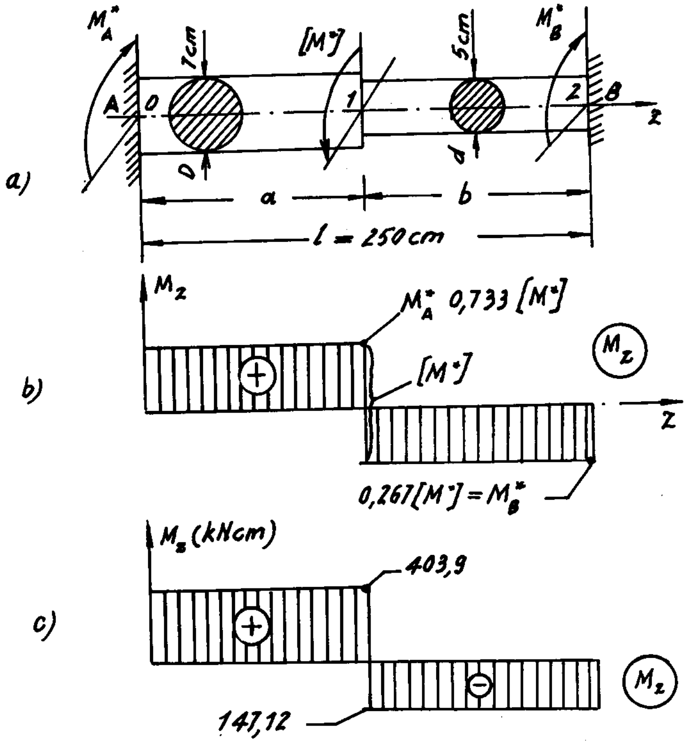
Đây là bài toán xoắn siêu tĩnh bậc 1. Phản lực thừa M_A^* được tìm từ phương trình tương thích của biến dạng sau đây:

$$\frac{M_A^*.a}{GJ_{p_1}}+\frac{M_A^*(l-a)}{GJ_{p_2}}-\frac{[M^*](l-a)}{GJ_{p_2}}=0 \tag{1}$$

Điều kiện đồng bền của hai đoạn cho ta quan hệ M_z của hai đoạn như sau:

$$\tau_{max}=\frac{M_A^*}{W_{p_1}}=\frac{M_B^*}{W_{p_2}} \Rightarrow M_A^*=2{,}744\ M_B^* \tag{2}$$

trong đó: $W_{p_1}=\dfrac{\pi D^3}{16}$; $W_{p_2}=\dfrac{\pi d^3}{16}$.



Hình 5.28.

Các phản lực M_A^* và M_B^* có thể biểu diễn qua [M*] bằng điều kiện biên tĩnh học của dạng:

$$M(z=l) = M_A^*\Big|_1 - [M^*]\Big|_2 = -M_B^* \qquad (3)$$

Thay (2) vào (3) ta thu được:

$$M_B^* = 0{,}267[M^*] \text{ và, do đó: } M_A^* = 0{,}733\,[M^*] \qquad (4)$$

Thay (4) vào (1) ta có phương trình xác định a:

$$\frac{0{,}733a}{J_{p_1}} - \frac{0{,}267(l-a)}{J_{p_2}} = 0 \Rightarrow \frac{0{,}733a}{D^4} - \frac{0{,}267(l-a)}{d^4} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{0{,}733\,d^4}{0{,}267\,D^4} + 1 = \frac{l}{a} \Rightarrow \frac{0{,}733.5^4}{0{,}267.7^4} + 1 = \frac{250}{a} \Rightarrow a = 147{,}77 \text{ cm}$$

Điều kiện bền cho phép xác định giá trị cho phép của mômen xoắn ngoại lực $[M^*]$:

$$\tau_{max} = \frac{M_A^*}{W_{p_1}} = \frac{0{,}733[M^*]}{\frac{\pi D^3}{16}} = \frac{0{,}733[M^*]}{67{,}314} \le [\tau] = 6\,\frac{kN}{cm^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [M^*] = \frac{67{,}314 \times 6}{0{,}733} = 551 \text{ kNcm.}$$

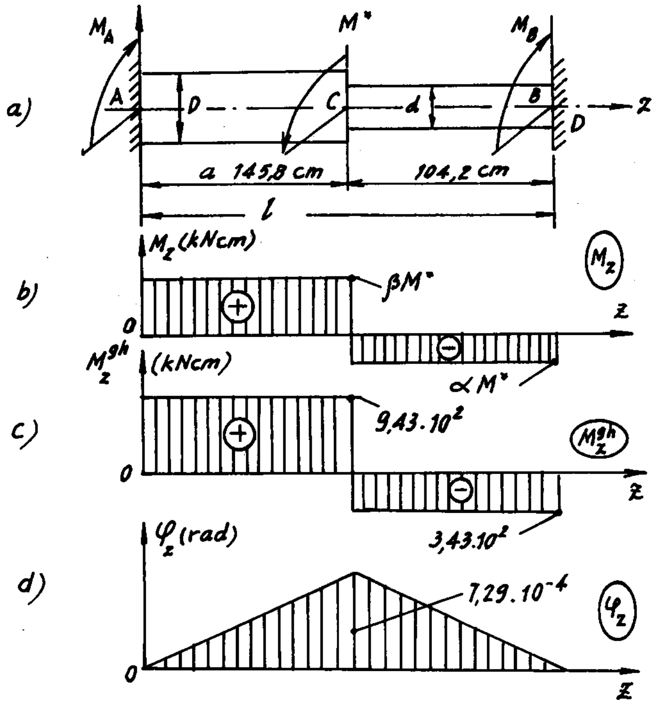
BÀI 29

Một trục bậc độ bền đều làm bằng vật liệu đàn dẻo lý tưởng chịu mômen xoắn ngoại lực M* tăng dần đến M_{gh}^* ứng với trạng thái giới hạn đàn hồi (hình 5.29a). Hãy tính M_{gh}^*, φ_{max} và vẽ biểu đồ (M_z) ở trạng thái giới hạn này. Cho trước biểu đồ M_z định tính trong miền đàn hồi như hình 5.29b, $\tau_{CH} = 14$ kN/cm^2.

GIẢI

Vì thanh có độ bền đều, nghĩa là:

$$\tau_{max} = \frac{\beta M^*}{\pi D^3}.16 = \frac{\alpha M^*}{\pi d^3}.16 \Rightarrow \beta = 2{,}744\,\alpha \qquad (1)$$



Hình 5.29.

Gọi M^*_{gh} là mômen xoắn ngoại lực ở trạng thái giới hạn đàn hồi, ta có phương trình xác định αM^* theo phương pháp vạn năng như sau:

$$M(z = l) = \beta M^*\Big|_1 - M^*\Big|_2 = -\alpha M^* \qquad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có:

$$\alpha = 0{,}267 \quad \text{và} \quad \beta = 0{,}733$$

Do đó:

$$\beta M^*_{gh} = W_p.\tau_{CH} \Rightarrow M^*_{gh} = \frac{\pi D^3 \tau_{CH}}{16\beta} = \frac{3{,}14.7^3.14}{16.0{,}733} = 1285{,}67 \text{ kNcm}$$

Biểu đồ M_z^{gh} ứng với trạng thái giới hạn này được cho trên hình 5.29c.

Từ biểu đồ M_z^{gh} cho thấy φ_{max} xảy ra ở C mặt cắt $Z_o = 145,8$ cm = a.

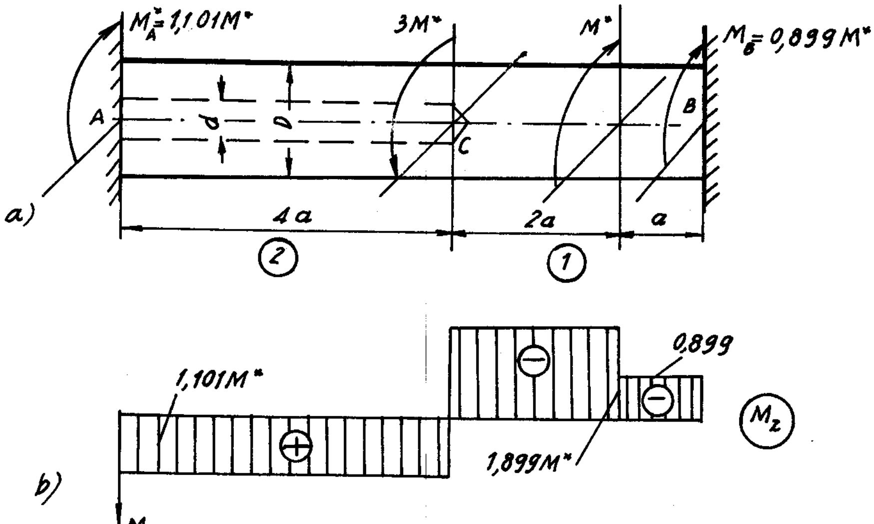
$$\varphi_{max} = \beta M_{gh}^{*} \cdot \frac{a}{GJ_{p1}} = \frac{3,14.7^3.14.145,8}{16.8.10^5.235,6} = 7,29.10^{-4} \text{ rad} > 0$$

Mặt cắt C đang quay ngược chiều kim đồng hồ.

. Biểu đồ (φ_z) được cho trên hình 5.29d.

BÀI 30

Trục AB đường kính D = 20 cm có khoan một lỗ dọc với đường kính d = 0,5D từ đầu bên trái. Xác định mômen xoắn ngoại M^*. Biết $[\tau] = 6$ kN/cm^2.



Hình 5.30.

GIẢI

Đây là bài toán siêu tĩnh. Ta tưởng tượng phá bỏ ngàm B và thay vào đó bằng phản lực M_B. Phương trình biến dạng: $\varphi_{BA} = 0$.

Ký hiệu đoạn trục đặc BC bằng chỉ số 1, đoạn trục rỗng AC bằng chỉ số 2. Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng thì phương trình biến dạng được viết:

$$\frac{M_B.3a}{GJ_{p1}}+\frac{M_B.4a}{GJ_{p2}}+\frac{M^*.2a}{GJ_{p1}}+\frac{M^*.4a}{GJ_{p2}}-\frac{3M^*.4a}{GJ_{p2}}=0$$

$$\Rightarrow\ M_B=2.\frac{4J_{p1}-J_{p2}}{4J_{p1}+3J_{p2}}.M^*=2.\frac{4D^4-D^4\left(1-\alpha^4\right)}{4D^4+3D^4\left(1-\alpha^4\right)}.M^*\approx 0{,}899\,M^*$$

Ở đây $\alpha=\frac{d}{D}=0{,}5$. Biểu đồ mômen xoắn M_z của trục được vẽ trên hình 5.30b.

Giá trị của M^* được xác định theo điều kiện bền của hai đoạn trục 1 và 2.

Đối với đoạn trục 1 đường kính D = 20 cm:

$$\max|\tau_1| = \frac{\max|M_{z1}|}{W_{p1}}=\frac{1{,}899\,M^*}{\pi D^3/16}\le[\tau]\Rightarrow M_D^*=4960{,}5\text{ kNcm.}$$

Đối với đoạn trục 2 đường kính (D – d) = 10 cm:

$$\max|\tau_2| = \frac{\max|M_{z2}|}{W_{p2}}=\frac{1{,}101.M^*}{\pi D^3(1-\alpha^4)/16}\le[\tau]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_d^* = 8021\text{ kNcm.}$$

So sánh hai kết quả (1) và (2) ta chọn M_D^* = 4960,5 kNcm.

BÀI 31

Một trục chịu xoắn có sơ đồ như hình 5.31a, trên đó: m = 80 Nm/m, M^* = 400 Nm, a = 0,5 m, $[\tau]$ = 40 MN/m², G = 8.10⁴ MN/m². Hãy tính đường kính d và vẽ biểu đồ góc xoắn $\varphi(z)$?

GIẢI

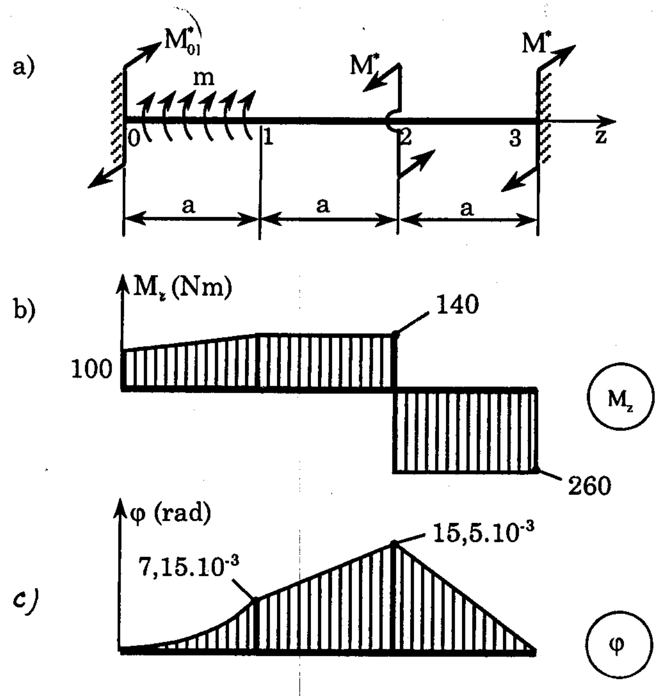
Phương trình góc xoắn φ:

$$\varphi(z)=M_{01}^*\frac{z}{GJ_p}+\frac{m.z^2}{2GJ_p}\Bigg|_1\quad\frac{-m(z-a)^2}{2GJ_p}\Bigg|_2\quad\frac{-M^*(z-2a)}{GJ_p}\Bigg|_3\qquad\text{(a)}$$

Tại Z = 3a thì $\varphi(z = 3a) = 0$.

Do đó: $M_{01}^{*} = \frac{1}{3}\left(M^{*} - 2{,}5\ ma\right) = 100\ \ Nm$

$$M(z) = M_{01}^{*} + mz\Big|_{1} - m(z-a)\Big|_{2} - M^{*}\Big|_{3}$$



Hình 5.31.

Tại z = 0 thì $M_1(0) = M_{01}^{*} = 100$ Nm.

Tại z = a thì M(a) = 100 + 80.0,5 = 140 Nm.

Tại z = 3a thì M(3a) = 100 + 80.1,5 – 80.1 – 400 = 260 Nm.

Biểu đồ mômen xoắn được mô tả trên hình 5.31b. Mômen xoắn lớn nhất về trị số ở đoạn 2 – 3, cho nên điều kiện để xác định đường kính d như sau:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{\max M_z}{[\tau]} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \max M_z}{\pi[\tau]}} =$$

$$= 1{,}72\sqrt[3]{\frac{260}{40.10^6}} = 3{,}2 \text{ cm}.$$

Sau khi thay d = 3,2 cm và các số liệu đề bài vào (a) ta tính được:

$\varphi(z = a) \approx 0{,}00715$ rad ; $\varphi(z = 2a) = 0{,}0155$ rad

Xuất phát từ hàm (a) và các giá trị này chúng ta vẽ được biểu đồ φ như hình 5.31c.

BÀI 32

Một trục thép tròn đường kính d, có liên kết và chịu lực như hình 5.32a. Cho biết l = 40 cm, d = 2 cm, M^* = 60 Nm, G = $0{,}8.10^7$ N/cm^2 (đĩa tuyệt đối cứng có D = 8 cm).

Tính ứng suất pháp σ trong thanh giằng và ứng suất tiếp τ trong trục và φ tại mặt cắt "1", "2"? (Thanh giằng có chiều dài a = 2 m, mặt cắt ngang F = 4 cm^2. Hai thanh cùng vật liệu như trục thép có E = 2,5 G).

GIẢI

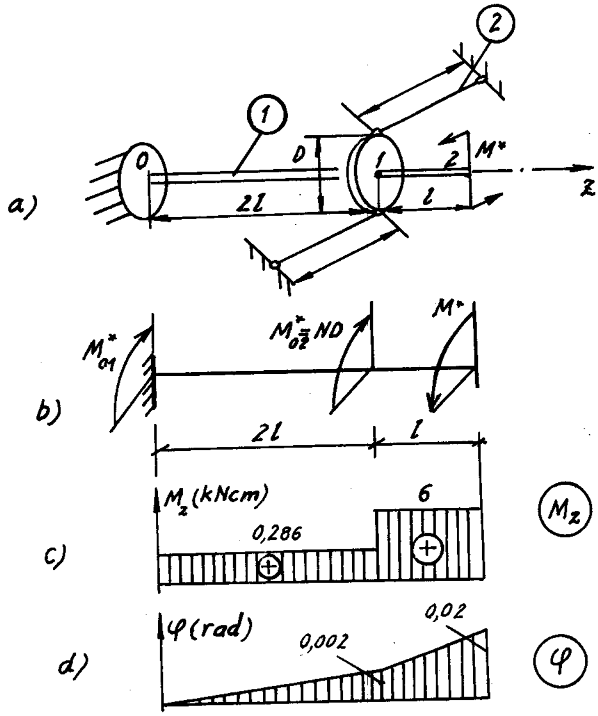
Gọi N là lực kéo dọc trong các thanh giằng, ta có sơ đồ như sau (hình 5.32b):

Phương trình góc xoắn và phương trình mômen xoắn theo phương pháp vạn năng có dạng:

$$\varphi_z(z) = M_{01}^* \frac{Z}{GJ_p}\Bigg|_{i=1} + M_{02}^* \frac{(Z-2l)}{GJ_p}\Bigg|_{i=2}$$

$$M_z(z) = M_{01}^*\Big|_{i=1} + M_{02}^*\Big|_{i=2}$$

trong đó: $M_{02}^* = N.D$ với N là lực dọc trong các thanh giằng.



Hình 5.32.

Điều kiện xác định M^*_{02} (z = 2l) và M^*_{01} là:

$$\varphi_z(z = 2l) = \varphi_{\text{đĩa}} = \frac{Na.2}{EFD} \qquad \text{(a)}$$

$$M_z(z = 3l) = M^* \qquad \text{(b)}$$

Giải hệ (a) và (b) ta được:

$$M^*_{01} = 286 \text{ Ncm} ; N = 0{,}714 \text{ kN}$$

Biểu đồ M_z và φ_z cho trên hình 5.32c, d.

Ứng suất trong thanh giằng:

$$\sigma = \frac{N}{F} = 178{,}6 \text{ N/cm}^2$$

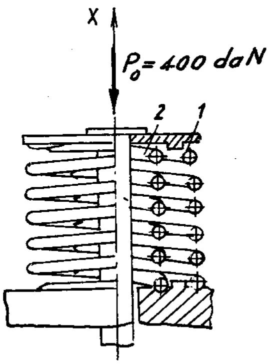
Ứng suất trong trục:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{6000}{0{,}2.2^3} = 3750 \text{ N/cm}^2.$$

BÀI 33

Một hệ hai lò xo 1 và 2 được lồng trong nhau và chịu lực nén $P_o = 400$ daN. Hai lò xo có cùng đường kính dây d = 10 mm, cùng số vòng n = 10, bán kính trung bình của vòng dây các lò xo ngoài $R_1 = 50$ mm, trong $R_2 = 30$ mm, môđun đàn hồi trượt $G = 8.10^5$ daN/cm^2. Chiều cao lò xo ngoài 1 ở trạng thái tự do lớn hơn chiều cao lò xo 2 là a = 60 mm. Hãy tính lực nén, độ co, ứng suất trong mỗi lò xo (hình 5.33).

GIẢI



Hình 5.33.

Nếu kí hiệu P_1, P_2 là lực nén mà mỗi lò xo phải chịu thì từ điều kiện cân bằng, ta có:

$$\Sigma X = P_1 + P_2 - P = 0 \qquad \text{(a)}$$

Bởi vậy đây là bài toán siêu tĩnh bậc 1.

Điều kiện tương thích của biến dạng trong bài toán này là:

$$\lambda_1 = \lambda_2 + a \qquad \text{(b)}$$

trong đó: $\lambda_1 = \dfrac{64\,P_1R_1^3.n}{Gd^4}$;

$$\lambda_2 = \frac{64\,P_2R_2^3.n}{Gd^4};$$

Thay λ_1, λ_2 vào (b) ta được:

$$\frac{64\,P_1R_1^3.n}{Gd^4} = \frac{64\,P_2R_2^3.n}{Gd^4} + a \qquad \text{(c)}$$

Thay giá trị hằng số vào (c):

$$\frac{64.P_1.5^3.10}{8.10^5.1^4} = 6 + \frac{64P_2.3^3.10}{8.10^5.1^4} \Rightarrow 125P_1 - 27P_2 = 7500 \qquad (d)$$

Giải hệ phương trình (a) và (d) ta được:

$$P_1 = 120 \text{ daN}, \qquad P_2 = 280 \text{ daN}$$

Độ lún của các lò xo:

$$\lambda_1 = \frac{64P_1R_1^3.n}{Gd^4} = \frac{64.120.125.10}{8.10^5.1^4} = 12 \text{ cm};$$

$$\lambda_2 = \frac{64.280.27.10}{8.10^5.1^4} = 6 \text{ cm}.$$

Ứng suất tiếp trong mỗi lò xo là:

$$\tau_1 = \frac{16P_1R_1}{\pi d^3}\left(1 + \frac{d}{\pi R_1}\right) = \frac{16.120.5}{3{,}14.1^3}\left(1 + \frac{1}{3{,}14.5}\right) = 3210 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau_2 = \frac{16.280.3}{3{,}14.1^3}\left(1 + \frac{1}{4.3}\right) = 4630 \text{ daN/cm}^2.$$

BÀI 34

Một trục tròn ngàm hai đầu chịu lực như hình 5.34a.

1) Vẽ biểu đồ mômen xoắn (M_z) và (φ_z) của trục.

2) Xác định khoảng cách a từ điểm đặt mômen M_0^* đến ngàm trái để đường kính trục theo điều kiện bền và theo điều kiện cứng như nhau.

Cho $[\tau] = 10$ kN/cm², $G = 8.10^6$ N/cm², $l = 1$ m, $[\theta] = 1°$/m, $M_0^* = 100$ kNm.

GIẢI

Đây là bài toán xoắn siêu tĩnh bậc 1. Vì vậy trước hết cần khử siêu tĩnh bằng phương pháp nào đó thuận lợi nhất.

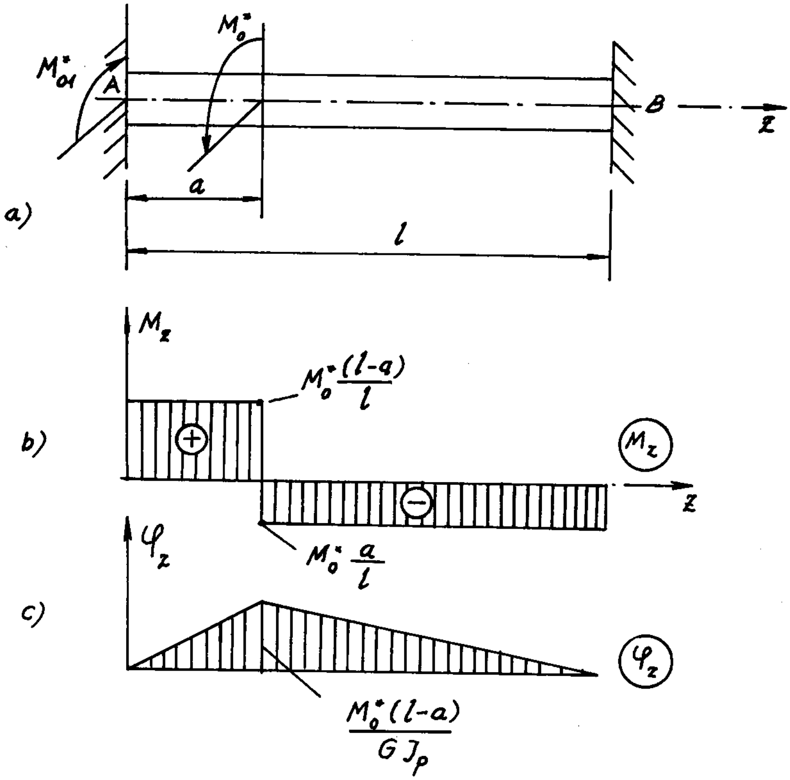
Ở đây ta dùng phương pháp vạn năng:

$$\varphi(z) = M^*_{01}\frac{z}{GJ_p}\Bigg|_{\substack{1\\0\le z\le a}} - \frac{M^*_0(z-a)}{GJ_p}\Bigg|_{\substack{2\\a\le z\le l}} ; \quad \varphi(z=l)=0 \Rightarrow M^*_{01} = \frac{(l-a)M^*_0}{l}$$

$$M(z) = M^*_{01}\frac{(l-a)}{l}\Bigg|_{\substack{1\\0\le z\le a}} \quad - \quad M^*_0\Bigg|_{\substack{2\\a\le z\le l}}$$

Biểu đồ (M_z) và (φ_z) được cho trên hình 5.34b, c.

Có thể xảy ra ba trường hợp: 1) $a < l/2$; 2) $a = l/2$ và 3) $a > l/2$.



Hình 5.34.

Trường hợp a = $l/2$ không nguy hiểm, trường hợp a < $l/2$ và a > $l/2$ đồng khả năng nguy hiểm. Vì vậy chỉ cần xét trường hợp a < $l/2$ với $M_{max} = \dfrac{M_0^*(l-a)}{l}$.

Đường kính d rút ra từ điều kiện bền và cứng trong đoạn nguy hiểm này là như sau:

$$\max|\tau| = \frac{\max|M_z|}{W_p} = \frac{M_0^*(l-a)}{l\pi d^3}.16 \le [\tau] \Rightarrow d_b = \sqrt[3]{\frac{16(l-a)M_0^*}{\pi l[\tau]}} \quad (1)$$

$$\max|\theta| = \frac{\max|M_z|}{GJ_p} = \frac{M_0^*(l-a)}{lG\pi d^4}.32 \le [\theta]\frac{\pi}{180}.10^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_c = \sqrt[4]{\frac{32(l-a)M_0^*.18.10^3}{\pi^2 lG[\theta]}}$$

Theo giữ kiện đề bài ta phải có: $d_b = d_c = d$. Cụ thể là:

$$\sqrt[3]{\frac{16(l-a)M_0^*}{l\pi[\tau]}} = \sqrt[4]{\frac{32(l-a)M_0^*.18.10^3}{\pi^2 lG[\theta]}},$$

$$\Rightarrow l - a = 57{,}705\text{ cm} \Rightarrow a = 42{,}295\text{ cm}.$$

BÀI 35

Một trục tròn đường kính d ngàm hai đầu như hình 5.35a.

1) Hãy vẽ biểu đồ nội lực cho trục?

2) Xác định đường kính d để trục thỏa mãn điều kiện bền và điều kiện cứng theo x.

Cho biết: $[\tau] = 10$ KN/cm², $G = 8.10^3 \dfrac{kN}{cm^2}$, $l = 100$ cm, $M^* = 10$ kNcm, $[\theta] = 1°/m$.

GIẢI

1) Mômen xoắn nội lực.

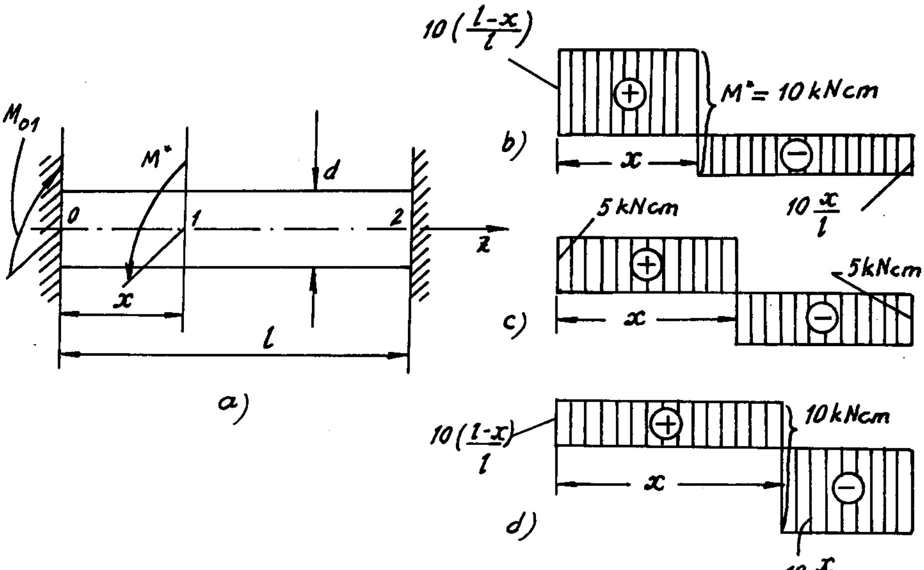
Ta sẽ khử siêu tĩnh bằng công thức vạn năng:

$$\varphi(z) = M_{01}^{*}\frac{Z}{GJ_p}\Bigg|_{1} - \frac{M^{*}(z-x)}{GJ_p}\Bigg|_{2}$$

$$\varphi(z = l) = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{01}^{*} = \frac{M^{*}(l-x)}{l}$$

- Với $x < l/2$ ta có biểu đồ M_z như hình 5.35b.
- Với $x = l/2 \Rightarrow$ biểu đồ M_z (hình 5.35c).
- Với $x > l/2 \Rightarrow$ biểu đồ M_z (hình 5.35d).

Để xác định đường kính thỏa mãn đồng thời điều kiện bền và điều kiện cứng thì trường hợp (b) và (d) là hai trường hợp đồng khả năng nguy hiểm, còn trường hợp (c) không nguy hiểm. Do đó chỉ cần xét trường hợp hình 5.35b có $M_{max} = 10\,\dfrac{(l-x)}{l}$.



Hình 5.35.

Điều kiện bền: $\dfrac{10(l-x)}{l.0{,}2d_b^3} \le [\tau] \Rightarrow d_b^3 \ge \dfrac{10(l-x)}{l.0{,}2[\tau]}$.

Điều kiện cứng: $\dfrac{10(l-x)}{l.0,1d_c^4} \le [\theta].\dfrac{\pi}{180} \Rightarrow d_c^4 \ge \dfrac{10(l-x).180}{l.0,1[\theta]\pi}$.

Xét tỷ số d_b/d_c:

$$\frac{d_b^{12}}{d_c^{12}} = \frac{10^4(l-x)^4}{l^4.0,2^4[\tau]^4}.\frac{l^3.0,1^3[\theta]^3\pi^3}{10^3(l-x)^3.180^3} = \frac{\pi^3}{16.18^3.10^5}.\frac{(l-x)}{l} = 0,93\frac{l-x}{l} < 1.$$

Suy ra $d_c > d_b$ và đường kính phải chọn là d_c phụ thuộc x là:

$$d_c = d = \sqrt[4]{\frac{10(l-x).180}{0,1[\theta]\pi.l}} \text{ cm. Với } x = \frac{l}{4} \text{ thì } d = 8,1 \text{ cm.}$$

BÀI 36

Một trục bậc chịu lực và liên kết như hình 5.36a.

Hãy tính τ_{max} và φ_A^o ? Cho trước d, l, G và M_A^*.

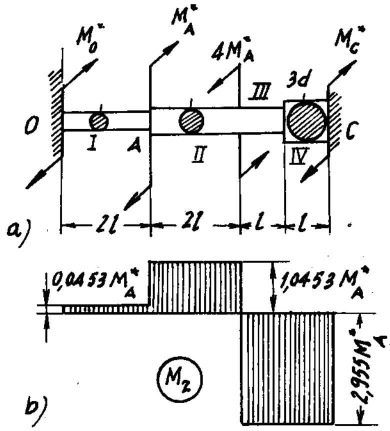
GIẢI

Góc xoắn của các đoạn trục:

$$\varphi_I = \frac{M_o^* 2l}{GJ_p} \quad ; \quad \varphi_{II} = \frac{(M_o^* + M_A^*)2l}{16GJ_p}$$

$$\varphi_{III} = \frac{(M_o^* + M_A^* - 4M_A^*)l}{16GJ_p} \; ;$$

$$\varphi_{IV} = \frac{(M_o^* + M_A^* - 4M_A^*)l}{81GJ_p}$$



Hình 5.36.

trong đó:

$$J_{p_I} = J_p = \frac{\pi d^4}{32} \; ;$$

$$J_{p_{II}} = J_{p_{III}} = 16J_p \; ; \; J_{p_{IV}} = 81J_p .$$

Từ điều kiện góc xoắn tương đối giữa hai ngàm $\varphi_{oc} = 0$, ta có:

$$\frac{l}{GJ_p}\left[2M_o^* + \frac{2}{16}\left(M_o^* + M_A^*\right) + \left(M_o^* - 3M_A^*\right)\frac{1}{16} + \left(M_o^* - 3M_A^*\right)\frac{1}{81}\right] = 0$$

Phương trình này cho ta:

$$M_o^* = \frac{129}{2851}\,M_A^* = 0{,}0453\,M_A^*.$$

$$\sum M_z = 3M_A^* - M_o^* - M_c^* = 0 \;\Rightarrow\; M_c^* = 2{,}9547\,M_A^*.$$

Biểu đồ (M_z) được cho trên hình 5.36b theo M_A^* cho trước.

Từ hình vẽ ta thấy:

$$\frac{M_{III}}{M_I} = \frac{2{,}9547}{0{,}0453} \approx 6{,}5 \quad \text{và} \quad \frac{W_{p_{III}}}{W_{p_I}} = \frac{\pi(2d)^3}{\pi d^3} = 8$$

Vì vậy τ_{max} xảy ra ở trong đoạn III. Cụ thể là:

$$\tau_{max} = \frac{M_{III}}{W_{p_{III}}} = \frac{2{,}9547\,M_A^*}{\pi d^3}.2 \approx 1{,}88\frac{M_A^*}{d^3}$$

$$\varphi_A^o = \frac{M_o^*.2l.32.180}{G\pi d^4.\pi} \approx 52{,}2\frac{M_A^*}{Gd^4}.$$

BÀI 37

Một trục bậc tổ hợp gồm 4 đoạn nối cứng với nhau bằng các đĩa tròn, chịu lực như hình 5.37a, b.

Hãy so sánh độ bền của hai đoạn trục 0 – 1 , 3 – 4 và tính φ_1, M_1 tại $z_1 = 100$ cm và kiểm tra điều kiện cứng. Biết:

$a = 100$ cm, $G = 8.10^3$ kN/cm^2;

$[\tau] = 10$ kN/cm^2 ; $m_z = 50$ kNcm/cm;

$M_1^* = 500$ kNcm ; $M_2^* = 800$ kNcm;

$M_3^* = 1000$ kNcm ; $[\varphi] = 0{,}02$ rad;

$D_1 = 10$ cm ; $D_2 = 20$ cm ; $d_2 = 18$ cm;

$D_3 = 30$ cm ; $d_3 = 27$ cm ; $D_4 = 40$ cm.

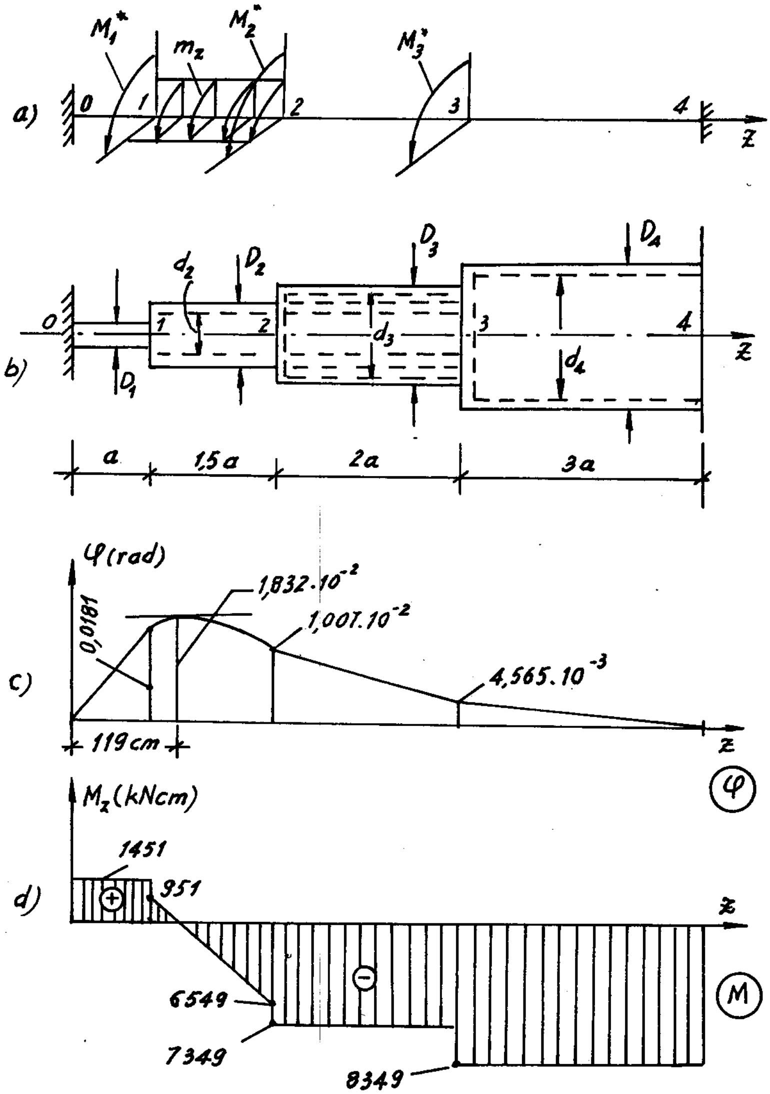
$d_4 = 37$ cm.

GIẢI

a/ Tính các J_{ip} = (i = 1 ÷ 4)

$J_{1p} = 0{,}1\ D_1^4 = 10^3\ cm^4$; $J_{2p} = 6502{,}4\ cm^4$.

$J_{3p} = 33358{,}4\ cm^4$; $J_{4p} = 0{,}1\ D_4^4\left[1-\left(\dfrac{37}{40}\right)^4\right] = 68582{,}4\ cm^4$.



Hình 5.37.

b/ Phương trình mômen xoắn và góc xoắn dưới dạng ma trận. Theo (5.13) trong trường hợp bài toán này phương trình φ(z) và M(z) có dạng:

$$\vec{S}_4(z) = \begin{Bmatrix} \varphi_z \\ M_z \end{Bmatrix} = [B_4].[B_3^*].[B_2^*].[B_1^*].\begin{Bmatrix} 0 \\ M_{01}^* \end{Bmatrix} + [B_4].[B_3^*].[B_2^*]\begin{Bmatrix} 0 \\ -M_1^* \\ -m_z \end{Bmatrix} +$$

$$+[B_4][B_3^*]\begin{Bmatrix} 0 \\ -M_2^* \\ m_z \end{Bmatrix} + [B_4]\begin{Bmatrix} 0 \\ -M_3^* \end{Bmatrix}..... \qquad (1)$$

trong đó: $[B_i] = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{(z-a_{i-1})}{GJ_{ip}} & \dfrac{(z-a_{i-1})^2}{2!GJ_{ip}} & \ldots \\ 0 & 1 & (z-a_{i-1}) & \ldots \end{bmatrix}$, $i = \overline{1,4}$

Từ quan hệ (1) với z = 7,5a, φ(7,5a) = 0, ta có:

$M_{01}^* = 1451$ kNcm. Từ các hàm φ(z), M(z) tường minh với M_{01}^* đã nhận được, ta vẽ các biểu đồ (φ(z)) và (M_z(z)) như hình 5.37c, d.

c/ Kiểm tra bền:

Đoạn 0 – 1:

$$\tau_{1max} = \frac{M_1}{W_{1p}} = \frac{1451}{0{,}2.10^3} = 7{,}255\ kN/cm^2 < [\tau] = 10\,kN/cm^2$$

Đoạn 0 – 1 an toàn về bền với hệ số an toàn $n_1 = \dfrac{10}{7{,}255} = 1{,}38$.

Đoạn 3 – 4:

$$\tau_{4max} = \frac{8349}{W_{4p}} = \frac{8349}{0{,}2.40^3\left(1-0{,}925^4\right)} = 2{,}434\ kN/cm^2$$

$$\tau_{4max} = 2{,}434\ kN/cm^2 < [\tau] = 10\ kN/cm^2.$$

Hệ số an toàn bền cho đoạn này là:

$$n_4 = \frac{10}{2{,}434} = 4{,}11.$$

Độ an toàn bền của đoạn 3 – 4 gấp 2,98 lần độ an toàn đoạn 0 – 1.

d/ Tính góc xoắn tại mặt cắt $z_1 = 100$ cm:

Từ biểu thức (1) ta có:

$$\vec{S}_1^* = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} = [B_1^*].\begin{Bmatrix} \Delta\varphi_{01} \\ M_1^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{100}{8.10^3.10^3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1451 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \varphi_1(z = 100 \text{ cm}) = 0{,}0181 \text{ rad} < [\varphi] = 0{,}02 \text{ rad} \\ M_1\,(z = 100 \text{ cm}) = 1451 \text{ kNcm}. \end{matrix}$$

Tại z = 119 cm, $\varphi = \varphi_{max} = 0{,}0183$ rad < $[\varphi] = 0{,}02$ rad.

Điều kiện cứng được thỏa mãn.

BÀI 38

Một thành thép chiều dài $l = 5$ m có mặt cắt ngang như hình 5.38a. Thanh chịu xoắn bởi hai mômen xoắn đặt ở hai đầu thanh là $M_z^* = 5000$ daNcm. Hãy tính ứng suất tiếp lớn nhất và kiểm tra độ cứng cho thanh, nếu $[\varphi] = 0{,}06$ rad.

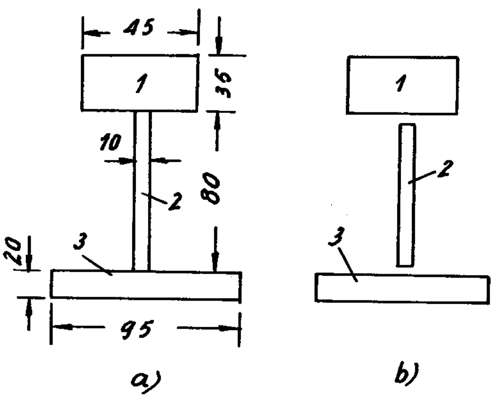
GIẢI

Để tính ứng suất và biến dạng của thanh chịu xoắn loại này, ta cần chia mặt cắt ra thành ba phần như hình 5.38b.

Ứng suất tiếp lớn nhất được xác định theo công thức:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_{p_i}},$$

với $$W_{p_i}^* = \frac{J_p}{\left(\dfrac{J_{pi}}{W_{pi}}\right)}$$



Hình 5.38.

Ta cần tính các đặc trưng hình học:

$$J_p = J_{p_1} + J_{p_2} + J_{p_3}$$

Đối với phần 1: $h_1 = 45$ mm; $b_1 = 35$ mm; $\dfrac{h_1}{b_1} = 1{,}285 \Rightarrow$

$$J_{p_1} = \beta h_1 b_1^3 = 0{,}172.4{,}5.3{,}5^3 \text{ cm}^4 = 33{,}2 \text{ cm}^4$$

$$W_{p_1} = \alpha_1 h_1 b_1^2 = 0{,}221.4{,}5.3{,}5^2 \text{ cm}^3 = 12{,}2 \text{ cm}^3$$

$$\frac{J_{p_1}}{W_{p_1}} = \frac{33{,}2}{12{,}2} = 2{,}72 \text{ cm.}$$

Đối với phần 2: $h_2 = 80$ mm; $b_2 = 10$ mm ; $\dfrac{h_2}{b_2} = 8$. Do đó:

$$J_{p_2} = \beta_2 h_2 b_2^3 = 0{,}307.8.1^3 \text{ cm}^4 = 2{,}5 \text{ cm}^4$$

$$W_{p_2} = \alpha_2 h_2 b_2^2 = 0{,}307.8.1^2 \text{ cm}^3 = 2{,}5 \text{ cm}^3$$

$$\frac{J_{p_2}}{W_{p_2}} = 1 \text{ cm.}$$

Phần 3: $h_3 = 95$ mm ; $b_3 = 20$ mm ; $\dfrac{h_3}{b_3} = \dfrac{95}{20} = 4{,}75$

Vì vậy:

$$J_{p_3} = \beta_3 h_3 b_3^3 = 0{,}288.9{,}5.2^3 \text{ cm}^4 = 21{,}9 \text{ cm}^4$$

$$W_{p_3} = \alpha_3 h_3 b_3^2 = 0{,}288.9{,}5.2^2 \text{ cm}^4 = 10{,}9 \text{ cm}^3$$

$$\frac{J_{p_3}}{W_{p_3}} = \frac{21{,}9}{10{,}9} = 2 \text{ cm.}$$

Cuối cùng ta có:

$$J_p = 33{,}2 + 2{,}5 + 21{,}9 = 57{,}6 \text{ cm}^4.$$

Vì W_{p1}^* là lớn nhất, nên τ_{max} ở giữa cạnh trên:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W^*_{p_1}} = \frac{5000}{21,2} = 236 \ \text{daN/cm}^2,$$

trong đó: $$W^*_{p_1} = \frac{J_p}{J_{p_1} / W_{p_1}} = \frac{57,6}{2,72} = 21,2 \ \text{cm}^3.$$

Góc xoắn lớn nhất và điều kiện cứng:

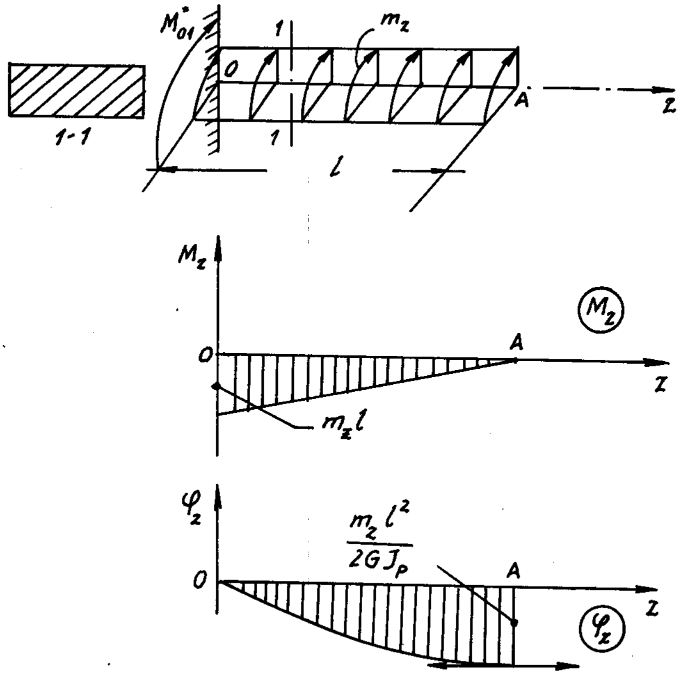
$$\varphi_{max} = \frac{M_z.l}{GJ_p} = \frac{5000.500}{8.10^5.57,6} \ \text{rad} = 0,0542 \ \text{rad} < 0,06 \ \text{rad}.$$

Điều kiện cứng của thanh hoàn toàn thỏa mãn.

BÀI 39

Một thanh mặt cắt ngang chữ nhật b x h = 4 x 2 cm², chiều dài l = 80 cm, chịu mômen xoắn phân bố đều m_z (hình 5.39a). Hãy chọn m_z để thanh thỏa mãn điều kiện bền và cứng, mômen đàn hồi giới hạn m^{dh}_{gh}? Biết $[\tau] = 700$ daN/cm², $[\varphi] = 0,01$ rad; $G = 8.10^5$ daN/cm²; $[\tau_{ch}] = 1400$ daN/cm².

GIẢI



Hình 5.39.

Phương trình $M_z(z)$ và $\varphi(z)$ được mô tả bằng công thức vạn năng như sau:

$$M_z(z) = M_{01}^{*} + m_z.z \qquad (a)$$

$$M_z(z = l) = 0 \Rightarrow M_{01}^{*} = -\,ml$$

$$\varphi_z(z) = \frac{-\,ml.z}{GJ_p} + \frac{m.z^2}{2GJ_p} \qquad (b)$$

trong đó:

$$J_p = \beta bh^3 = 0,229.4.2^3 = 7,328 \text{ cm}^4.$$

Biểu đồ M_z và φ_z được cho trên hình 5.39b, c. Chọn m_z theo điều kiện bền:

$$\frac{80\,m_z}{W_p} = \frac{80\ m_z}{\alpha.b.h^2} = \frac{80\,m_z}{1,246.4.2^2} \le [\tau] = 700\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow m_z \le 34\ \frac{\text{daN.cm}}{\text{cm}}.$$

Chọn m_z theo điều kiện cứng:

$$|\varphi_{max}| = \varphi(z = l) = \left(-\,m_z l^2 + \frac{m_z l^2}{2}\right)\frac{1}{GJ_p} = m_z\left(-\frac{l^2}{2GJ_p}\right),$$ (mặt cắt A quay thuận chiều kim đồng hồ).

$$|\varphi_{max}| \le [\varphi] \Rightarrow m_z\left(\frac{l^2}{2GJ_p}\right) \le [\varphi] \Rightarrow m_z \le \frac{[\varphi].2GJ_p}{l^2}$$

hay

$$m_z \le \frac{10^{-2}.2.8.10^5.7,328}{80^2} = \frac{2.10.7,328}{8} = 18,32\ \frac{\text{daN cm}}{l^2}$$

Mômen m_z cần phải chọn để đặt lên thanh là:

$$m_z = 18,32\ \frac{\text{daN cm}}{\text{cm}}.$$

m_{gh}^{dh} được tìm từ điều kiện:

$$M_{max} = m_z l = W_p.[\tau_{ch}] \Rightarrow$$

$$m_{gh}^{dh} = \frac{0,246.4.2^2}{80}.1400 = 68,88\ \frac{\text{daN cm}}{\text{cm}}.$$

BÀI 40

Một ống thép tròn được xẻ dọc theo đường sinh có đường kính ngoài $d_n = 90$ mm và trong $d_t = 85$ mm. Ống chịu tác dụng của một mômen xoắn $M_z^* = 500$ daNcm. Vật liệu có $G = 8.10^5$ daN/cm². Hãy tính ứng suất tiếp và góc xoắn tỷ đối của ống và so sánh ứng suất và góc xoắn trong trường hợp này với ứng suất và góc xoắn của thanh có cùng đường kính, cùng vật liệu nhưng không bị xẻ dọc? (hình 5.40).

GIẢI

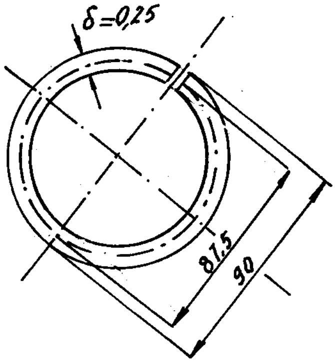
Ứng suất trong ống có nhát cắt dọc được tính theo công thức:

$$\tau_c = \frac{M_z.\delta}{J_p}$$

Với $J_p = \dfrac{1}{3}S\delta^3$, trong đó S là chiều dài khai triển của đường trung bình của mặt cắt ống (chu vi đường trung bình).

$$J_p = \frac{1}{3}.\pi.8{,}75.0{,}25^3 = 0{,}143 \text{ cm}^4;$$

$$\tau_c = \frac{500.0{,}25}{0{,}143} = 875 \text{ daN/cm}^2.$$



Hình 5.40.

Góc xoắn tỷ đối của ống có vết cắt dọc:

$$\theta_c = \frac{M_z}{GJ_p} = \frac{500}{8.10^5.0{,}143} = 0{,}00437 \text{ rad/cm}$$

Ứng suất và góc xoắn tỷ đối trong ống không bị cắt dọc (chu vi kín) là:

$$\tau = \frac{M_z}{2\omega\delta} = \frac{M_z.4}{2\pi d^2.\delta} = \frac{500.4}{2\pi.8{,}75^2.0{,}25} = 16{,}63 \text{ daN/cm}^2$$

$$\theta = \frac{M_z.S}{4G\omega^2\delta} = \frac{5.\pi.8{,}75}{4.2.10^5\left(\dfrac{\pi}{4}.8{,}75^2\right)^2.0{,}25} = 0{,}00000475 \text{ rad/cm}.$$

Kết quả cho thấy: $\tau_c = 52{,}5\,\tau$; $\theta_c = 920\,\theta$.

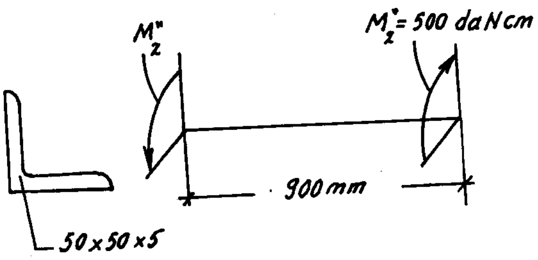
BÀI 41

Một thanh thép mặt cắt ngang là một thép góc đều cạnh 50 x 50 x 5, chiều dài l = 900 mm, chịu mômen xoắn ngoài M_z^* = 500 daNcm và có môđun đàn hồi trượt G = 8.10^5 daN/cm^2. Hãy tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn lớn nhất?

GIẢI

Ứng suất tiếp lớn nhất được tính theo công thức:

$$\tau_{max} = \frac{M_z.\delta_{max}}{J_p}$$



Hình 5.41.

Ở đây:

$$J_p = \eta\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\delta_i^3 S_i = 1.\frac{1}{3}\left[\left(0{,}5^3.5\right)+\left(0{,}5^3.5\right)\right] = 0{,}4 \text{ cm}^4$$

Do đó:

$$\tau_{max} = \frac{500 \times 0{,}5}{0{,}4} = 625 \text{ daN/cm}^2.$$

Và

$$\varphi_{max} = \frac{M_z.l}{GJ_p} = \frac{500 \times 90}{8.10^5.0{,}4} = 0{,}140265 \text{ rad.}$$

BÀI 42

Tính ứng suất τ_{max} tại các điểm A, B ở giữa cạnh dài và cạnh ngắn và góc xoắn của thanh dài 2 m có thành mỏng kín bị xoắn, mặt cắt ngang của thanh như hình 5.42. Mômen xoắn $M_z = 2.10^4$ Nm. Vật liệu gang có $G = 5{,}2.10^{10}$ N/m^2.

GIẢI

Diện tích giới hạn bởi đường tâm của thành:

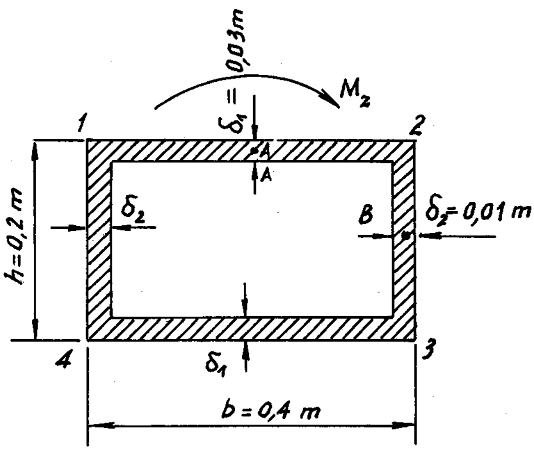
$F_0 = (0{,}4 - 0{,}01) . (0{,}2 - 0{,}03)$

$= 0{,}0663$ m^2

Ứng suất tại A là:

$$\tau_A = \frac{2.10^4}{2.0{,}0663.0{,}03} =$$

$= 5.10^6$ N/m^2



Hình 5.42.

Ứmg suất tại B là:

$$\tau_B = \frac{2.10^4}{2.0{,}0663.0{,}01} = 15.10^6 \text{ N/m}^2$$

Góc xoắn của thanh:

$$\varphi = \theta.l = \frac{M_z.l}{4GF^{*2}} \oint_s \frac{dS}{\delta} =$$

$$= \frac{M_z.l}{4GF^{*2}}.\left(\int_{1-2}\frac{dS}{\delta_1} + \int_{2-3}\frac{dS}{\delta_2} + \int_{3-4}\frac{dS}{\delta_1} + \int_{4-1}\frac{dS}{\delta_2}\right)$$

$$= \frac{2.10^4.2}{4.5{,}2.10^{10}.(0{,}0663)^2}.\left(2.\frac{0{,}39}{0{,}03} + 2.\frac{0{,}17}{0{,}01}\right) \approx 2{,}62.10^{-3} \text{ rad.}$$

BÀI 43

Một thanh mỏng mặt cắt chữ nhật có chiều cao b chiều rộng a với b >> a, chịu xoắn và kéo đồng thời.

Hãy xác định độ cứng của thanh mỏng khi xoắn phụ thuộc như thế nào vào lực kéo dọc trục P (hình 5.43a).

GIẢI

Khi thanh chỉ chịu xoắn, không chịu kéo (P = 0) thì góc xoắn tỷ đối θ và M_z có quan hệ:

$$\theta = \frac{3M_z}{G.b.a^3} = C_z^{-1}.M_z$$

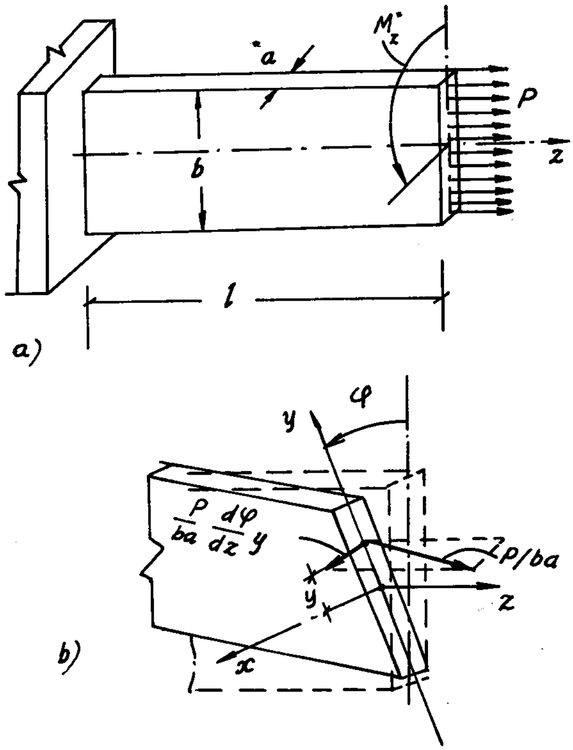
Nghĩa là độ cứng xoắn là:

$$C_z = \frac{Gba^3}{3} \text{ và } M_z = \theta \,.\, C_z.$$

Khi thanh chịu xoắn và có cả lực kéo P tham gia thì ứng suất pháp $\sigma = \frac{P}{b \times a}$ bảo toàn phương của các thớ dọc của thanh chịu xoắn. Hình chiếu của các ứng suất này lên mặt vuông góc với trục thanh bằng (hình 5.43b):

$$\frac{P}{b \times a}\frac{d\varphi}{dz}.y =$$

$$= \frac{P}{b \times a}.\theta.y$$



Hình 5.43.

Ứng suất này tạo ra mômen xoắn phụ:

$$M^{*} = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{P}{b\times a}.\theta y^{2}.dy = P.\theta\frac{b^{2}}{12}$$

Do đó mômen xoắn tổng cộng trên mặt cắt là:

$$M = \theta.C_{z} + P\theta\frac{b^{2}}{12} = \theta\left(C_{z} + \frac{Pb^{2}}{12}\right) = \theta.C_{2}^{*}$$

Bởi vậy độ cứng của thanh chịu xoắn có kéo tăng lên một lượng $\frac{Pb^{2}}{12}$:

$C_{z}^{*} = \left(C_{z} + Pb^{2}/12\right)$ là độ cứng dẫn xuất.

BÀI 44

Cho một thanh tròn chịu xoắn bởi mômen M_{z}^{*} được tăng liên tục cho đến lúc phá hủy, làm bằng vật liệu đàn hồi dẻo lý tưởng. Hãy xác định mômen giới hạn trong miền đàn hồi và mômen phá hủy giới hạn, tỷ số giữa chúng, với cùng một hệ số an toàn thì trường hợp nào là kinh tế nhất?

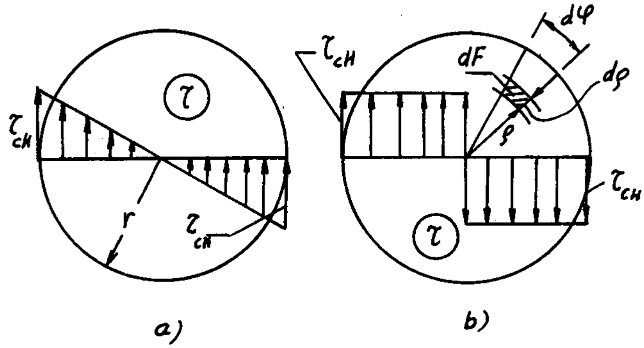
GIẢI

Trước hết cần phải nói rằng kết quả tính theo giữ kiện đề bài chỉ là gần đúng. Khi ứng suất tiếp lớn nhất ở những điểm trên chu vi mặt cắt đạt giới hạn chảy thì mômen xoắn giới hạn trong miền đàn hồi tính theo công thức thông thường (hình 5.44a):

$$M_{gh}^{dh} = W_{p}.\tau_{CH}$$

Khi tiếp tục tăng mômen xoắn ngoài M_{z}^{*} thì một vùng dẻo vành khăn xuất hiện và lan dần vào tâm mặt cắt. Khi đó biểu đồ ứng suất tiếp có dạng hình 5.44b thay cho biểu đồ τ dạng bậc nhất hình 5.44a. Mômen phá hủy giới hạn ứng với (τ) hình 5.44b như sau:

$$M_{gh}^{d} = \int_{F}\tau_{CH}.\rho\, dF = \tau_{CH}\int_{F}\rho\, dF = \tau_{CH}\int_{0}^{r}\int_{0}^{2\pi}\rho^{2}d\rho\, d\varphi = \frac{2}{3}\pi r^{3}.\tau_{CH}$$



Hình 5.44.

Đại lượng $W_d = \dfrac{2}{3}\pi r^3$ được gọi là mômen chống xoắn ở trạng thái dẻo của mặt cắt.

Vì vậy:

$$M_{gh}^{d} = W_d \,.\, \tau_{CH}$$

Tỷ số giữa M_{gh}^{d} và M_{gh}^{dh} là:

$$\frac{M_{gh}^{d}}{M_{gh}} = \frac{W_d}{W_p} = \frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\frac{\pi r^3}{2}} = \frac{4}{3} = 1{,}33 \Rightarrow M_{gh}^{d} = 1{,}33\ M_{gh}^{dh}$$

Với cùng một hệ số an toàn thì phương pháp tính toán theo tải trọng phá hủy là kinh tế nhất.

Ví dụ, khi tính theo phương pháp ứng suất cho phép $M_{gh}^{dh} = 100$ kNcm thì theo phương pháp tải trọng phá hủy $M_{gh}^{d} = 1{,}33\ M_{gh}^{dh} = 1{,}33.100 = 133$ kNcm.

BÀI 45

Hai lò xo có cùng số vòng n = 10, cùng đường kính dây d = 8 mm. Đường kính trung bình $D_1 = 80$ mm, $D_2 = 100$ mm, tổng chiều dài tự do của hai lò xo là $l_1 + l_2 = 400$ mm, chịu lực nén Q như (hình 5.45a).

1) Tính ứng suất và biến dạng của mỗi lò xo sau khi lắp ghép?

2) Xác định lực Q cần thiết để lò xo 2 không làm việc?

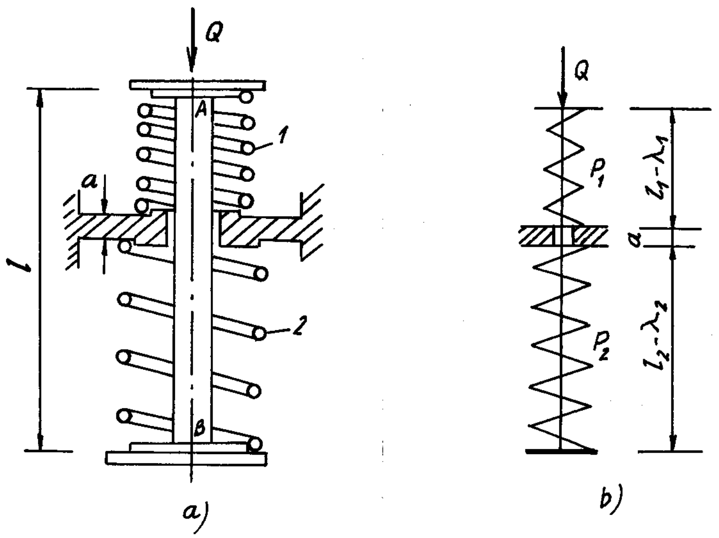
3) Xác định lực Q theo ứng suất cho phép [τ] và lực Q theo trạng thái dẻo giới hạn?

Cho l = 210 mm, a = 10 mm, G = 8.10^6 N/cm², [τ] = 50000 N/cm², τ_{CH} = 75000 N/cm².

GIẢI

Gọi lực mà lò xo 1 và lò xo 2 phải chịu là P_1 và P_2, phương trình cân bằng của thanh thép AB là:

$$P_1 - P_2 - Q = 0 \qquad \text{(a)}$$



Hình 5.45

Đặt λ_1 và λ_2 là độ co của hai lò xo, ta có phương trình biến dạng trong trường hợp này là:

$$l = l_1 - \lambda_1 + l_2 - \lambda_2 + a$$

hay $$210 = 410 - \lambda_1 - \lambda_2$$

hay $$\lambda_1 + \lambda_2 = 200 \text{ mm.}$$

Thay λ bằng biểu thức tính theo lực nén các lò xo ta có:

$$\frac{8P_1 D_1^3 n}{Gd^4} + \frac{8P_2 D_2^3 n}{Gd^4} = 20 \text{ cm}$$

hay
$$\frac{8.8^3.10}{8.10^6.0{,}8^4} P_1 + \frac{8.10^3.10}{8.10^6.0{,}8^4} P_2 = 20 \text{ cm}$$

hay
$$0{,}0125\, P_1 + 0{,}0244\, P_2 = 20 \text{ cm} \qquad \text{(b)}$$

Giải hệ phương trình (a), (b) ta rút ra:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= 540 + 0{,}661\, Q \\ P_2 &= 542 - 0{,}339\, Q \end{aligned}\right\} \qquad \text{(c)}$$

Sau khi lắp $Q = 0 \Rightarrow P_1 = P_2 = 542$ N.

Ứng suất sau khi lắp chưa có ngoại lực Q là:

$$\tau_1 = k_1 \frac{8P_1 D_1}{\pi d^3} = 1{,}14\, \frac{8.542.8}{3{,}14.0{,}8^3} = 24600\,\text{N/cm}^2$$

$$\tau_2 = k_2 \frac{8P_2 D_2}{\pi d^3} = 1{,}14\, \frac{8.542.8}{3{,}14.0{,}8^3} = 29900\,\text{N/cm}^2$$

Biến dạng nén của mỗi lò xo sau khi lắp:

$$\lambda_1 = \frac{8P_1 D_1^3 n}{Gd^4} = \frac{8.542.10^3.10}{8.10^6.0{,}8^4} = 6{,}78\,\text{cm}$$

$$\lambda_2 = \frac{8P_2 D_2^3 n}{Gd^4} = \frac{8.542.10^3.10}{8.10^6.0{,}8^4} = 13{,}2\,\text{cm}$$

Điều kiện để lò xo 2 ở trạng thái tự do khi $Q \neq 0$ thì $P_2 = 0$ và từ (c) ta suy ra:

$$Q = \frac{542}{0{,}339} = 1600 \text{ N}$$

Tải trọng cho phép tính theo điều kiện bền của lò xo 1 (vì theo (c) khi có Q lò xo 2 giảm ứng suất).

$$\tau_1 = k\,\frac{8.P_1.D_1}{\pi d^3} \le 50000 \Rightarrow [Q] \le 0{,}847\ \text{kN}.$$

Lực Q dẻo giới hạn đạt được khi ứng suất tiếp ở mọi điểm trên các mặt cắt của lò xo 1 đạt được giới hạn chảy τ_{CH} với giả thiết vật liệu là đàn dẻo lý tưởng ta có:

$$M_{CH} = W_d.\tau_{CH} \Rightarrow P_1R_1.\cos\alpha = \frac{2}{3}\pi r^3.\tau_{CH} \Rightarrow Q_1 = Q^d_{gh} =$$

$$Q^d_{gh} \approx \frac{\tau_{CH}.2\pi r^3 - 542\,R_1}{3.0{,}661\,R_1} = 2980{,}33\,\text{N} = 2{,}98\ \text{kN}.$$

Lực nén Q trong hai trường hợp có tỷ lệ:

$$\frac{Q^d_{gh}}{[Q]} = 3{,}5$$

CHƯƠNG 6

TÍNH TOÁN ĐỘ BỀN VÀ ĐỘ CỨNG CÁC CẤU KIỆN KẾT CẤU CHỊU UỐN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. TÍNH TOÁN BỀN THEO ỨNG SUẤT CHO PHÉP [σ]

1. Nguyên tắc chung

Kiểm tra bền của một kết cấu chịu uốn là kiểm tra tính đúng đắn của bất đẳng thức dưới đây tại mọi điểm của kết cấu:

$$\sigma_{td} \le [\sigma] \qquad (6.1)$$

Trong đó công thức tính ứng suất tương đương σ_{td} phụ thuộc vào từng gỉa thuyết về trạng thái ứng suất giới hạn của vật liệu (thường quen gọi là thuyết bền).

2. Các trường hợp được thực tiễn chấp nhận

a) Thuyết bền thứ III của Culông – Tơretska

– Với trạng thái ứng suất tổng quát:

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 \le \frac{\sigma_{ch}}{n} = [\sigma] \qquad (6.2)$$

– Với trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma] \qquad (6.2a)$$

b) Thuyết bền thứ IV của Vông Midét:

– Với trạng thái ứng suất tổng quát:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \le [\sigma] \qquad (6.3)$$

– Với trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau} \le [\sigma] \qquad (6.3a)$$

c) Thuyết bền của Mo

– Với trạng thái ứng suất tổng quát:

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - k\sigma_3 \le [\sigma] \text{ , với } k = \frac{\sigma_{0k}}{\sigma_{0n}} \qquad (6.4)$$

– Với trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

$$\sigma_{td} = \frac{1-k}{2}\sigma + \frac{1+k}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma] \qquad (6.4a)$$

Trong đó σ_{0k} và σ_{0n} lần lượt là ứng suất phá hủy của vật liệu khi kéo và nén.

Các ứng suất σ, τ và σ_i, ($i = 1, 2, 3$) trong (6.1) được tính theo công thức:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x}.y\,; \qquad \tau = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x\delta_c} \qquad (6.5a)$$

$$\sigma_{1/3} = \frac{1}{2}\left[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right]; \quad \sigma_2 = 0$$

Phương chính: $\operatorname{tg}2\alpha = -\dfrac{2\tau}{\sigma}$. (6.5b)

trong đó:

M_x – mômen uốn nội lực trên mặt cắt nghiên cứu;

y – khoảng cách từ điểm cần tính ứng suất trên mặt cắt này đến trục trung hoà;

J_x – mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt đối với trục trung hoà x;

Q_y – lực cắt theo phương y trên mặt cắt khảo sát;

S_x^c – mômen tĩnh của một trong hai phần bị cắt của mặt cắt khảo sát đối với trục trung hoà;

δ_c – bề rộng của nhát cắt song song với trục trung hoà chia diện tích mặt cắt thành hai phần nói trên.

II. TÍNH TOÁN BỀN THEO KHẢ NĂNG CHỊU TẢI

Để xác định khả năng chịu tải cao nhất có thể của cấu kiện chịu uốn người ta sử dụng mô hình vật liệu đàn hồi dẻo lý tưởng với sự thừa nhận rằng, trạng thái nguy hiểm của dầm là trạng thái ở đó mọi điểm trên mặt cắt ngang đều đã đạt được giới hạn chảy. Mặt cắt này của dầm khi ấy đã trở thành một khớp dẻo, có mômen uốn dẻo giới hạn là:

$$M_{ghd} = 2\sigma_{ch}.S_x \qquad (6.6)$$

Mômen dẻo giới hạn cho phép $[M_{ghd}]$ khi kể đến độ an toàn là:

$$[M_{ghd}] = 2\,[\sigma]\,S_x = [\sigma]\,W_{xd} \qquad (6.7)$$

Ở đây $S_x = S_{x_1} + S_{x_2} = W_{xd}$ là mômen tĩnh của phần diện tích chịu kéo và phần diện tích chịu nén của mặt cắt chảy dẻo đối với trục trung hoà x.

III. TÍNH TOÁN DẦM THEO ĐIỀU KIỆN CỨNG

1. Điều kiện cứng của dầm

$$\left.\begin{array}{l}\max|V| \le [V] \\ \max|\varphi| \le [\varphi]\end{array}\right\} \qquad (6.8)$$

2. Các phương pháp tính V và φ

Phương trình vi phân của đường đàn hồi

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (6.8b)$$

2.1. Phương pháp tích phân không xác định

- Góc xoay và độ võng:

$$\varphi = \int \frac{M_x}{EJ_x}\,dz + C_1 \qquad (6.8c)$$

$$V = \int\left[\int \frac{M_x}{EJ_x}\,dz + C_1\right] dz + C_2 \qquad (6.8c)$$

C_i ($i = \overline{1,n}$) xác định từ điều kiện liên kết của dầm.

2.2. Phương pháp đồ toán (tải trọng giả tạo)

- Tải trọng giả tạo:

$$q_{gt} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (6.8d)$$

- Điều kiện cấu tạo dầm giả tạo:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= +Q_{gt};\\ V &= +M_{gt}. \end{aligned}\right\} \qquad (6.8e)$$

2.3. Công thức vạn năng xác định $V(z)$, $\varphi(z)$, $M_x(z)$ và $Q_y(z)$

- Dạng ma trận:

$$\vec{S}_i(z) = [B_i]\,[B^*_{i-1}]\,[B^*_{i-2}]\ldots[B^*_1]\Delta\vec{S}_{01} + [B_i]\,[B^*_{i-1}]\ldots[B^*_2]\Delta\vec{S}_{02} + \ldots + [B_i]\Delta\vec{S}_{0i}$$

$$\vec{S}^*_i(z) = [B^*_i]\,[B^*_{i-1}][B^*_{i-2}]\ldots[B^*_1]\Delta\vec{S}_{01} + [B^*_i][B^*_{i-1}]\ldots[B^*_2]\Delta\vec{S}_{02} + \ldots + [B^*_i]\,\Delta\vec{S}_{0i}. \qquad (i = \overline{1,n}) \qquad (6.9)$$

trong đó:

$[B^*_i]$ nhận được từ $[B_i]$ khi thay vào nó $z - a_{i-1} = a_i - a_{i-1}$

$$\vec{S}_i(z) = \begin{Bmatrix} V_i(z)\\ \varphi_i(z)\\ M_i(z)\\ Q_i(z) \end{Bmatrix};\ [B_i] = \begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \frac{\phi_2}{E_iJ_i} & \frac{\phi_3}{E_iJ_i} & \frac{\phi_4}{E_iJ_i} & \ldots\\ 0 & \varphi_0 & \frac{\phi_1}{E_iJ_i} & \frac{\phi_2}{E_iJ_i} & \frac{\phi_3}{E_iJ_i} & \ldots\\ 0 & 0 & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & \phi_0 & \phi_1 & \ldots \end{bmatrix}$$

$$\Delta\vec{S}_{0i} = \{\Delta V_{0,i}, \Delta\varphi_{0,i}, M^*_{0i}, P_{0,i}, \Delta q_{0i}, \Delta q'_{0i}, \Delta q''_{0i} \ldots\}$$

Dạng biểu diễn tổng

Trong trường hợp $l_i \neq$ hằng và E_iJ_i = hằng với mọi "i", các đại lượng cần tính là chuyển vị thẳng V(z), chuyển vị góc θ(z), mômen uốn M(z) và lực cắt Q(z) tại hoành độ z thuộc đoạn i có dạng dưới đây:

$$V(z) = \sum_{i=1}^{n} (\Delta V_{oi}\phi_0 + \Delta\varphi_{o,i}\phi_1 + M^*_{oi}\frac{\phi_2}{EJ} + P_{o,i}\frac{\phi_3}{EJ} + \Delta q_{o,i}\frac{\phi_4}{EJ} +$$

$$+ \Delta q'_{oi}\frac{\phi_5}{EJ} + \Delta q''_{o,i}\frac{\phi_6}{EJ} + ...)$$

$$\varphi(z) = \sum_{i=1}^{n} (\Delta\varphi_{o,i}\phi_o + M^*_{oi}\frac{\phi_1}{EJ} + P_{o,i}\frac{\phi_2}{EJ} + \Delta q_{o,i}\frac{\phi_3}{EJ} + \Delta q'_{o,i}\frac{\phi_4}{EJ} +$$

$$+ \Delta q''_{o,i}\frac{\phi_5}{EJ} + ...) \qquad (6.9a)$$

$$M(z) = \sum_{i=1}^{n} (M^*_{oi}\phi_0 + P_{o,i}\phi_1 + \Delta q_{o,i}\phi_2 + \Delta q'_{o,i}\phi_3 + \Delta q''_{o,i}\phi_4 + ...)$$

$$Q(z) = \sum_{i=1}^{n} (P_{o,i}\phi_0 + \Delta q_{o,i}\phi_1 + \Delta q'_{o,i}\phi_2 + \Delta q''_{o,i}\phi_3 + ...)$$

$$\phi_K(z - a_{i-1}) = \begin{cases} \dfrac{(z - a_{i-1})^k}{k!} & \text{khi } z \geq a_{i-1} \\ 0 & \text{khi } 0 \leq z < a_{i-1} \end{cases}$$

i là tên của đoạn dầm khảo sát;

o_i là đầu trái đoạn i có tọa độ a_{i-1};

a_{i-1} là khoảng cách từ đầu trái của dầm đến mặt cắt phân chia giữa đoạn (i–1) và đoạn i;

E_iJ_i là độ cứng của các mặt cắt ngang thuộc đoạn i;

ΔV_{oi}, $\Delta\varphi_{oi}$ lần lượt là bước nhảy của V và φ tại đầu trái đoạn thứ i;

M^*_{oi}, P_{oi} mômen ngoại lực và lực tập trung ở đầu trái đoạn i;

Δq_{oi}, $\Delta q'_{oi}$, $\Delta q''_{oi}$ ... bước nhảy của hàm và các đạo hàm các cấp của q tại đầu trái đoạn i.

2.4. Thế năng biến dạng đàn hồi - định lý Castigliano

$$U = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_x^2}{EJ_x}\,dz + \frac{k_y}{2}\int_0^l \frac{Q_y^2}{GF}dz \quad \text{với } k_y = F\int_F \frac{(S_x^c)^2}{J_x.\delta_c^2}\,dF \qquad (6.10)$$

Đạo hàm riêng của thế năng biến dạng đàn hồi U theo một trong các ngoại lực P_k nào đó bằng chuyển vị tại k theo phương lực P_k đó.

$$\Delta_k = \frac{\partial U}{\partial P_k} \qquad (6.10a)$$

2.5. Công thức tổng quát tính chuyển vị của hệ đàn hồi tuyến tính của M. Morh, 1874

Khi hệ chịu tác dụng đồng thời của chuyển vị cưỡng bức, tải trọng và nhiệt độ công thức có dạng tổng quát như sau:

$$\Delta_{km} = -\sum_i^n \overline{R}_{ik}\delta_{im} + \sum_{j=1}\int_{l_j}\frac{\overline{M}_k M_m}{EJ}\,dz + \sum_{j=1}\int_{l_j}\frac{\overline{N}_k N_m}{EF}\,dz + \sum_{j=1}\int_{l_j}\frac{K_x\overline{Q}_{xk}Q_m}{GF}\,dz$$

$$\sum_{j=1}\int_{l_j}\frac{K_y\overline{Q}_{ky}Q_m}{GF}\,dz + \sum_{j=1}\int_{l_j}\frac{\overline{M}_{zk}M_{zm}}{GJ_p}\,dz + \qquad (6.11)$$

$$\sum_{j=1}\int_{l_j}\overline{M}_k\frac{\alpha}{h}(t_{2m}-t_{1m})\,dz + \sum_{j=1}\int_{l_j}\overline{N}_k\alpha\, t_{cm}\,dz$$

Công thức (6.11) chỉ đúng với các hệ thanh thẳng và thanh cong có độ cong bé, trong đó:

- Lực $P_k = 1$ được chọn chiều tùy ý, còn phương thì phụ thuộc vào phương chuyển vị cần tìm. Nếu kết quả tính ra $\Delta_{km} > 0$ thì chiều chuyển vị cần tính là chiều của lực $P_k = 1$ đã chọn. Nếu $\Delta_{km} < 0$ thì chiều chuyển vị cần tính là chiều ngược với chiều $P_k = 1$ đã chọn.
- Dấu tổng trong số hạng thứ nhất ở vế phải được lấy theo "i" (số liên kết có chuyển vị cưỡng bức $i = \overline{1,n}$). $\overline{R}_{ik}$ là phản lực ở liên kết "i" do $P_k = 1$ gây ra ở trạng thái "k". δ_{im} là chuyển vị cưỡng bức của liên kết "i" do các nguyên nhân ở trạng thái "m" gây ra. Khi $\overline{R}_{ik}$ cùng chiều với δ_{im} thì $\overline{R}_{ik} . \delta_{im} > 0$.

• Các tích phân trong (6.11) là những tích phân xác định trong đoạn thanh thứ j có chiều dài l_j, trên đó hàm dưới dấu tích phân là liên tục. Dấu tổng $\left(\sum_{j=1}\int_{l_j}...\right)$ được áp dụng cho tất cả các đoạn thanh của hệ. Các đại lượng $\overline{M}_k$, $\overline{N}_k$, $\overline{Q}_k$, $\overline{M}_{zk}$, M_m, N_m, Q_m, M_{zk} lần lượt là các biểu thức của nội lực trong đoạn l_j ở trạng thái "k" và trạng thái "m".

Thuật toán Vêrêsaghin

$$\Delta_{km} = \Delta_{k\delta} + \Delta_{kt} + \sum_{j=1} \frac{\Omega_j g_{cj}}{\beta_l}, \ (l = \overline{1,4}) \tag{6.11a}$$

Trong (6.11a):

$$\Delta_{k\delta} = -\sum_{i}^{n} \overline{R}_{ik}\delta_{im} \text{ và } \Delta_{kt} = \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\overline{M}_k) + \sum \alpha t_{cm}\,\Omega(\overline{N}_k)$$

Ω_j là diện tích biểu đồ nội lực trong đoạn j ở trạng thái m.

g_{cj} là tung độ của các biểu đồ nội lực ở trạng thái k ứng với hoành độ trọng tâm c_j của Ω_j.

$$\beta_1 = EJ, \ \beta_2 = EF, \ \beta_3 = \frac{GF}{k}; \ \beta_4 = GJ_p$$

2.6. Tính chuyển vị đối với dầm mặt cắt thay đổi

Phương trình vi phân của đường đàn hồi (6.8b) được viết lại như sau:

$$EV'' = \frac{M_x}{J_x(z)} \tag{6.12}$$

$$E\varphi_x = EV' = \int \frac{M_x}{J_x(z)} dz + c_1 \tag{6.12a}$$

$$EV = \int \left[\int \frac{M_x}{J_x(z)} dz \right] dz + c_1 z + c_2 \tag{6.12b}$$

c_1, c_2 xác định từ điều kiện biên ở hai đầu mỗi đoạn dầm.

Thay cho phương trìnhg (6.12), có thể sử dụng phương trình sau với J_{ox} tự chọn trước:

$$EJ_{ox}V'' = M_x \frac{J_{ox}}{J_x(z)} = M_{dx} \qquad (6.12c)$$

M_{dx} là mômen uốn dẫn xuất.

Khi sử dụng phương pháp đồ toán đối với trường hợp này thì tải trọng giả tạo q_{gt} không phải là theo mômen uốn thực mà là M_{dx} theo (6.12c) khi đó:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{Q_{gt}(z)}{EJ_{ox}} \\ V &= \frac{+M_{gt}(z)}{EJ_{ox}} \end{aligned}\right\} \qquad (6.12d)$$

B. CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN

I. CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐỘ BỀN

II. CÁC BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN VỊ

III. TÍNH TOÁN CÁC MỐI GHÉP CHỊU CẮT

IV. BÀI TẬP LỚN SỐ I – TÍNH DẦM THÉP

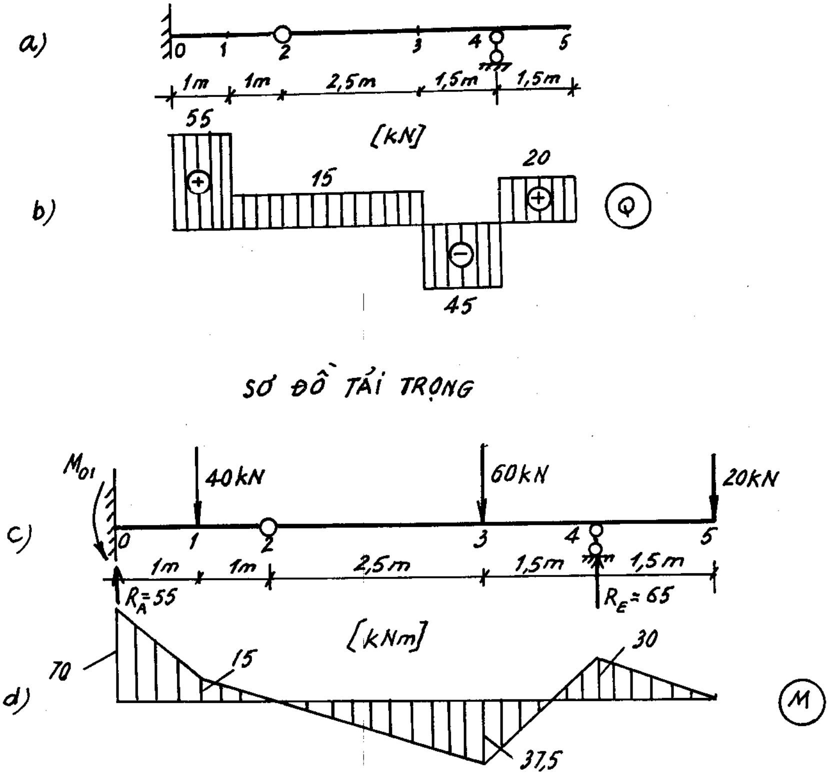
I. CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐỘ BỀN

BÀI 1

Một dầm mặt cắt chữ I_{30} có sơ đồ hình học và biểu đồ (Q) như hình 6.1a, b. Hãy dựng lại sơ đồ tải trọng, vẽ (M) và kiểm tra bền khi chỉ kể đến tác dụng của mômen. Biết $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$.

GIẢI

Từ biểu đồ Q, khi đi từ trái sang phải ta thấy: tại 1; 3 và 5 biểu đồ có bước nhảy từ trên xuống, nên tại đó có lực tập trung hướng từ trên xuống và có độ lớn bằng đúng bước nhảy; còn bước nhảy tại 0 và 4 hướng từ dưới lên đó chính là các phản lực hướng lên tại 0 và 4. Do đó, sơ đồ tải trọng như hình 6.1c.



Hình 6.1.

Để vẽ biểu đồ mômen ta viết $M_x(z)$ theo (1.4):

$$M(z) = -M_{01} + 55z\Big|_{1} - 40(z-1)\Big|_{2} - 60(z-4{,}5)\Big|_{3} + 65(z-6)\Big|_{4} \quad \text{(a)}$$

tại $Z = 2^m$, $M(2^m) = 0 \Rightarrow M_{01} = 70$ kNm.

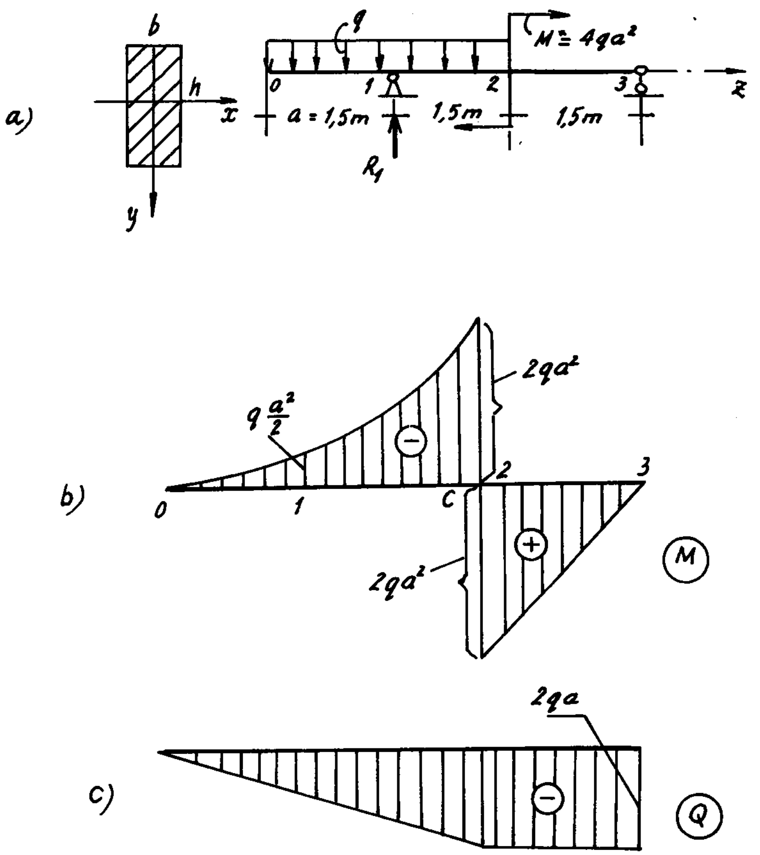
Thay $M_{01} = 70$ kNm vào (a) và vẽ biểu đồ M_x cho từng đoạn theo hàm và miền xác định của chúng, ta có biểu đồ (M_x) như hình 6.1d. Từ biểu đồ này cho thấy mặt cắt nguy hiểm nhất đối với mômen là mặt cắt "0". Tại đây với $W_x(I_{30}) = 472$ cm^3 ta có:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{7000}{472} = 14,83\ \frac{kN}{cm^2} < [\sigma = 16\ kN/cm^2$$

Điều kiện bền và kinh tế đều đảm bảo tốt.

BÀI 2

Vẽ biểu đồ M, Q và chọn q để dầm làm việc an toàn? Biết: b = 10 cm, h = 15 cm, $M^* = 4\ qa^2$; $[\sigma] = 12$ kN/cm^2, a = 1,5 m (hình 6.2a).



Hình 6.2.

GIẢI

Phương trình mômen uốn và lực cắt có dạng:

$$M(z) = -q\frac{z^2}{2}\Bigg|_{1} + R_1(z-a)\Bigg|_{2} + q\frac{(z-2a)^2}{2} + M^{*}\Bigg|_{3}$$

$$Q(z) = -qz\Big|_{1} + R_1\Big|_{2} + q(z-2a)\Big|_{3}$$

Điều kiện xác định phản lực R_1:

$M(z = 3a = 450 \text{ cm}) = 0$. Suy ra $R_1 = 0$.

Theo các hàm M(z), Q(z) biểu đồ M và Q được cho trên hình 6.2b,c.

Từ điều kiện bền ta xác định [q] như sau:

$$\frac{\max|M|}{W_x} = \frac{2qa^2}{bh^2} \times 6 \le [\sigma]$$

$$q \le \frac{bh^2[\sigma]}{12a^2} = \frac{10.15^2.12}{12.150^2} = 0{,}1 \text{ kN/cm}$$

$$q \le 0{,}1 \text{ kN/cm}.$$

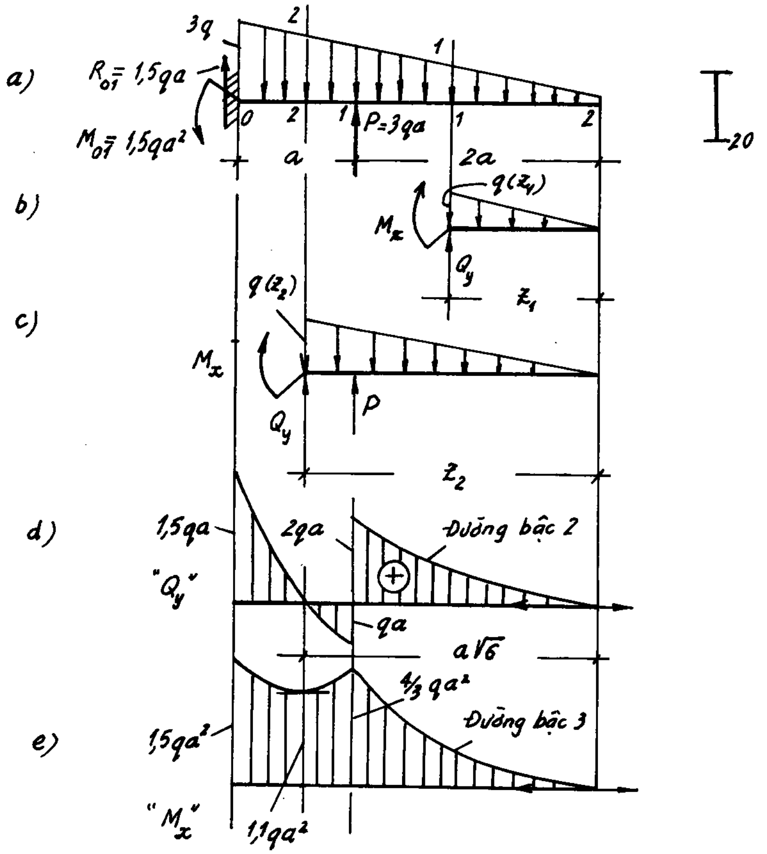
BÀI 3

Một dầm thép I_{20} chịu lực như hình 6.3a. Hãy viết biểu thức nội lực M và Q dọc theo chiều dài dầm bằng phương pháp mặt cắt và vạn năng. Vẽ các biểu đồ này và chọn q. Biết $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, $a = 100$ cm.

GIẢI

1. Phương pháp mặt cắt

Trên mỗi một đoạn phải thực hiện một mặt cắt, trên đó các nội lực đặt theo chiều dương. Khảo sát cân bằng của một trong các phần dầm đã tưởng tượng cắt ra. Trong đoạn 1–2 thực hiện mặt cắt 1–1 gốc tọa độ chọn ở 2. Trong đoạn 0–1 thực hiện mặt cắt 2–2 gốc tọa độ chọn ở 2 (hình 6.3b,c). Cụ thể là:



Hình 6.3.

Đoạn 1–2 ($0 \le z_1 \le 2a$) gốc ở 2:

$$q(z_1) = \frac{3qz_1}{3a} = \frac{qz_1}{a};\ Q_y = \frac{q(z_1)z_1}{2} = \frac{qz_1^2}{2a};\ M_x = -\frac{q(z_1)}{2}.\frac{z_1}{3} = -\frac{qz_1^3}{6a} \quad \text{(a)}$$

Đoạn 0–1 ($2a \le z_2 \le 3a$) gốc ở 2:

$$q(z_2) = \frac{3qz_2}{3a} = \frac{qz_2}{a};\ Q_y = \frac{qz_2^2}{2a} - 3qa;\ M_x = -\frac{qz_2^3}{6a} + 3qa(z_2 - 2a) \quad \text{(b)}$$

Trước hết, vẽ biểu đồ lực cắt Q_y, ta thấy Q_y có giá trị bằng không trong đoạn 0–1 tại z_2:

$$\frac{qz_2^2}{2a} - 3qa = 0.$$

Suy ra $z_2 = a\sqrt{6}$.

Tại mặt cắt này, mômen uốn M_x có giá trị cực trị:

$$M_x(z_2 = a\sqrt{6}) = -\frac{q(a\sqrt{6})^3}{6a} + 2qa\,(a\sqrt{6} - 2a) = -1{,}1qa^2$$

Biểu đồ lực cắt có bước nhảy tại mặt cắt đặt lực P. Bước nhảy của biểu đồ lực cắt và mômen uốn tại ngàm cho giá trị bằng phản lực tại ngàm, căn cứ vào dấu của biểu đồ, các phản lực R_{01} và M_{01} có chiều như hình 6.3a và có giá trị: $R_{01} = 1{,}5qa$, $M_{01} = 1{,}5qa^2$.

Tại điểm 2, $q(z_1) = 0$, biểu đồ Q_y có tiếp tuyến nằm ngang tại 2. Biểu đồ M_x cũng có tiếp tuyến nằm ngang tại 2.

2) Phương pháp vạn năng

Cho ngay biểu thức của M_x và Q_y theo (1.6) và (1.5) hoặc (6.9a) như sau:

$$M_x(z) = -1{,}5qa^2 + 1{,}5qaz - 3q\frac{z^2}{2} + \frac{3q}{3a}.\frac{z^3}{6}\Bigg|_{1} + 3qa(z-a)\Bigg|_{2} \qquad (a^*)$$

$$Q_y(z) = \underset{0 \le z \le a}{1{,}5qa - 3qz} + \frac{3q}{3a}\frac{z^2}{2}\Bigg|_{1} + 3qa\Bigg|_{2} \qquad a \le z \le 2a.$$

Biểu đồ Q_y và M_x được cho trên hình 6.3d, e từ các phương trình a, a*; b, b*.

Điều kiện để chọn tải trọng là tại mặt cắt nguy hiểm nhất "O":

$$\max\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]. \qquad (c)$$

Trước hết hãy chọn tải trọng q sơ bộ theo ứng suất pháp. Cụ thể là:

$$\frac{1{,}5qa^2}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow q \le \frac{[\sigma]W_x}{1{,}5a^2} \Rightarrow q \le 0{,}19627\ \text{kN/cm} \approx 0{,}19\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

Ở đây: $W_x = 184\ \text{cm}^3$, $a = 100$ cm, $[\sigma] = 16\ \text{kN/cm}^2$.

Kiểm tra lại điều kiện (c)

$$\max\sigma_{td} = \sqrt{\left(\frac{1{,}5.0{,}19.10^4}{1840}.9{,}16\right)^2 + 4\left(\frac{1{,}5.0{,}19.10^2.0{,}84.10^2}{1840.0{,}52}\right)^2} = \sqrt{226{,}32} =$$

$= 15{,}045\ kN/cm^2 < [\sigma] = 16\ kN/cm^2.$

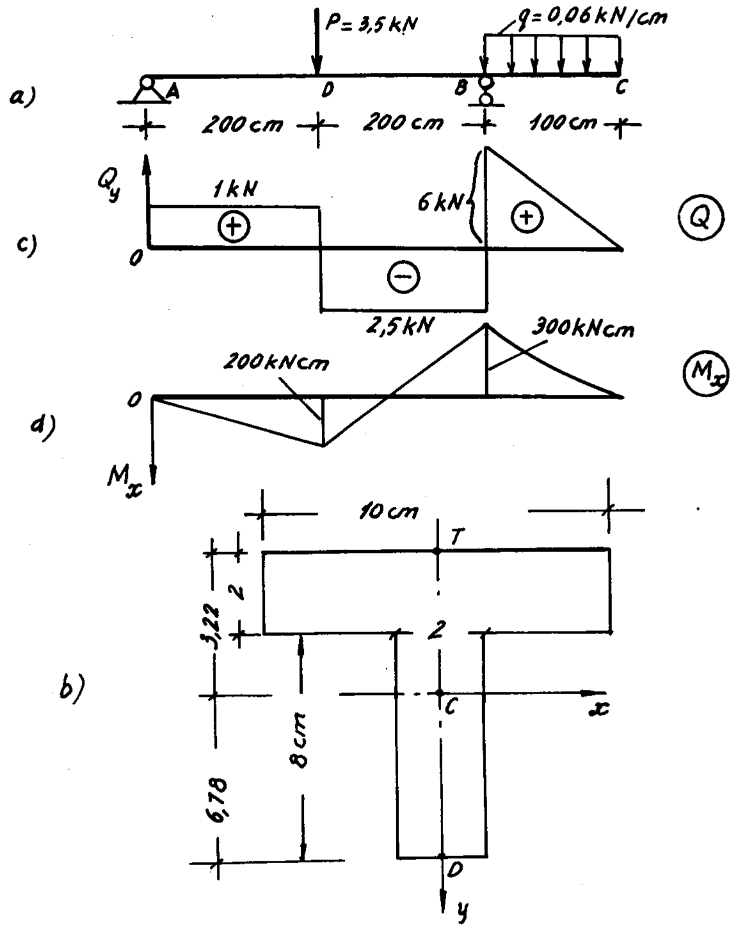
BÀI 4

Một dầm mặt cắt ngang hình chữ T chịu lực cân bằng như hình 6.4a.

Yêu cầu:

1) Vẽ biểu đồ M_x và Q_y?

2) Kiểm tra bền cho dầm, khi bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt?



Hình 6.4.

Cho biết trục Cx là trục trung hoà:

$$[\sigma]_k = 30 \text{ MN/m}^2 \text{ ; } [\sigma]_n = 100 \text{ MN/m}^2.$$

GIẢI

a) Tính J_x

$$J_x = \left(\frac{10.2^3}{12} + 2{,}22^2 \times 10 \times 2\right) + \frac{2 \times 8^3}{12} + 2{,}78^2 \times 2 \times 8 = 314 \text{ cm}^4.$$

b) Kiểm tra

Các mặt cắt cần kiểm tra: B và D.

Mặt cắt B: $M_B = -300$ kNcm điểm T chịu kéo, D chịu nén.

$$\sigma_{max} = \sigma_T = \frac{300}{314} \times 3{,}22 = 30{,}7 \text{ MN/m}^2 = 3{,}07 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} > [\sigma]_k = 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2},$$

chưa vượt quá 5% mà mới chỉ $\frac{30{,}7 - 30}{30}100\% = 2{,}5\%$. điều kiện bền ở mặt cắt này vẫn đảm bảo tốt và kinh tế.

$$\sigma_{min} = \sigma_D = \frac{300}{314} \times 6{,}78 = -6{,}47 \text{ MN/m}^2 = -6{,}47 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < [\sigma]_n =$$

$$= 100 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

Mặt cắt D: $M_x = 200$ kNcm ngược với mặt cắt B ở đây điểm D chịu kéo, T chịu nén.

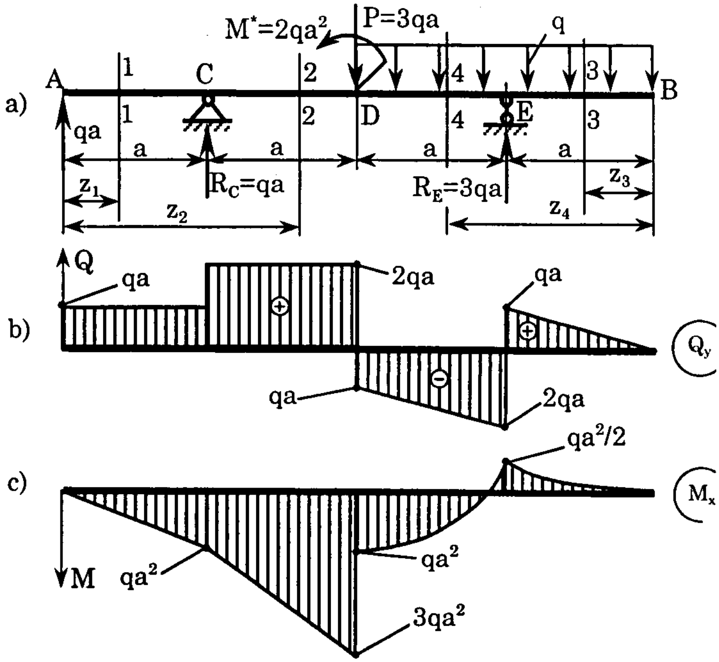
$$\sigma_{max} = \sigma_D = \frac{200}{314} \times 6{,}78 = 43{,}2 \text{ MN/m}^2 = 4{,}32 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} > [\sigma]_k = 3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_T = \frac{200}{314} \times 3{,}22 = -20{,}5 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 2{,}05 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma]_n.$$

Dầm bị gẫy ở mặt cắt này bắt đầu từ điểm D.

BÀI 5

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn đối với dầm mặt chữ I_{24} chịu lực như hình 6.5a. Hãy xác định q. Biết $[\sigma] = 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, a = 100 cm.



Hình 6.5.

GIẢI

1) Phương pháp mặt cắt

Khi sử dụng phương pháp này ta cần thực hiện 4 mặt cắt di động cho bốn đoạn, đặt các nội lực theo chiều dương vào từng mặt cắt rồi viết điều kiện cân bằng. Cụ thể là:

Đoạn AC: $(0 \le z_1 \le a)$

$$Q_y = qa\ ;\ M_x = qaz_1$$

Đoạn CD: $(a \le z_2 \le 2a)$

$$Q_y = 2qa\ ;\ M_x = qaz_2 + qa\,(z_2 - a)$$

Trong đoạn DE và EB xét phần phải của mặt cắt:

Đoạn EB $(0 \le z_3 \le a)$

$$Q_y = qz_3\,;\ M_x = -\,\frac{qz_3^2}{2}$$

Đoạn DE ($a \le z_4 \le 2a$)

$$Q_y = qz_4 - 3qa \; ; \; M_x = -\frac{qz_4^2}{2} - 3qa\,(z_4 - a)$$

Biểu đồ lực cắt và mômen uốn như trên hình 6.5b,c. Biểu đồ mômen uốn có bước nhảy tại D, trị số của bước nhảy $M^* = 2qa^2$, nhảy từ dưới lên. Tại A, C, D, E có lực tập trung, tại đó trên biểu đồ Q_y có bước nhảy đúng bằng vectơ lực tập trung đó.

2) Phương pháp vạn năng

Phương trình mômen uốn và lực cắt:

$$M_x(z) = qaz\Big|_1 + qa(z-a)\Big|_2 - 2qa^2 - 3qa\,(z-2a) - q\frac{(z-2a)^2}{2}\Big|_3 + 3qa(z-3a)\Big|_4 .$$

$$Q_y(z) = qa\Big|_1 + qa\Big|_2 - 3qa - q(z-2a)\Big|_3 + 3qa\Big|_4 .$$

$0 \le z \le a \qquad a \le z \le 2a \qquad 2a \le z \le 3a \qquad 3a \le z \le 4a.$

Biểu đồ lực cắt và mômen uốn được mô tả trên hình 6.5b, c.

3) Xác định tải trọng q

Các biểu đồ Q và M cho thấy mặt cắt D^- là mặt cắt nguy hiểm nhất. Điều kiện bền chỉ do ứng suất pháp có dạng:

$$\frac{M_x}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow \frac{3qa^2}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow q \le \frac{[\sigma].W_x}{3a^2} = \frac{16.289}{3.10^4} = 0{,}154 \text{ kN/cm}.$$

Ta chọn [q] = 0,14 kN/cm và kiểm tra lại tại điểm tiếp giáp giữa lòng và đế cũng ở mặt cắt này.

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{3.0{,}14.10^4}{313}\right)^2 + 4\left(0{,}82\right)^2} = 14{,}12 \text{ kN/cm}^2 \le [\sigma].$$

Vậy chọn [q] = 0,14 kN/cm.

BÀI 6

Một dầm tĩnh định chịu lực như hình 6.6a. Hãy chọn mặt cắt ngang chữ I để dầm thỏa mãn điều kiện bền, cứng và vẽ (Q), (φ), (V) sau khi thiết kế.

Biết: $[\sigma] = 16\ \text{kN/cm}^2$, $[V] = \dfrac{l}{600}$, $E = 2.10^4\ \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.

GIẢI

Phương trình lực cắt và mômen uốn:

$$Q(z) = R_{01} = 20\ \text{kN} \qquad \forall 0 \le z \le 600 \tag{1}$$

$$M(z) = R_{01}z\Big|_1 - M^*\Big|_2 = 20z\Big|_1 - 12000\Big|_2 \tag{2}$$

Trong đó R_{01} được xác định từ điều kiện:

Tại $z = a_2 = 600$ cm, $M(600) = 0 \Rightarrow R_{01} = \dfrac{M^*}{600} = \dfrac{12000}{600} = 20\ \text{kN}\uparrow$.

Các biểu đồ (Q), (M) được cho trên hình 6.6b, c.

Phương trình độ võng V(z) và góc xoay φ(z):

$$V(z) = \Delta\varphi_{01}z + \frac{20z^3}{6EJ}\Bigg|_1 - 12000\frac{(z-400)^2}{2EJ}\Bigg|_2 \tag{3}$$

$$\varphi(z) = \Delta\varphi_{01} + \frac{20z^2}{2EJ}\Bigg|_1 - 12000\frac{(z-400)}{EJ}\Bigg|_2 \tag{4}$$

Xác định góc xoay $\Delta\varphi_{01}$ tại "O" từ điều kiện:

$$V(z = 600\ \text{cm}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi_{01} = -\frac{8.10^5}{EJ} \tag{5}$$

Vị trí để có chuyển vị thẳng cực trị được tìm từ điều kiện:

$$\varphi(z_o) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{8.10^5}{EJ} + 20\frac{z_o^2}{2EJ} - 12000\frac{(z_o - 400)}{EJ} = 0$$

$$\Rightarrow z_o = 283\ \text{cm}.$$

Thay z_o = 283 cm vào (3) ta có:

$$V(z_o) = V_{max} = -\left|\frac{15{,}09.10^7}{EJ}\right|$$

Thiết kế mặt cắt ngang của dầm theo điều kiện cứng:

$$\left|\frac{15{,}09.10^7}{2.10^4 J_x}\right| \le [V] = \frac{l}{600} = \frac{600}{600} = 1 \text{ cm} \Rightarrow J_x = \frac{15{,}09.10^7}{1.2.10^4} = 7545 \text{ cm}^4.$$

Theo quy cách thép cán định hình ta chọn I_{30a} với:

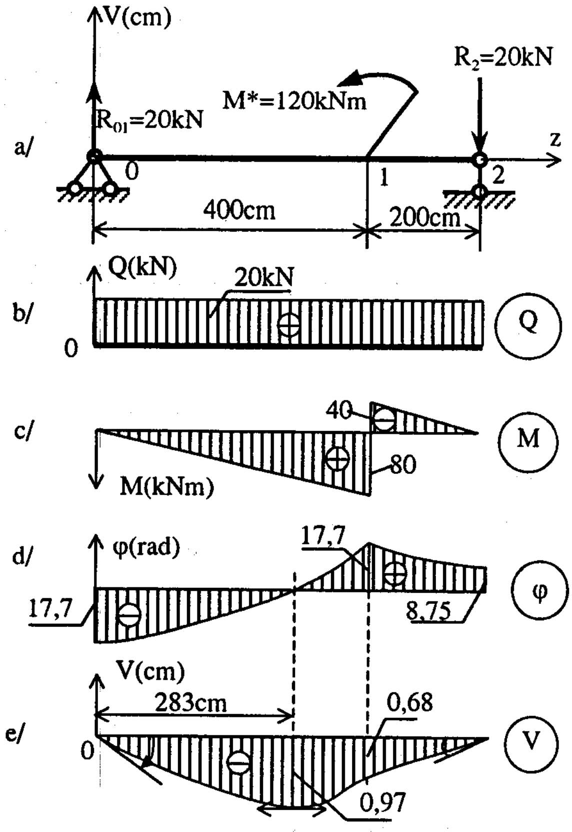
$$J_x = 7780 \text{ cm}^4 \text{ và } W'_x = 518 \text{ cm}^3.$$

Kiểm tra lại theo điều kiện bền:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{8000}{518}$$

$= 15{,}45$ kN/cm^2 < $[\sigma] = 16$ kN/cm^2.

Do đó với I_{30a} độ bền và độ cứng của dầm đều được đảm bảo. Các biểu đồ (φ), (V) trong trường hợp này được cho trên hình 6.6d, e.

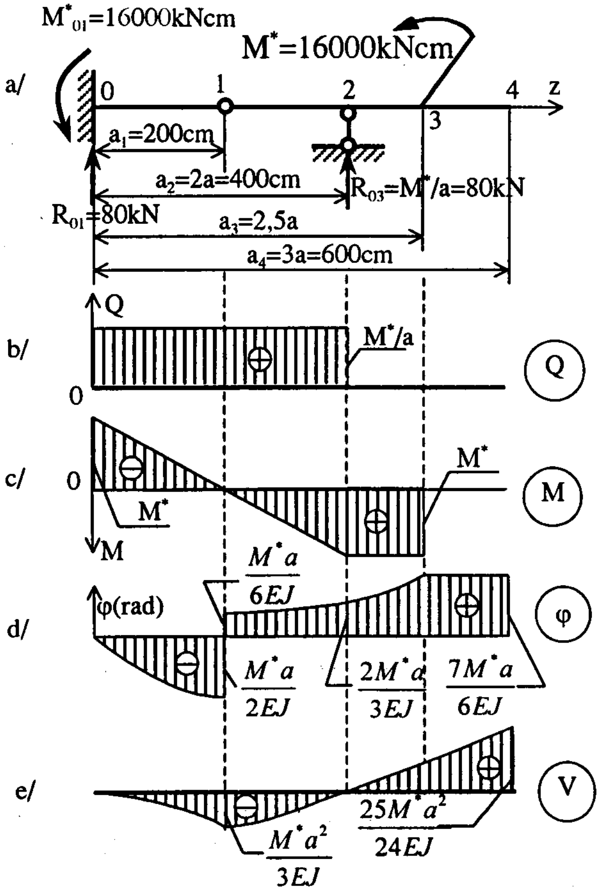


Hình 6.6.

BÀI 7

Một dầm có khớp trung gian chịu lực như hình 6.7a.

1) Hãy vẽ các biểu đò lực cắt Q, xoay φ và chuyển vị thẳng đứng V theo M^*, E, J_x?



Hình 6.7.

2) Hãy chọn mặt cắt ngang hình chữ I để dầm làm việc đủ bền và cứng? Biết: $[\sigma] = 16\ \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $[V] = 1$ cm.

GIẢI

Điều kiện cân bằng cho ta các phản lực (hình 6.7a):

$M^*_{01} = M^* = 16000$ kNcm, $R_{01} = M^*/a = 80$ kN, $R_{03} = \dfrac{M^*}{a} = 800$ kN.

Phương trình độ võng:

$$V(z) = -16000\frac{z^2}{2EJ_x} + 80\frac{z^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_1 + \Delta\varphi_{02}(z-200)\Bigg|_2 +$$

$$+80\frac{(z-400)^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{3} \quad -16000\frac{(z-500)^2}{2EJ_x}\Bigg|_{4} \qquad (1)$$

$\Delta\varphi_{02}$ được tìm từ điều kiện:

$$V\,(z = 2a = 400 \text{ cm}) = 0 \;\Rightarrow\; \Delta\varphi_{02} = \frac{2}{3}\,M^{*}.a \qquad (2)$$

Thay (2) và (1) ta được phương trình đường đàn hồi dưới dạng tường minh. Sau đó, để có φ(z), M(z) và Q(z) ta đạo hàm liên tiếp V(z) theo z. Cụ thể là:

$$\varphi(z) = \frac{dV}{dz}\;;\; M(z) = EJ_x\frac{d^2V}{dz^2}\;;\; Q(z) = \frac{dM}{dz}$$

Biểu đồ Q(z), M(z), φ(z) và V(z) theo M^{*}, a, E, J_x được cho trên các hình 6.7b, c, d, e.

Trước tiên, chúng ta sẽ chọn sơ bộ mặt cắt ngang theo điều kiện bền:

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{16000}{16} = 1000 \text{ cm}^3$$

Tra bảng quy cách thép cán định hình ta lấy I_{45} có:

$$W_x = 1231 \text{ cm}^3,\; J_x = 27696 \text{ cm}^4.$$

Bây giờ ta thử chọn mặt cắt ngang theo điều kiện cứng. Nghĩa là:

$$V_{max} = \frac{25.16000.400}{24.2.10^4.J_x} \le [V] = 1 \text{ cm} \;\Rightarrow\; J_x = 33400 \text{ cm}^4.$$

Theo điều kiện này ta phải lấy I_{50} tương ứng có: $J_x = 39727$ cm^4.

Tóm lại, để dầm làm việc thỏa mãn đồng thời cả điều kiện bền và cứng ta phải chọn thép chữ I_{50}.

BÀI 8

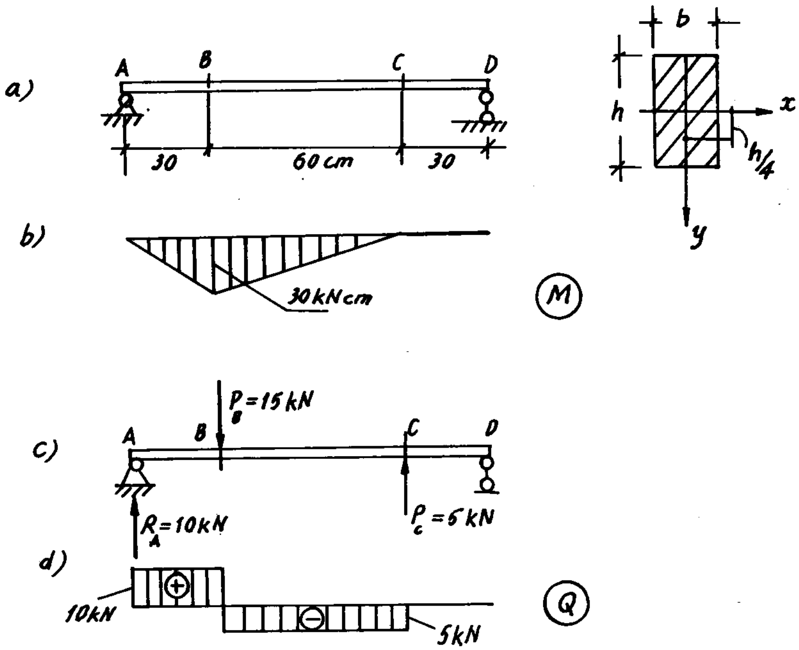
Một dầm chịu lực có sơ đồ hình học và biểu đồ mômen như hình 6.8a, b. Hãy dựng lại sơ đồ tải trọng. Vẽ biểu đồ lực cắt và tính σ ($z = \frac{h}{4}$) tại B? Biết: b = 4 cm, h = 12 cm.

GIẢI

Căn cứ vào (M) ta thấy trên toàn dầm không có mômen ngoại lực tập trung. Tại A, B, C biểu đồ mômen có điểm gãy, nên tại A và C có lực tập trung hướng lên, còn tại B có lực tập trung hướng xuống dưới. Ở D không có phản lực:

$$Q_{AB} = \frac{300}{30} = 10\text{ kN} > 0 \Rightarrow R_A = 10\text{ kN}\uparrow$$

$$Q_{BC} = \frac{300}{60} = -5\text{ kN} \Rightarrow P_c = 5\text{ kN}\uparrow$$



Hình 6.8.

Bước nhảy của Q tại B cho ta lực P_B cần tìm là:

$$P_B = 10 + 5 = 15\text{ kN}\downarrow$$

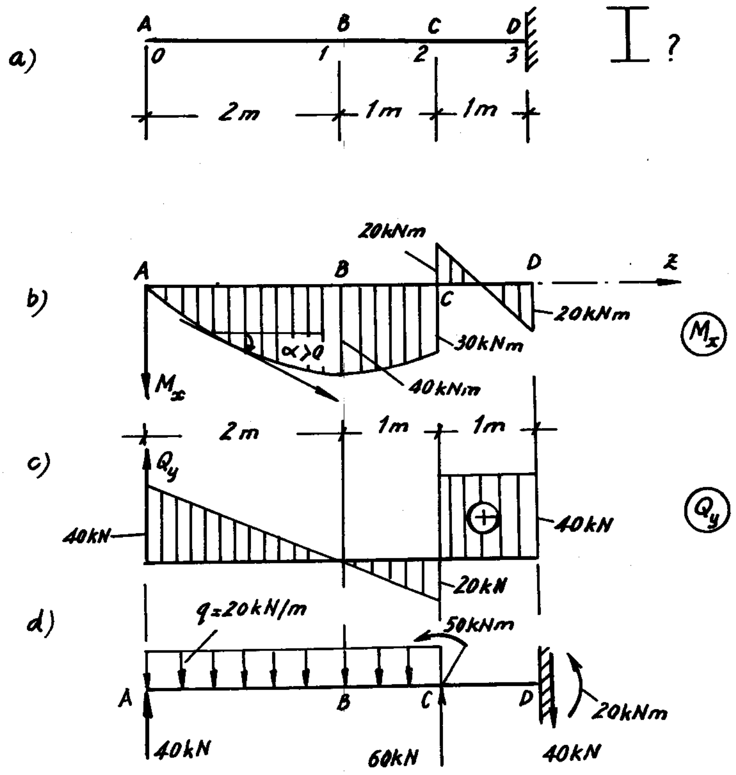
Sơ đồ tải trọng và biểu đồ lực cắt (Q) được cho trên hình 6.8c, d.

Tính $\sigma(z = h/4)$ tại mặt cắt B với $M_B = 300$ kNcm,

$$\sigma(h/4) = \frac{300.12.3}{4.12^3} = 1{,}5624\text{ kN/cm}^2.$$

BÀI 9

Một dầm chịu uốn có liên kết, kích thước và biểu đồ mômen uốn cho trên hình 6.9a, b. Hãy vẽ biểu đồ lực cắt và tải trọng tác dụng lên dầm để có biểu đồ mômen đã cho và chọn mặt cắt ngang chữ I cho dầm?



Hình 6.9.

GIẢI

Theo qui ước về chiều dương của trục z hướng sang phải và của tung độ M_x hướng xuống dưới, thì lực cắt Q_y là dương khi tiếp tuyến của biểu đồ M_x có chiều như hình 6.9b. Vì vậy, trong đoạn 2–3 lực cắt Q_y là dương:

$$Q_y = \frac{dM_x}{dz} = \frac{20+20}{1} = 40 \text{ kN}$$

Trong đoạn 0–2 biểu đồ M_x là một đường bậc 2, dạng tổng quát của đường bậc 2 có dạng:

$$M_x = Az^2 + Bz + C$$

Thay các tung độ M_x tại z = 0, z = 2 m, z = 3 m, ta có:

z = 0, ta có: C = 0.

$$z = 2 \text{ m}; M_x = 40 = A.2^2 + B.2$$

$$z = 3 \text{ m}; M_x = 30 = A.3^2 + B.3$$

Suy ra: A = –10 ; B = 40.

Vậy $M_x = -10z^2 + 40z$. Từ các liên hệ vi phân, ta có:

$$Q_y = \frac{dM_x}{dz} = (-20z + 40) \text{ kN}$$

$$q_y = \frac{dQ_y}{dz} = -20 \text{ kN/m.} \qquad \text{(a)}$$

Như vậy, biểu đồ Q_y (hình 6.9c) trong đoạn 2–3 là một hằng dương bằng 40 kN, còn trong đoạn 0 – 2 là bậc nhất, tại z = 2m thì $Q_y = 0$, tại đó M_x cực đại. Tại "2" biểu đồ M_x có bước nhảy bằng: 30 + 20 = 50 kNm nhảy từ dưới lên, chứng tỏ tại "2" có mômen ngoại lực $M_c^* = 50$ kNm làm căng thớ trên của dầm. Quan hệ (a) cho thấy trên đoạn 0–2 dầm chịu tải trọng phân bố đều hướng xuống dưới.

Từ biểu đồ Q_y ta thấy: tại 0, 2, 3 trên biểu đồ Q có bước nhảy, độ lớn và chiều của bước nhảy đúng bằng vectơ lực tập trung tương ứng tại 0, 2, 3 khi người quan sát đi từ trái sang phải theo chiều dương trục z. Những nhận biết ở trên cho ta dựng lại tải trọng trên dầm như hình 6.9d. Theo điều kiện bền, ta tìm W_x và tra bảng thép định hình chữ I để có số hiệu thép I cần tìm. Cụ thể là:

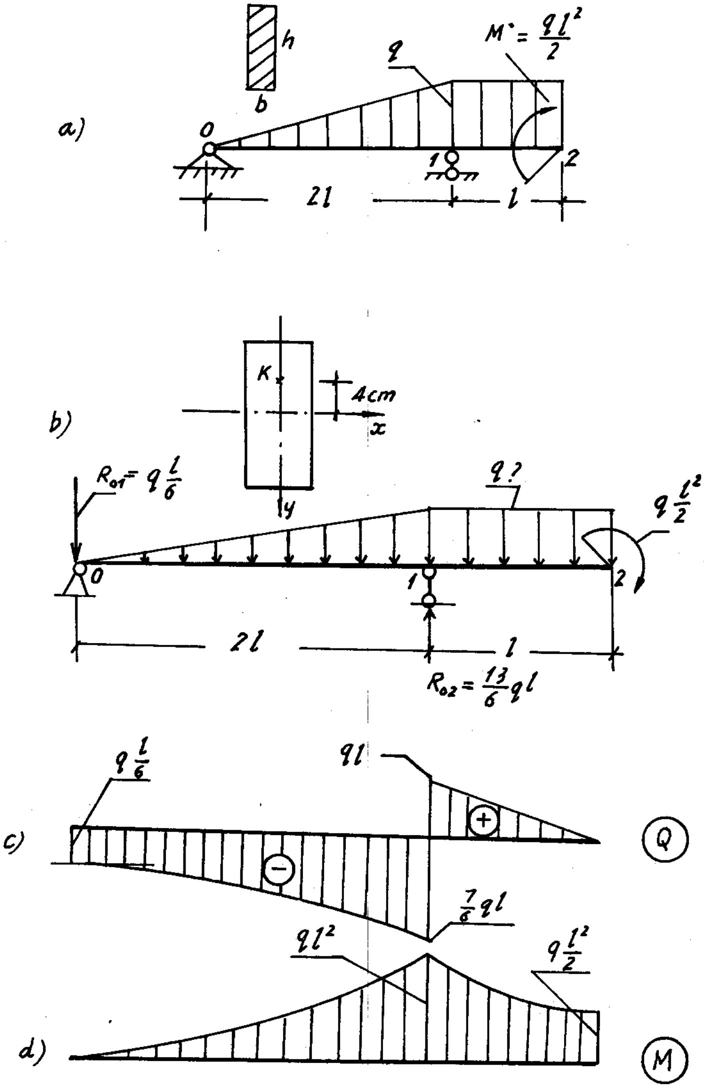
$M_{max}/W_x \le [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow W_x \ge \dfrac{4000}{16} = 250 \text{ cm}^3$. Do đó, mặt cắt cần chọn là I_{22a}.

BÀI 10

Cho một dầm chịu uốn như hình 6.10a. Hãy vẽ biểu đồ M, Q theo q và xác định tải trọng q để dầm làm việc được an toàn về bền.

Biết rằng mặt cắt ngang của dầm là một hình chữ nhật, chiều rộng b = 10 cm, chiều cao h = 15 cm, l = 2 m, $[\sigma]$ = 18 kN/cm^2.

GIẢI



Hình 6.10.

Phương trình xác định M, Q theo q:

Các phản lực R_{01}, R_{02} được tìm từ điều kiện cân bằng:

$$\sum m_1(\bar{P}) = 0 \Rightarrow R_{01} = \frac{ql}{6}$$

$$\sum m_0(\bar{P}) = 0 \Rightarrow R_{02} = \frac{13ql}{6}.$$

$$Q(z) = -\frac{ql}{6} - \frac{q}{2l}\frac{z^2}{2}\Bigg|_1 + \frac{13ql}{6}(z-2l) + \frac{q}{2l}\frac{(z-2l)^2}{2}\Bigg|_2$$

$$M(z) = -\frac{ql}{6}z - \frac{q}{2l}\frac{z^3}{3!}\Bigg|_1 + \frac{13ql}{6}.(z-2l) + \frac{q}{2l}\frac{(z-2l)^3}{3!}\Bigg|_2.$$

Biểut đồ (Q) và (M) được cho trên hình 6.10c, d.

Chọn sơ bộ tải trọng q theo mômen:

$$\frac{M_{max}}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow q \le \frac{[\sigma].W_x}{l^2} = \frac{18.10.15^2}{6.200^2} = 0{,}17\ \frac{kN}{cm}$$

Kiểm tra lại tại điểm k có $y_k = 4$ cm:

$$\sigma_k = \frac{ql^2}{J_x}.y = \frac{0{,}17.200^2}{10.15^3}.12.4 = 2{,}42\ kN/cm^2$$

$$\tau_k = \frac{QS_x^c}{J_x.\delta_c} = \frac{3Q(1-\frac{4y^2}{h^2})}{2bh} = 0{,}396\ kN/cm^2$$

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_k^2 + 4\tau_k^2} = \sqrt{2{,}42^2 + 4.0{,}396^2} = 2{,}545\ kN/cm^2.$$

Vì vậy tải trọng [q] cần chọn là: [q] = 0,17 kN/cm².

BÀI 11

Một dầm chịu uốn như hình 6.11a có mặt cắt ngang hình chữ I. Hãy chọn số hiệu thép cán chữ I để dầm làm việc đủ bền. Cho biết: $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$.

GIẢI

1) Biểu thức và biểu đồ của Q và M

$$M = R_{01}z\Big|_1 - 3.10^4(z-2)\Big|_2 - 2.10^4\frac{(z-4)^2}{2}\Big|_3 - 3.10^4 + 2.10^4\frac{(z-6)^2}{2}\Big|_4$$

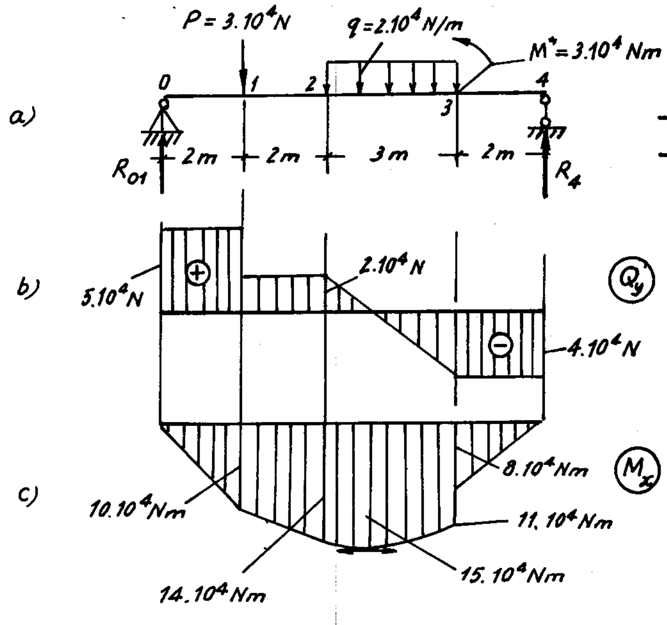
$$Q = R_{01}\Big|_1 - 3.10^4\Big|_2 - 2.10^4(z-4)\Big|_3 + 2.10^4(z-6)\Big|_4 .$$

$M(z = 9\text{ m}) = 0 \Rightarrow R_{01} = 5.10^4$ N.

Biểu đồ Q và M được cho trên hình 6.11b, c.

2) Chọn sơ bộ mặt cắt theo σ_{max}

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow W_x \ge \frac{M_{max}}{[\sigma]} .$$



Hình 6.11.

Cụ thể là:

$$W_x \geq \frac{15.10^4.10^2}{16.10^3} = 938\ cm^3.$$

Theo quy cách thép cán, ta chọn I_{40}:

$W_x = 947\ cm^3$; $J_x = 18\ 930\ cm^4$; $S_x = 540\ cm^3$

$h = 40$ cm ; $b = 15{,}5$ cm ; $t = 1{,}3$ cm ; $d = 0{,}8$ cm.

Kiểm tra lại ứng suất pháp:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x^{max}}{W_x} = \frac{15.10^6}{947} = 15{,}840\ N/cm^2 < [\sigma] = 16{,}000\ N/cm^2.$$

Ứng suất tiếp cực đại trên trục trung hoà x tại mặt cắt "0" được xác định bằng công thức:

$$\tau_{max} = \frac{Q_y^{max}.S_x^c}{J_x\delta_c} = \frac{5.10^4.540}{18.930 \times 0{,}8} = 1780\ N/cm^2$$

Kiểm tra bền theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có M_x và Q_y đều lớn, ta thấy mặt cắt tại 2 và 3, tại 2, $M_x = 14.10^4$ Nm; $Q_y = 2.10^4$ N; tại 3: $M_x = 11.10^4$ Nm; $Q_y = 4.10^4$ N. Như vậy mặt cắt 2 nguy hiểm hơn.

Kiểm tra bền ở mặt cắt 2:

Kiểm tra ứng suất tiếp lớn nhất trên trục trung hoà x:

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x\delta_c} = \frac{2.10^4.540}{18.930 \times 0{,}8} = 713\ N/cm^2 < [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = 8.10^3\ N/cm^2.$$

Kiểm tra bền đối với điểm tiếp giáp giữa lòng và đế chữ I, điểm này có ứng suất pháp là:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x}\left(\frac{h}{2} - t\right) = \frac{14.10^6}{18.930}(20 - 1{,}3) = 13830\ N/cm^2.$$

Ứng suất tiếp tại điểm tiếp giáp giữa lòng và đế xác định theo công thức của Zuravski:

$$\tau_1 = \frac{Q_y}{J_x\delta_c}\left[S_x - \frac{\delta_c}{2}\left(\frac{h}{2} - t\right)^2\right]$$

$$\tau_1 = \frac{2.10^4}{18.930.0,8}\left[540 - \frac{0,8}{2}\left(\frac{40}{2} - 13\right)^2\right] = 528\ \text{N/cm}^2.$$

Điều kiện bền theo thuyết ứng suất tiếp cực đại là:

$$\sigma_{td} = \sqrt{(13,8)^2 + 4(0,528)^2} = 13,84\ \text{kN/cm}^2 < [\sigma] = 16\ \text{kN/cm}^2.$$

Mặt cắt 2 thỏa mãn điều kiện bền.

BÀI 12

Cho dầm chịu uốn có kích thước, liên kết, lực tác dụng như hình 6.12a.

1) Vẽ biểu đồ lực cắt (Q_y) và mômen uốn (M_x).

2) Xác định tải trọng cho phép [q] theo điều kiện bền của dầm. Biết $[\sigma] = 16$ kN/cm^2, bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

Tính độ võng và góc xoay tại C của dầm ứng với giá trị của tải trọng [q] đã tính được ở câu 2.

GIẢI

1) Phản lực liên kết tại A và B, biểu đồ mômen uốn M_x và biểu độ lực Q_y được vẽ nhanh trên hình 6.12b,c,d.

2) Biểu đồ mômen cho thấy mặt cắt bên phải C là nguy hiểm nhất, tại đó:

$$M_{max} = ql^2.$$

Điều kiện để xác định tải trọng cho phép [q] là:

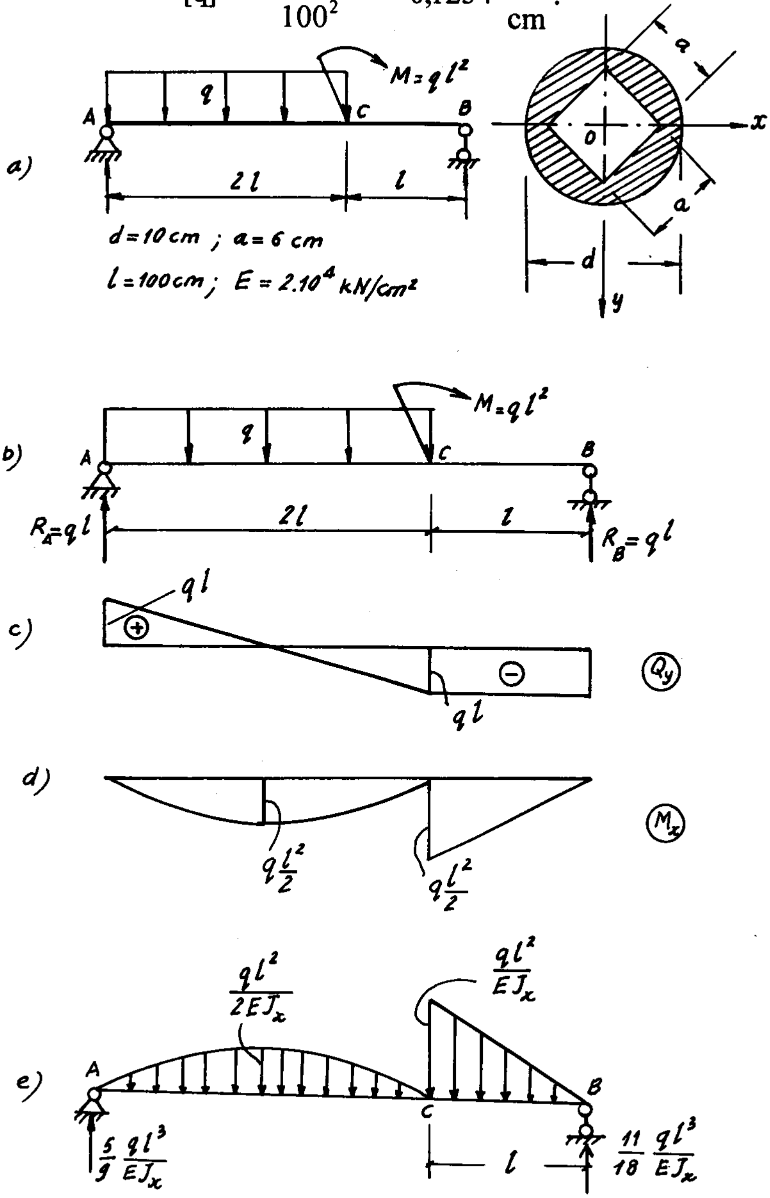
$$\frac{[q]l^2}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow [q] \le \frac{[\sigma]W_x}{l^2} \qquad \text{(a)}$$

$$J_x = J_x^{(tròn)} - J_x^{(vuông)} = 0,05\,d^4 - \frac{a^4}{12} = 0,05.10^4 - \frac{6^4}{12} = 392\ \text{cm}^4$$

$$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{J_x}{0{,}5\,d} = 78{,}4\ \text{cm}^3.$$

Thay vào (a) ta có:

$$[q] = \frac{78{,}4 \times 16}{100^2} = 0{,}1254\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}}.$$



Hình 6.12.

3) Để tính chuyển vị thẳng đứng tại C, ta xây dựng dầm giả tạo chịu lực giả tạo như hình 6.12e.

Lấy mômen đối với điểm C do tải trọng giả tạo gây ra, khi xét phần dầm CB, ta có chuyển vị thẳng tại C:

$$V_c = M_{gt}^c = \frac{11}{18}\frac{ql^3.l}{EJ_x} - \frac{ql^2 l}{2EJ_x}.\frac{l}{3} = \frac{4}{9}\frac{ql^4}{EJ} =$$

$$= \frac{4}{9}.\frac{0{,}1254.100^4}{2.10^4.392} = 0{,}71 \text{ cm}.$$

Điểm C đi xuống.

Góc xoay tại C được tính tương tự khi khảo sát điều kiện cân bằng theo phương thẳng đứng của một trong hai đoạn AC hoặc CB ta đi đến:

$$Q_{gt}^{(c)} = \varphi_c = \frac{ql^2.l}{2EJ_x} - \frac{11l^3}{18EJ} = -\frac{2ql^3}{18EJ_x}.$$

Mặt cắt C quay ngược chiều kim đồng hồ.

BÀI 13

Một dầm có sơ đồ hình học và biểu đồ mômen uốn như hình 6.13a, b. Hãy dựng lại sơ đồ tải trọng, vẽ biểu đồ lực cắt và tính chuyển vị thẳng đứng ở mặt cắt "K" giữa dầm?

GIẢI

Căn cứ vào bước nhảy và điểm gãy của biểu đồ mômen ta thấy tại A phải có lực tập trung P hướng xuống dưới và có độ lớn sao cho:

$$P_A.0{,}5 = 2 \text{ kNm} \Rightarrow P_A = \frac{2}{0{,}5} = 4 \text{ kN}.$$

tại B và C có mômen tập trung sao cho $M_B^* = 4$ kNm, $M_c^* = 2$ kNm. Khi đi từ trái sang phải M_B^* căng dưới, M_c^* căng trên. Sơ đồ tải trọng như hình 6.13c.

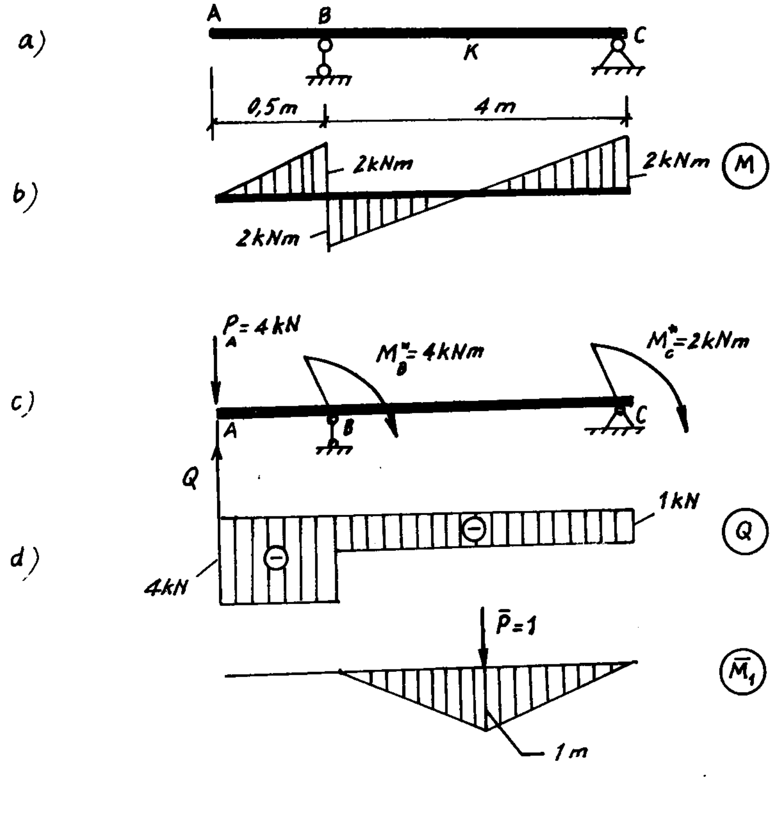
Biểu đồ lực cắt (hình 6.13d) có thể vẽ trực tiếp qua sơ đồ chịu tải đã có hoặc suy ra trực tiếp từ biểu đồ (M). Cụ thể là:

$$Q_{AB} = -\frac{2}{0,5} = -4\text{ kN}\ ;\ Q_{BC} = -\frac{4}{4} = -1\text{ kN}.$$

Chuyển vị tại mặt cắt "K" được tính bằng phương pháp nhân biểu đồ. Cụ thể là:

$$V_K = \sum \frac{1}{EJ}\,(\overline{M}_1)\,(M) = 0$$

Điểm K không có chuyển vị thẳng đứng vì trong đoạn BC, $(\overline{M}_1)$ đối xứng còn (M) phản xứng.



Hình 6.13

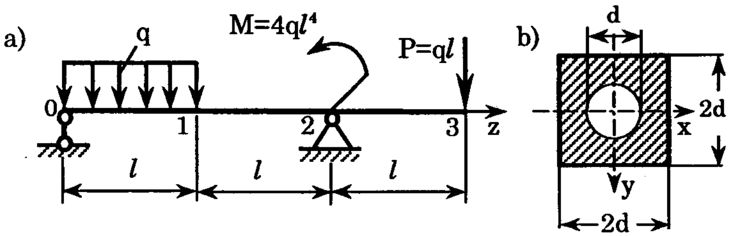
BÀI 14

Cho một dầm chịu uốn như hình 6.14a có mặt cắt ngang như hình 6.14b.

1) Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x.

2) Kiểm tra độ bền theo ứng suất pháp. Cho biết $[\sigma] = 12$ kN/cm^2, $d = 5$ cm, $E = 2.10^4 \dfrac{kN}{cm^2}$, $q = 0{,}2$ kN/cm, $l = 0{,}5$ m.

3) Tính độ võng tại mặt cắt 3 và góc xoay của mặt cắt 2, vẽ (V), (φ)



Hình 6.14a, b.

GIẢI

Để đáp ứng tốt nhất yêu cầu của bài toán, trước hết hãy thiết lập các biểu thức của chuyển vị $V(z)$, $\varphi(z)$ và nội lực $M_x(z)$, $Q_y(z)$. Cụ thể là theo phương pháp vạn năng ta có:

$$\left.\begin{aligned}
V(z) &= \Delta\varphi_{01}z + R_{01}\frac{z^3}{6EJ_x} - q\frac{z^4}{24EJ_x}\Bigg|_{i=1} + q\frac{(z-l)^4}{24EJ_x}\Bigg|_{i=2} \\
&\quad + R_{03}\frac{(z-2l)^3}{6EJ_x} - \frac{4ql^2(z-2l)^2}{2EJ_x}\Bigg|_{i=3}. \\
\varphi(z) &= \Delta\varphi_{01} + R_{01}\frac{z^2}{2EJ_x} - q\frac{z^3}{6EJ_x}\Bigg|_{i=1} + q\frac{(z-l)^3}{6EJ_x}\Bigg|_{i=2} \\
&\quad - \frac{4ql^2(z-2l)}{EJ_x} + R_{03}\frac{(z-2l)^2}{2EJ_x}\Bigg|_{i=3}. \\
M_z(z) &= R_{01}\,z - q\frac{z^2}{2}\Bigg|_{i=1} + q\frac{(z-l)^2}{2}\Bigg|_{i=2} - 4ql^2 + R_{03}(z-2l)\Bigg|_{i=3} \\
Q_y(z) &= R_{01} - qz\Big|_{i=1} + q(z-l)\Big|_{i=2} + R_{03}\Big|_{i=3}
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Các hằng số $\Delta\varphi_{01}$, R_{01}, R_{03} được xác định từ các điều kiện sau đây:

$$\left.\begin{aligned}
V\,(z = 2l) &= 0 \\
M_z(z - 3l) &= 0 \\
Q_y(z = 3l) &= P
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Giải hệ (2) ta được:

$$\Delta\varphi_{01} = -1{,}85.10^{-3}\ \text{rad}\ ;\ R_{01} = 2{,}25\ ql = 22{,}5\ \text{kN}\ ;\ R_{03} = -2{,}5\ \text{kN}.$$

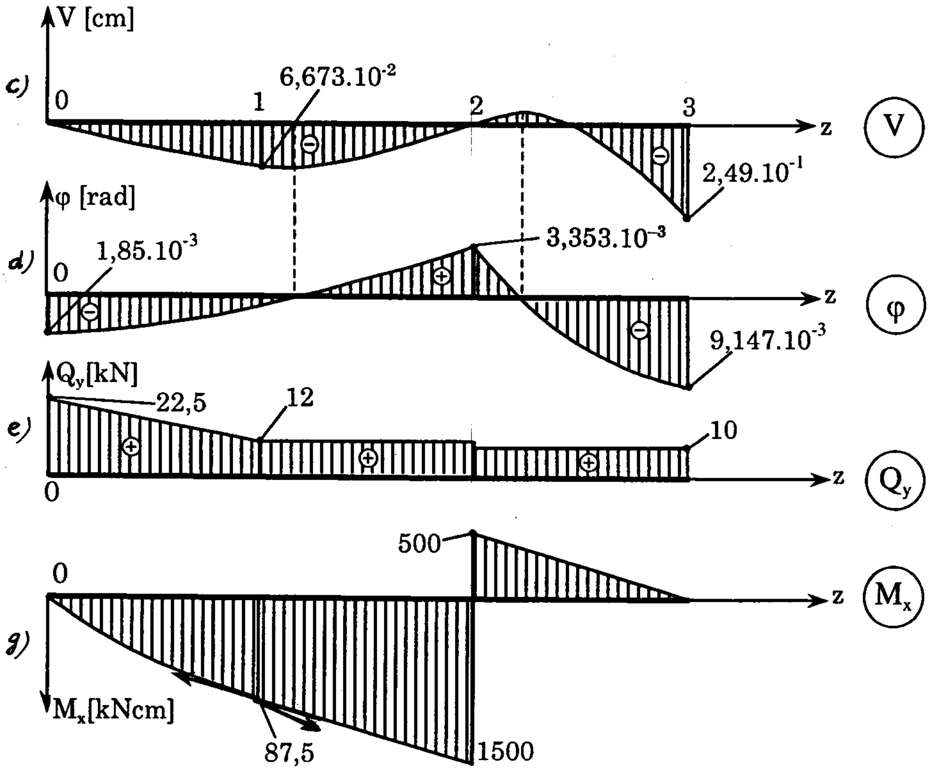
Thay các kết quả này vào (1) ta có các biểu thức của chuyển vị và nội lực dưới dạng tường mình. Theo các biểu thức trong (1) biểu đồ của (V), (φ), (Q_y), (M_x) được vẽ trên các hình 6.14c, d, e, g.

Độ võng tại mặt cắt 3 là:

$$V(z = 3l = 150) = -2{,}49.10^{-1} \text{ cm.}$$

Góc xoay tại mặt cắt 2 là:

$$\varphi(z = 2l = 100) = +3{,}353.10^{-3} \text{ rad.}$$



Hình 6.14c,d,e,g.

Kiểm tra điều kiện bền chỉ kể đến tác dụng của mômen uốn:

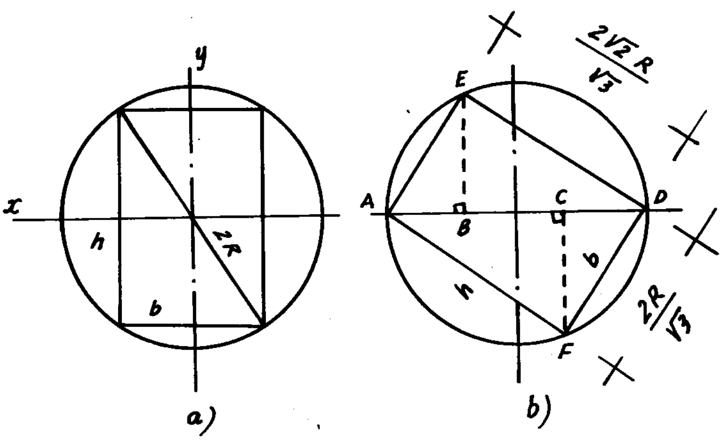
$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\,max}}{W_x} = \frac{1500}{J_x/y_{max}} = \frac{1500.d}{J_x.2} = \frac{1500}{1,2833.d^3} = \frac{1500}{160,41} =$$

$$= 9,35\ \frac{kN}{cm^2}.$$

Dầm đã cho thừa bền.

BÀI 15

Từ một cây gỗ tròn đường kính mặt cắt ngang D = 2R, người ta muốn xẻ để bóc thành một dầm mặt cắt chữ nhật b x h sao cho có độ bền uốn lớn nhất có thể và chỉ rõ cách xác định b, h.



Hình 6.15.

GIẢI

Bài toán rất thực tế này do Paran đề xuất và được thực hiện như sau:

Giả sử mặt cắt ngang b x h đã có.

Vì $b^2 + h^2 = 4R^2$.

nên $h^2 = 4R^2 - b^2$.

Do đó, mômen chống uốn của mặt cắt ngang đối với trục x là:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b}{6}\left(4R^2 - b^2\right)$$

Hàm W_x (b, h) có cực trị khi $b = 2R/\sqrt{3}$ và $h = b.\sqrt{2}$.

Thực hành xác định b, h như sau:

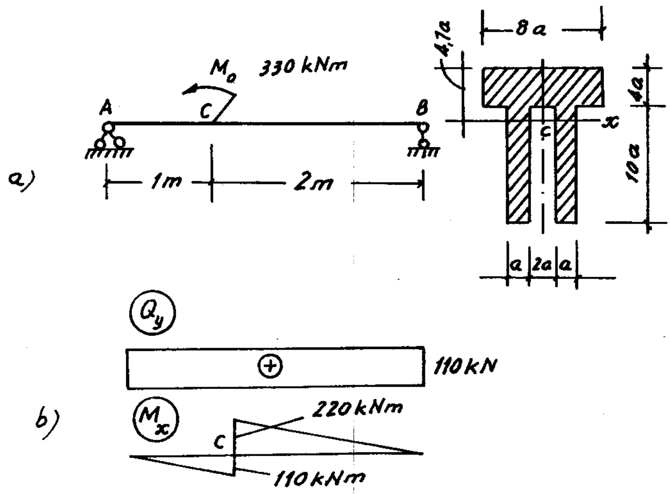
Chia đường kính AD = 2R ra làm ba đoạn AB = BC = CD. Từ B và C vẽ các đường BE $\perp$ AD, CF $\perp$ AD. 4 điểm AEDF trên chu vi mặt tròn là hình chữ nhật cần tìm và người ta xẻ theo các đường AE, DF, ED và AF (hình 6.15b).

BÀI 16

Chọn kích thước a của mặt cắt ngang đối với dầm chịu lực như hình 6.16a. Biết $[\sigma]_k = 9$ kN/cm², $[\sigma]_n = 12$ kN/cm².

GIẢI

Biểu đồ nội lực (Q_y), (M_x) được cho trên hình 6.16b.



Hình 6.16.

Trọng tâm mặt cắt cách mép trên:

$$y_c = \frac{4a.8a.2a + 2.10a.a.9a}{4a.8a + 2.10a.a} = 4{,}7a.$$

Mômen quán tính trung tâm của mặt cắt:

$$J_x = \frac{8a(14a)^3}{12} + (2,3a)^2\,8a.14a - \frac{6a(10a)^3}{12} - (4,3a)^2\,6a.10a = 812,6\,a^4.$$

Mặt cắt hợp lý phải thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{y_k}{y_n} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad \text{hay } y_k = \frac{3}{4}\,y_n.$$

Ở mặt cắt bên phải điểm C, mômen căng trên nên:

$$\frac{y_k}{y_n} = \frac{4,7a}{9,3a} < \frac{3}{4}$$

thớ bị nén đạt giới hạn nguy hiểm trước. Do đó ta có điều kiện bền:

$$\frac{M_x}{J_x}\,y_n \le [\sigma]_n \Rightarrow \frac{22000}{812,6a^4}\,9,3a \le 12$$

$\underline{a \ge 2,75 \text{ cm}}$.

Ở mặt cắt bên trái điểm C, mômen căng dưới $\frac{y_k}{y_n} = \frac{9,3a}{4,7a} > \frac{3}{4}$.

Ở đây thớ kéo đạt nguy hiểm trước. Vậy:

$$\frac{M_x}{J_x}\,y_k \le [\sigma]_k \Rightarrow \frac{11000}{812,6a^4}\,.\,9,3a \le 9 \Rightarrow \underline{a \ge 2,4 \text{ cm}}.$$

Kích thước cần thiết kế là: a = 2,75 cm.

BÀI 17

Một dầm mặt cắt ngang hình vuông chịu lực như hình 6.17a.

1) Vẽ biểu đồ nội lức Q_y và M_x.

2. Xác định kích thước mặt cắt ngang theo q, l, [σ] khi chỉ kể đến tác dụng của mômen uốn.

3. Viết phương trình đường đàn hồi, tính độ võng tại c và góc xoay tại A?

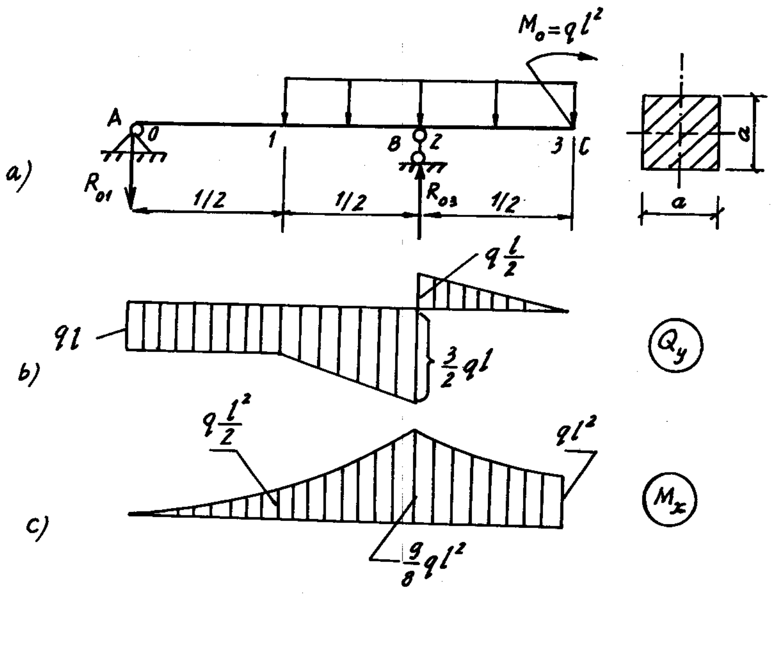
GIẢI

1) Các biểu thức của Q_y và M_x:

$$Q_y(z) = R_{01}\Big|_{i=1} - q\left(z - l/2\right)\Big|_{i=2} + R_{03}\Big|_{i=3}$$

$$M_x(z) = R_{01}z\Big|_{i=1} - q\frac{(z - l/2)^2}{2}\Big|_{i=2} + R_{03}(z - l)\Big|_{i=3}$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_y(z = 1{,}5l) \;= 0 \\ M_x(z = 1{,}5l) = -ql^2 \end{array}\right\} \Rightarrow R_{01} = -ql \downarrow \;;\; R_{03} = 2ql \uparrow \text{ (hình 6.17a).}$$



Hình 6.17.

Biểu đồ Q_y và M_x được mô tả trên hình 6.17b, c.

2) Mặt cắt nguy hiểm nhất theo M_x là mặt cắt "2". Điều kiện bền tại đây được viết:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x^{(2)}}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow \frac{9ql^2.6}{8.a^3} \le [\sigma] \Rightarrow a \ge \sqrt[3]{\frac{9ql^2.6}{8[\sigma]}} = 3\sqrt[3]{\frac{3ql^2}{4[\sigma]}}$$

3) Phương trình đường đàn hồi V(z)

$$V(z) = \Delta\varphi_{01}z - ql\frac{z^3}{3!EJ_x}\Bigg|_{i=1} - q\frac{(z-l/2)^4}{4!EJ_x}\Bigg|_{i=2} + 2ql\frac{(z-l)^3}{3!EJ_x}\Bigg|_{i=3}$$

$$EJ_x\varphi(z) = \Delta\varphi_{01}EJ_x - ql\frac{z^2}{2}\Bigg|_{i=1} - q\frac{(z-l/2)^3}{3!} + 2ql\frac{(z-l)^2}{2}\Bigg|_{i=3}$$

Tính $\Delta\varphi_{01} = \varphi_A$ và V_C:

$$V(z = l) = 0 \Rightarrow \Delta\varphi_{01} = \varphi_A = \frac{11}{48}\cdot\frac{ql^4}{EJ}$$ (xoay ngược kim đồng hồ)

$$V_C = V(z = 1{,}5l) = -\frac{10{,}5\,ql^4}{48EJ}$$ (điểm C đi xuống).

BÀI 18

Cho dầm có mặt cắt ngang và chịu lực như trên hình 6.18a.

1. Vẽ biểu đồ nội lực Q_y, M_x.

2. Xác định kích thước mặt cắt ngang, cho biết: q, l, $[\sigma]$. Khi tính bỏ qua lực cắt.

3. Tính V_C, φ_C do P gây ra, biết EJ_x = const (khi tính bỏ qua tải trọng phân bố đều).

GIẢI

1) Phương trình mômen uốn, lực cắt và biểu đồ của chúng hình 6.18b, c.

$$M_x(z) = -qlz - q\frac{z^2}{2}\Bigg|_1 + R_{02}(z - l/2)\Bigg|_2 + q\frac{(z-l)^2}{2}\Bigg|_3,$$

$$Q_y(z) = -ql - qz\Bigg|_1 + R_{02}\Bigg|_2 + q(z-l)\Bigg|_3.$$

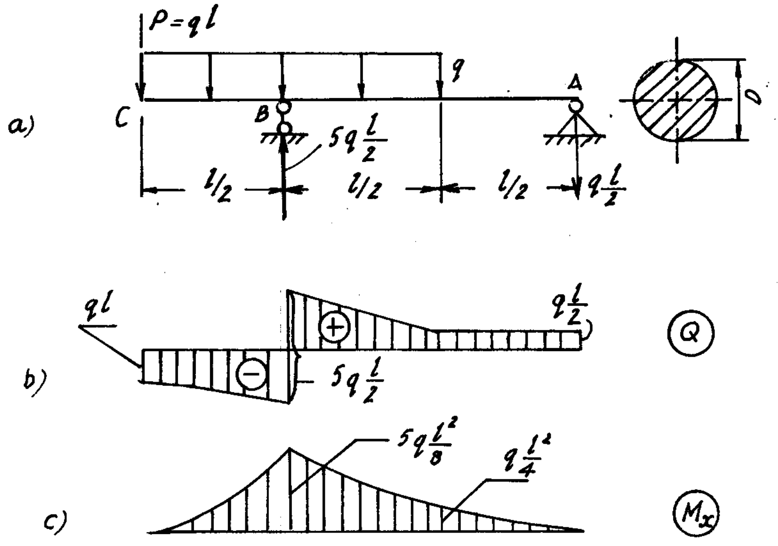
2) Phương trình đường đàn hồi:

$$EJV(z) = \Delta V_{01}.EJ + \Delta\varphi_{01}.EJ.z - P.\frac{z^3}{3!} - q\frac{z^4}{4!}\Bigg|_{1} + R_{02}\frac{(z-l/2)^3}{3!}\Bigg|_{2} + q\frac{(z-l)^4}{4!}\Bigg|_{3}$$

$M_x(z = 1{,}5\,l) = 0 \Rightarrow R_{02} = \dfrac{5ql}{2}$ và khi không có lực phân bố ta có:

$R^*_{02} = 1{,}5\,P.$

$$\left.\begin{array}{l} V_1(z = l/2) = 0 \\ V_3(z = 1{,}5l) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} V_c = \Delta V_{01} = -\dfrac{3Pl^3}{24EJ} \text{ (điểm C đi xuống dưới).} \\ \varphi_c = \Delta\varphi_{01} = Pl^2/14EJ \text{ (quay ngược kim đồng hồ).} \end{array}$$



Hình 6.18.

BÀI 19

Cho một dầm chịu uốn có mặt cắt ngang, liên kết và chịu lực như ở hình 6.19a. Mặt cắt ngang của dầm là hai hình tròn đường kính d ghép cứng lại với nhau.

1. Vẽ biểu đồ lực cắt (Q_y) và mômen uốn (M_x).

2. Tìm kích thước d để dầm thỏa mãn điều kiện bền. Bỏ qua ảnh hưởng lực cắt.

3. Tính độ võng tại C ứng với kích thước d của dầm tính được ở câu 2 bằng phương pháp tải trọng giả tạo.

Biết $E = 2.10^7$ N/cm², $[\sigma] = 16$ kN/cm².

GIẢI

1) Biểu đồ (Q_y) và (M_x) như hình 6.19b, c.

2) Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

$$J_x = 2\left[J_{xo} + \left(\frac{d}{2}\right)^2.\frac{\pi d^2}{4}\right] \qquad J_{xo} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$J_x = 0{,}491\ d^4$$

$$W_x = \frac{J_x}{d} = 0{,}491\ d^3.$$

Điều kiện bền: $\max|\sigma| = \dfrac{\max|M_x|}{W_x} \leq [\sigma]$. Thay số vào, ta có:

$$\frac{30.10^2}{0{,}491d^3} \leq [\sigma] = 16\ ;\ d \geq \sqrt[3]{\frac{30.10^2}{0{,}491.16}} \simeq 7{,}26\ \text{(cm)}$$

3) Phương pháp tải trọng giả tạo tính V_C.

Tải trọng giả tạo đặt lên dầm giả tạo như hình 6.19d.

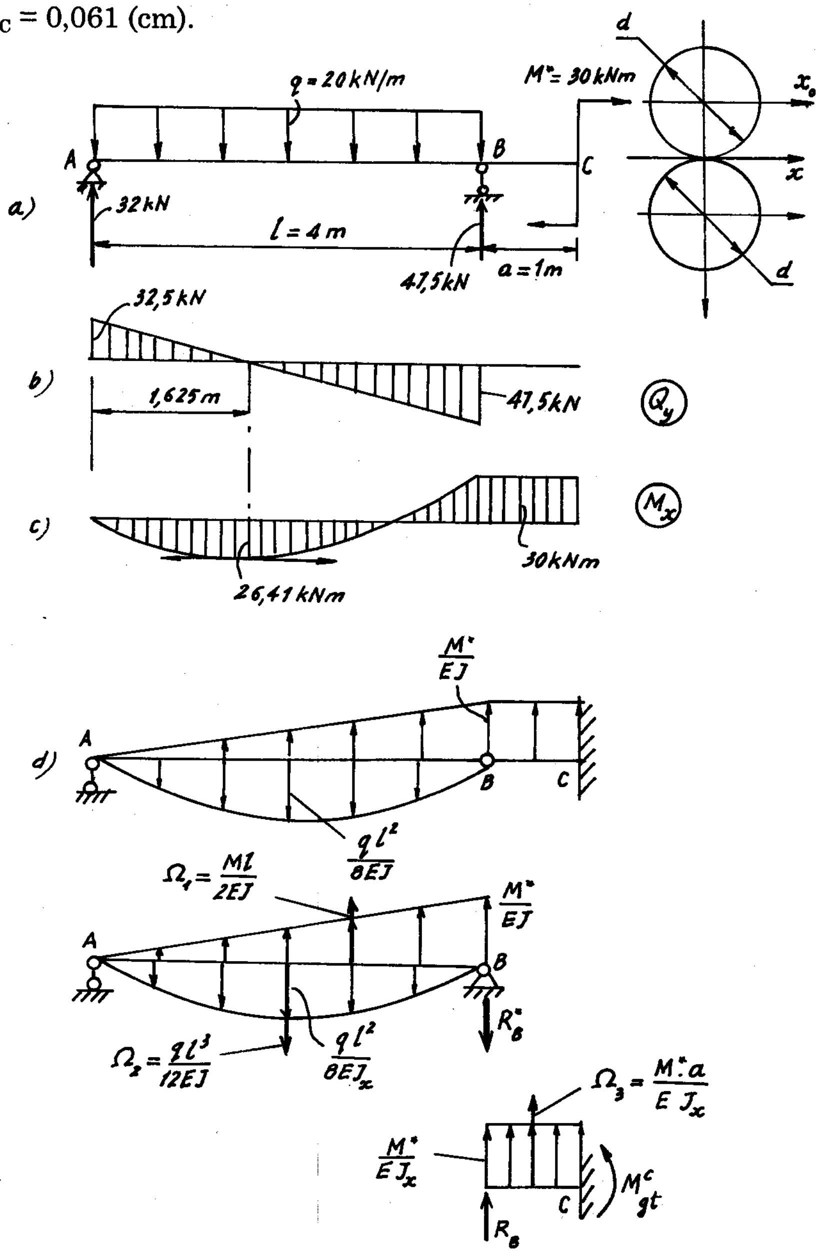
$$\Omega_1 = \frac{1}{2}.\frac{M^*}{EJ}.l = \frac{M^*l}{2EJ_x} \quad ; \quad \Omega_2 = \frac{2}{3}.\frac{ql^2}{8EJ_x}.l = \frac{ql^3}{12EJ_x}$$

$$\Omega_3 = \frac{M^*a}{EJ_x} \quad ; \quad R^*_B = \frac{2\Omega_1}{3} - \frac{\Omega_2}{2} = -R_B$$

$$M^c_{gt} = R_B.a + \Omega_3.\frac{a}{2}\ ;\ V_C = \frac{a}{EJ_x}\left(\frac{M^*l}{3} + \frac{M^*a}{2} - \frac{ql^3}{24}\right)$$

$$V_C = \frac{100}{2.10^4.0,491.7,26^4}\left[\frac{30.10^2.400}{3} + \frac{30.10^2.100}{2} - \frac{0,2.400^3}{24}\right]$$

$V_C = 0,061$ (cm).



Hình 6.19.

BÀI 20

Tính ứng suất tương đương lớn nhất σ_{tdmax} trên mặt cắt ngang chữ I_{33}, chịu các mômen uốn M_x căng trên và Q_y như hình 6.20, với M_x = 960 000 daNcm, Q_y = 19140 daN.

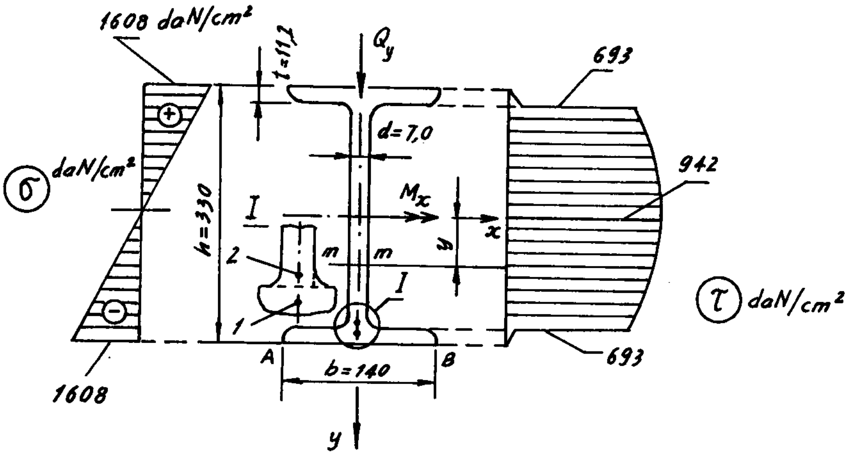
GIẢI

$$\sigma_{td}^{(+h/2)} = \sigma_{max}^{(+\frac{h}{2})} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{960.000}{597} = 1608 \text{ daN/cm}^2.$$

$$\sigma_{td}^{(y=0)} = \sqrt{0 + 3\tau_{max}^2} = \sqrt{3}.\frac{Q_y.S_x^c}{J_x.\delta_c} = \sqrt{3}.\frac{19140.339}{9840.0,7} = 942 \text{ daN/cm}^2.$$

σ_{td} (y = 15,38 điểm 2 của lòng) $= \sqrt{\sigma_2^2 + 3\tau_2^2} = \sqrt{1500,5^2 + 3.693^2} =$

$= 1921,5$ daN/cm^2.



Hình 6.20.

trong đó:

$$\sigma_2 = \frac{960000}{98400}.15,38 = 1500,48 \text{ daN/cm}^2$$

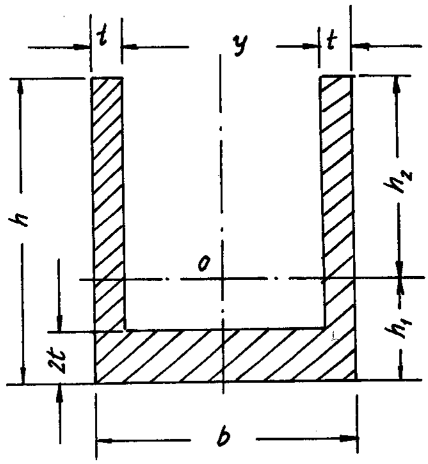
$$\tau_2 = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x.\delta_c} = \frac{19140.250}{9840.0,7} = 693 \text{ daN/cm}^2.$$

Vậy ứng suất tương đương lớn nhất xảy ra ở điểm 2 giữa lòng và đế thuộc về lòng. Cụ thể là:

$$\sigma_{tdmax} = 1921{,}5\ \text{daN/cm}^2.$$

BÀI 21

Một thanh mặt cắt ngang hình chữ U vật liệu làm thanh có: $[\sigma_n] = 3\,[\sigma_k]$. Mặt cắt hình chữ U có: b = 20 cm, t = 1 cm. Hãy tính chiều cao h hợp lý cho mặt cắt ngang chữ U (hình 6.21).



Hình 6.21.

GIẢI

Gọi trục ox là trục trung hoà. Theo điều kiện đồng bền của các thớ biên $\sigma_{maxk} = [\sigma]_k$, $\sigma_{min} = [\sigma]_n$ ta có:

$$\frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{W_{xn}}{W_{xk}} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{[\sigma_k]}{[\sigma_n]} = \frac{1}{3}$$

Vì

$$h_1 + h_2 = h,\ h_1 = \frac{h}{4} \text{ và } h_2 = \frac{3}{4}\,h.$$

Trục trung hoà ox phải là trục trung tâm, nghĩa là:

$S_x = 0$. Điều này cho ta:

$$S_x = -\ (b - 2t)\ 2t\left(\frac{h}{4} - t\right) + 2ht\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{4}\right) = -36\left(\frac{h}{4} - 1\right) + \frac{h^2}{2} = 0$$

hay

$$h^2 - 18h + 72 = 0.$$

Giải phương trình này ta có:

$$h = 9 \pm \sqrt{9} = 9 \pm 3.$$

Vì vậy, chiều cao hợp lý h của mặt cắt phải bằng 6 cm hoặc 12 cm.

BÀI 22

Trên mặt cắt của một dầm chữ I chịu lực cắt Q_y và M_x cho trước, hãy tính ứng suất tiếp τ_{zy} dọc theo chiều cao chữ I, tính σ_{td} tại điểm tiếp giáp giữa lòng và đế và τ_{max}? (hình 6.22a).

GIẢI

Để đơn giản ta coi phần đế và phần lòng của chữ I có hình chữ nhật. Ứng suất tiếp ở phần lòng là τ_{zy}, còn ứng suất tiếp ở phần đế là τ_{zx}. ở đây ta chỉ nêu cách tính τ_{zy}.

Ta thực hiện một nhát cắt vuông góc với trục y tại điểm k có tung độ y ở lòng chữ I (hình 6.22b), mômen tĩnh của phần diện tích bị cắt đối với trục x là:

$$S_x^c = S_x - d.y\frac{y}{2}$$

trong đó:

S_x – mômen tĩnh của một nửa chữ I đối với trục x;

y – tung độ của điểm k trên mặt cắt đang xét;

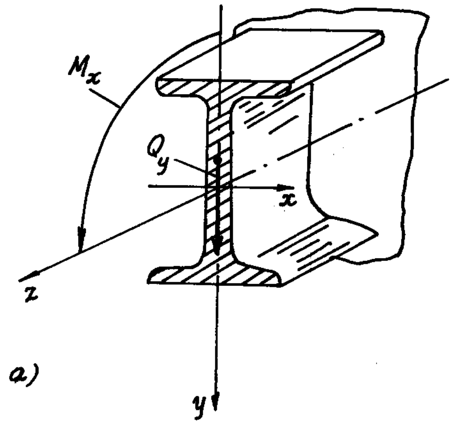
d – bề rộng của lòng chữ I.

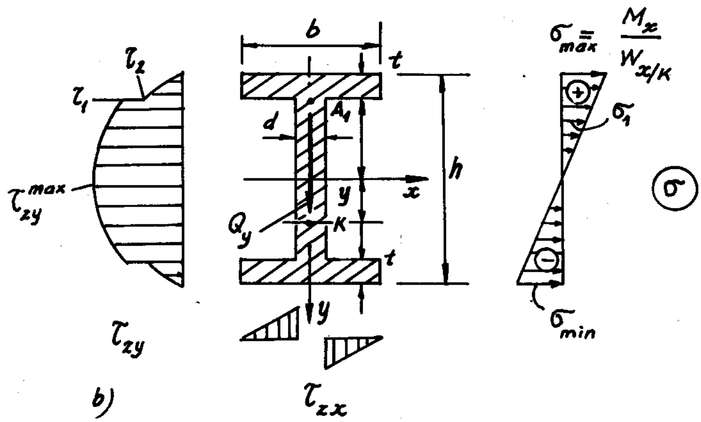
Ứng suất tiếp của một điểm k bất kỳ, tung độ y của lòng chữ I là:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x.\delta_c} = \frac{Q_y\left[S_x - d\frac{y^2}{2}\right]}{J_x.d} \qquad (a)$$

Quy luật phân bố τ_{zy} theo chiều cao là đường parabol, tại điểm nằm trên trục trung hoà, ứng suất tiếp lớn nhất là:

$$\tau_{zy}^{max} = \frac{Q_y S_x}{J_x.d}$$





Hình 6.22.

Tại điểm A_1 tiếp giáp giữa lòng và đế nhưng thuộc về lòng, ứng suất tiếp được tính theo công thức (a):

$$\tau_{A_1} = \frac{Q_y\left[S_x - \frac{d}{2}\left(\frac{h}{2} - t\right)^2\right]}{J_x d}$$

Tại điểm A_2 thuộc về đế chữ I, ứng suất tiếp tính theo công thức (a) với $J_x d$ được thay bằng $J_x b$:

$$\tau_{A_2} = \frac{Q_y\left[S_x - \frac{d}{2}\left(\frac{h}{2} - t\right)^2\right]}{J_x b}$$

Do d < b nên $\tau_{A_1} > \tau_{A_2}$ vì vậy, khi kiểm tra bền, ta cần chú ý kiểm tra đối với các điểm có: $\tau_{\frac{max}{min}}$, τ_{zy}^{max} và σ_{td} tại điểm có τ_{A_1}. Cụ thể là:

$\sigma_{\frac{max}{min}} \le [\sigma]_{k/n}$; $\tau_{max} \le [\tau]$ và $\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_{A_1}^2 + 4\tau_{A_1}^2} \le [\sigma]$.

Trong thực tế, để khử sự tập trung ứng suất tại chỗ tiếp giáp giữa lòng và đế, tại đó người ta tạo một góc lượn thích hợp. Vì vậy biểu đồ phân bố ứng suất tiếp sẽ không có bước nhảy đột ngột như hình 6.22b.

BÀI 23

Một dầm mặt cắt chữ I chịu lực như hình 6.23a. Hãy vẽ biểu đồ lực cắt $Q_y(z)$, mômen uốn $M_x(z)$ và chọn số hiệu thép I, biết $[\sigma] = 16\ \frac{kN}{cm^2}$,

$a = 200$ cm, $q = 0{,}1\ \frac{kN}{cm}$.

GIẢI

Phải xác định phản lực liên kết và viết các biểu thức nội lực. Cụ thể là:

$$Q(z) = -qz + \frac{q}{a}\frac{z^2}{2!}\Bigg|_{\substack{1 \\ 0 \le z \le a}} + R_{02}\Bigg|_{\substack{2 \\ a \le z \le 2a}}$$

$$-\frac{q}{a}\frac{(z-2a)^2}{2!}\Bigg|_{\substack{3 \\ 2a \le z \le 2{,}5a}} - q(z - 2{,}5a)\Bigg|_{\substack{4 \\ 2{,}5a \le z \le 3a}} \cdot$$

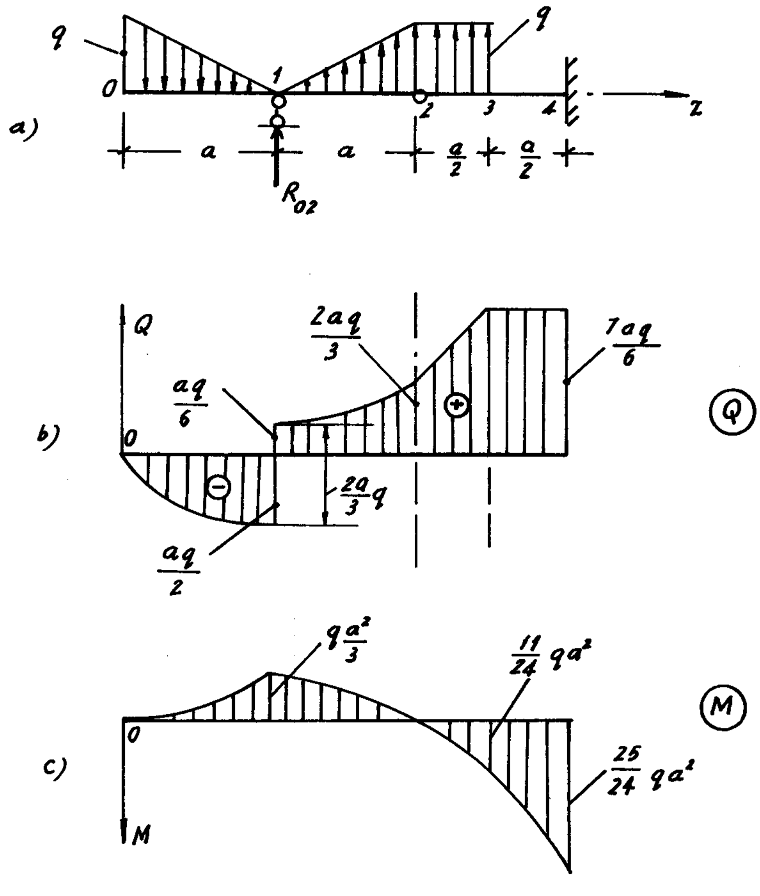
$$M(z) = -q\cdot\frac{z^2}{2} + \frac{q}{a}\frac{z^3}{3!}\Bigg|_{\substack{1 \\ 0 \le z \le a}} + R_{01}(z-a)\Bigg|_{\substack{2 \\ a \le z \le 2a}} -$$

$$-\frac{q}{a}\cdot\frac{(z-2a)^3}{3!}\Bigg|_{3}^{\;}\;\;\;\; -q\frac{(z-2,5a)^2}{2}\Bigg|_{4}$$

$$\qquad\qquad 2a \le z \le 2,5a \qquad\qquad\qquad\qquad 2,5a \le z \le 3a$$

Tại $z = 2a$ thì $M(2a) = 0 \Rightarrow R_{02} = \frac{2}{3}\,qa\uparrow$.

Thay R_{02} vào $Q(z)$ và $M(z)$ và vẽ biểu đồ (Q), (M) như hình 6.23b, c.



Hình 6.23.

Mặt cắt 4 là mặt cắt nguy hiểm nhất, tại đó:

$$\sigma_{max} = \frac{25qa^2}{24.W_x} \le [\sigma] \Rightarrow W_x \ge \frac{25qa^2}{24[\sigma]} = \frac{25.0,1.200^2}{24\times16} = 260,4\ cm^3$$

Theo bảng quy cách thép cán chữ I ta lấy: I_{24} có $W_x = 289$ cm^3. Khi kiểm tra lại có kể đến lực cắt $Q = \frac{7qa}{6}$ ở mặt cắt này tại điểm tiếp giáp giữa cánh và bụng của nó theo công thức: $\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ ta thấy điều kiện bền hoàn toàn đảm bảo. Cụ thể là:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Bạn đọc tự thực hiện phép tính này như đã chỉ dẫn ở bài 22.

BÀI 24

Cho dầm có biểu đồ lực cắt và mặt cắt ngang như trên hình 6.24. Biết rằng trên dầm chỉ có một mômen tập trung tác dụng tại A và các tải trọng khác, C là trọng tâm mặt cắt. Hãy:

1) Xác định tải trọng tác dụng lên dầm theo q và a.

2) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm theo q và a.

3) Chỉ ra tất cả các mặt cắt ngang mà trên đó ta tách ra các phân tố hình hộp có một mặt vuông góc với trục dầm có:

a) Tất cả các phân tố đều là phân tố trượt thuần túy.

b) Tất cả các phân tố đều là phân tố chính.

4) Xác định giá trị của q và a. Biết rằng ứng suất chính có trị số lớn nhất ứng với trường hợp 3. a) là 1,32 kN/cm^2, ứng với trường 3. b) là 32,29 kN/cm^2.

GIẢI

1) Xác định tải trọng trên dầm

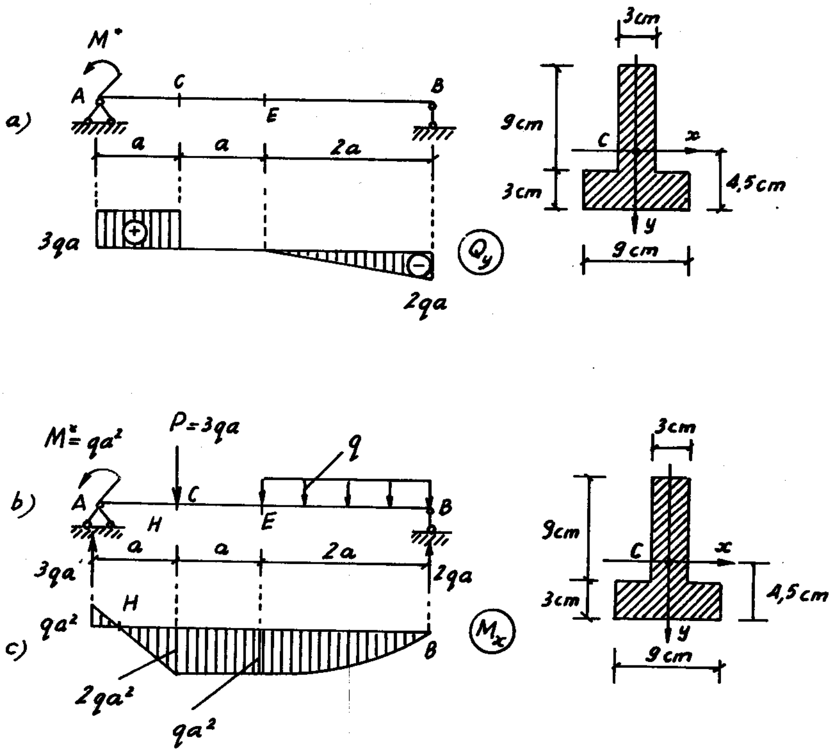
Biểu đồ Q_y cho thấy trên dầm có 3 lực tập trung tại A và B chính là các phản lực $R_A = 3qa$, $R_B = 2qa$ hướng lên và tại C có lực tập trung $P = 3qa$ hướng xuống. Đoạn EB có lực phân bố đều đi xuống:

$$\frac{dQ}{dz} = \operatorname{tg}\alpha_Q = \frac{2qa}{2a} = q\downarrow$$

Mômen tập trung M* được tìm từ:

$$\Sigma m_A = M^* - 3qa.a - 2qa.3a + 2qa.4a = 0$$

Suy ra $M^* = qa^2$.



Hình 6.24.

Như vậy tại A có mômen tập trung bằng qa^2 quay ngược chiều kim đồng hồ. Sơ đồ tải trọng tác dụng lên dầm (hình 6.24b).

2) Vẽ biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực như trên hình 6.24a, c.

3 a. Các mặt cắt H và B có $M_x = 0$, $Q_y \neq 0$ nên trên các mặt của phân tố chỉ có ứng suất tiếp. Do đó các phân tố tách ra trên các mặt cắt này là các phân tố trượt thuần túy.

3 b. Tất cả các mặt cắt trên đoạn CE có $Q_y = 0$ còn $M_x \neq 0$ nên trên các mặt của các phân tố được tách ra trên các mặt cắt của đoạn CE, không có ứng suất tiếp, các phân tố này đều là phân tố chính.

• Phân tố trượt thuần túy có ứng suất chính lớn nhất là phân tố nằm trên trục x:

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = |\tau_{max}| = \frac{|Q_y|\,|S_x^c|}{J_x \delta_c}$$

$$J_x = \frac{3.9^3}{12} + 3.3.3.9 + \frac{9.3^3}{12} + 3.3.3.9 = 688,5 \text{ cm}^4$$

$$S_x^c = \frac{7,5}{12}.7,5.3 = 84,375 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{max} = \frac{3qa}{688,5}\,\frac{84,375}{3} = 1,332 \text{ kN/cm}^2 \qquad (1)$$

• Các phân tố chính thuộc đoạn CE đều là trạng thái ứng suất đơn, phân tố có trị số ứng suất chính lớn nhất là phân tố nằm ở mặt trên của dầm trong đoạn này:

$$\max|\sigma_z| = \frac{M_x}{J_x} y_k = \frac{2qa^2}{688,5}\,.\,7,5 = 32,29 \text{ kN/cm}^2 \qquad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) tìm được:

$a = 136,36$ cm $= 1,36$ m ; $q = 0,0797$ kN/cm $= 7,97$ kN/m.

BÀI 25

Một dầm chịu lực cân bằng như hình 6.25a, có a = 200 cm, $[\sigma] = 16$ kN/cm², $q = 0,5\ \frac{kN}{cm}$. Hãy viết các phương trình độ võng, góc xoay, mômen uốn, lực cắt và vẽ (M_x), (Q_y). Chọn mặt cắt chữ I theo mômen uốn?

GIẢI

Theo công thức của phương pháp vạn năng ta viết được:

$$V(z) = M_{01}^{*}\frac{z^2}{2!\,EJ_x} + R_{01}\frac{z^3}{3!\,EJ_x} - q\frac{z^4}{4!\,EJ_x}\Bigg|_{i=1}$$

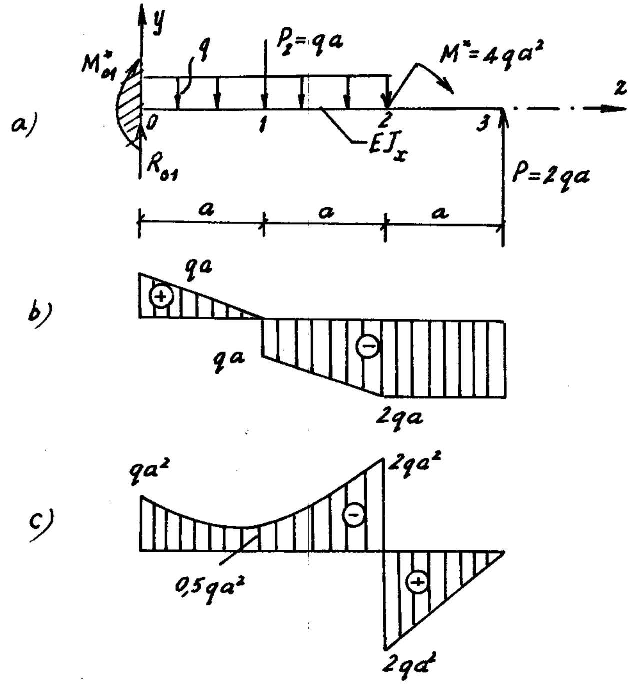
$$-qa\frac{(z-a)^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{i=2} + 4qa^2\frac{(z-2a)^2}{2!\,EJ_x} + q\frac{(z-2a)^4}{4!\,EJ_x}\Bigg|_{i=3}$$

$$\varphi(z) = \frac{M^*_{01}z}{EJ_x} + R_{01}\frac{z^2}{2!\,EJ_x} - q\frac{z^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{i=1} -$$

$$-qa\frac{(z-a)^2}{2!\,EJ_x}\Bigg|_{i=2} + 4qa^2\frac{(z-2a)}{EJ_x} + q\frac{(z-2a)^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{i=3}.$$

$$M_x(z) = M^*_{01} + R_{01}z - q\frac{z^2}{2}\Bigg|_{i=1} - qa(z-a)\Big|_{i=2} + 4qa^2 + q\frac{(z-2a)^2}{2}\Bigg|_{i=3}$$

$$Q_y(z) = R_{01} - qz\Big|_{i=1} - qa\Big|_{i=2} + q(z-2a)\Big|_{i=3}$$



Hình 6.25.

Các phản lực M^*_{01}, R_{01} được xác định từ điều kiện:

$$\left.\begin{array}{l} M_x(z=3a) = 0 \\ Q_y(z=3a) = -2qa \end{array}\right. \Rightarrow \quad M^*_{01} = -qa^2;\ R_{01} = qa\uparrow$$

Thay $M^*_{01} = -qa^2$ và $R_{01} = qa$ vào phương trình V(z) và φ(z). Ta sẽ được phương trình độ võng và góc xoay dạng tường minh.

Theo các hàm $M_x(z)$ và $Q_y(z)$ ta vẽ biểu đồ (M_x) và (Q_y) như hình 6.25b, c.

Chọn số hiệu thép chữ I theo $M_{max} = 2qa^2$ (hình 6.25c):

$$W_x \geq \frac{2qa^2}{[\sigma]} = \frac{2.0,5.200^2}{16} = 2500\ cm^3.$$

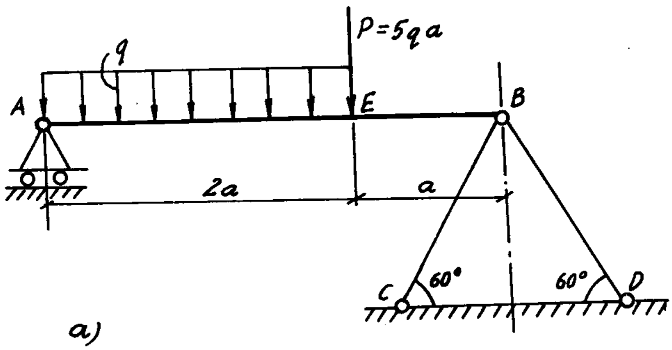
Theo quy cách thép cán chữ I ta chọn I_{60} có: $W_x = 2560\ cm^3$ để kể đến ảnh hưởng của lực cắt.

BÀI 26

Cho kết cấu chịu lực như hình 6.26a.

1. Các thanh BC và BD có mặt cắt ngang tròn, đường kính $d = \frac{a}{10}$. Tìm ứng suất lớn nhất trong thanh BC và BD theo q, a?

2. Thanh AB có mặt cắt ngang là hình chữ nhật, kích thước b x h $= \frac{a}{15} \times \frac{a}{10}$. Vẽ biểu đồ nội lực Q_y và M_x và kiểm tra bền cho thanh AB? Biết [σ] của thanh AB là 25.000 q/a.



Hình 6.26a.

GIẢI

Tách hệ đã cho thành hai phần như hình 6.26b,c. Điều kiện cân bằng cho ta:

- Đối với dầm AB: $R_A = 3qa$

$$R_B = 4qa\uparrow$$

- Đối với hệ thanh BCD:

$$\rightarrow R'_B = 4qa\downarrow$$

Do tính đối xứng: $N_C = N_D = \dfrac{4qa}{\sqrt{3}}$.

2/ Tính ứng suất lớn nhất trong thanh BC và BD.

$$\sigma_z^{BC} = \sigma_z^{BD} = \frac{N_C}{F} = \frac{4qa}{\sqrt{3} \times \dfrac{\pi d^2}{4}} = \frac{1600q}{\sqrt{3}.\pi a}$$

3/ Biểu đồ nội lực Q_y và M_x trên thanh AB (hình 6.26e, g).

4/ Kiểm tra bền:

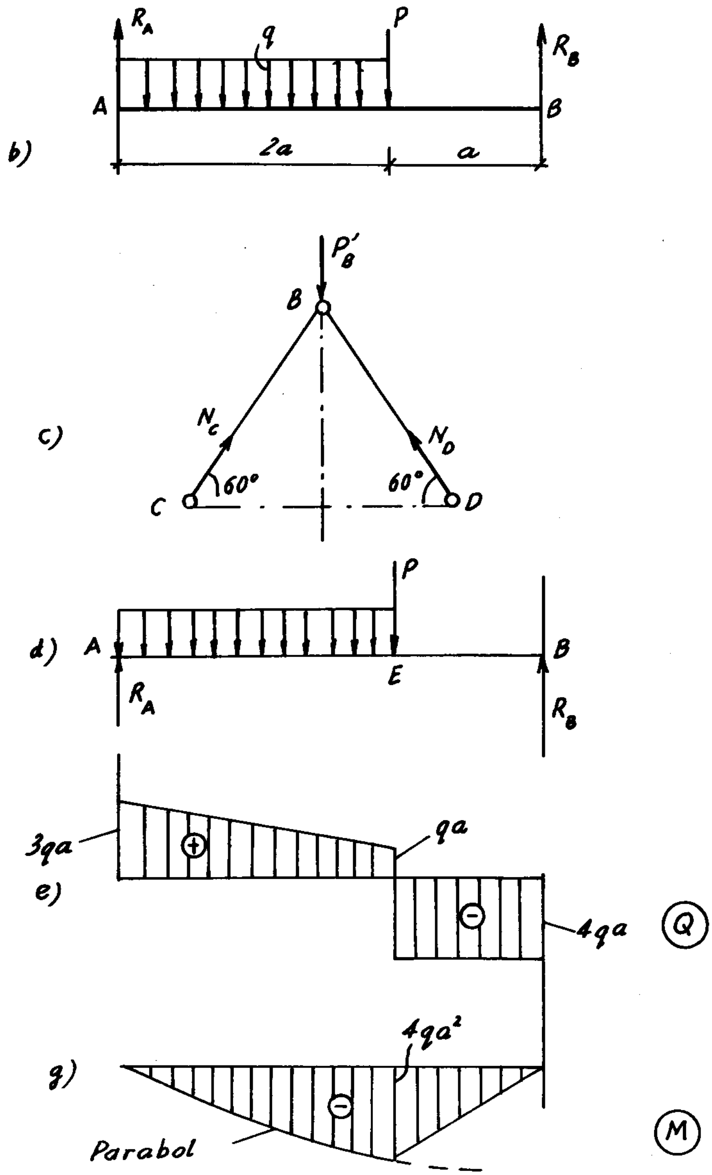
- Mặt cắt nguy hiểm: mặt cắt qua E có $M_{xmax} = 4qa^2$.
- Điều kiện bền:

$$\sigma_{zmax} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \le [\sigma].$$

$$\sigma_{zmax} = 36.000\ q/a$$

$$[\sigma] = 35.000\ q/a$$

$\rightarrow \sigma_{zmax} > [\sigma]$ nhưng không quá 5% nên thanh vẫn đủ bền và kinh tế.



Hình 6.26b, c, d, e, g.

BÀI 27

Một dầm chịu lực cân bằng như hình 6.27. Hãy xác định vị trí x của điểm đặt lực P để phương trình độ võng của AB là bậc nhất?

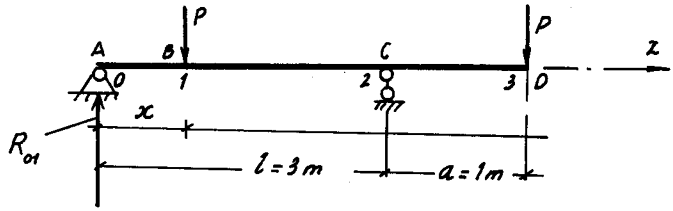
GIẢI

Để cho độ võng V(z) trên AB là bậc nhất thì:

$$\varphi(z) = V'(z) = \text{hằng} \quad \text{và} \quad M_x(z) = EJ_x V''(z) = 0 \qquad \text{(a)}$$

Gọi R_{01} là phản lực ở gối A, thì phương trình M(z) trong đoạn AB là:

$$M(z) = R_{01}z \qquad \text{(b)}$$



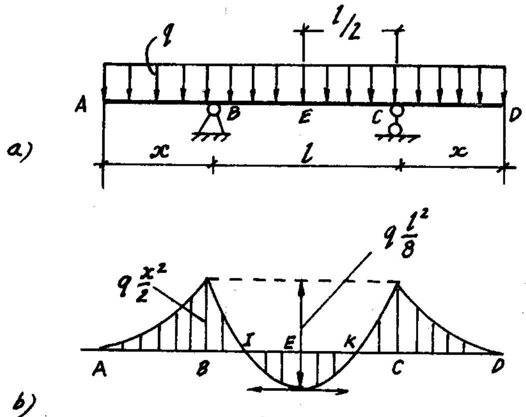
Hình 6.27.

Từ điều kiện cân bằng mômen đối với điểm C (cụ thể là $\sum m_c(\bar{P}_k) = 0$) và các quan hệ (a), (b). Ta rút ra:

$$R_{01} = \frac{P(l - x - a)}{l} = 0 \quad \text{hay} \quad x = 2\text{ m}.$$

BÀI 28

Một dầm chịu lực phân bố đều như hình 6.28a. Hãy xác định chiều dài x của côngxôn để dầm làm việc hợp lý nhất và chỉ rõ mặt cắt nào chỉ có ứng suất tiếp, còn mặt cắt nào không có ứng suất?



GIẢI

Hình 6.28.

Để dầm làm việc hợp lý nhất thì từ biểu đồ M ta phải có:

$$|M_x|_B = |M_x|_E = |M_x|_C \qquad (a)$$

trong đó:

$$M_x(B) = q\frac{x^2}{2} = M_x(C)$$

$$M_x(E) = \frac{ql^2}{8} - \frac{qlx}{2}$$

Do đó, giải phương trình (a) ta có:

$$q\frac{x^2}{2} = \frac{ql^2}{8} - \frac{qlx}{2}$$

Nghiệm cần tìm phải là: $x = 0,2071\, l$.

Tại các mặt cắt A, I, K, D mômen uốn bằng không, nên $\sigma = 0$.

Tại các mặt cắt A, E, D không có ứng suất tiếp vì tại đó $Q = 0$.

Tại A, D thì $Q = 0$, $M = 0$ do đó, tại đây không có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp.

BÀI 29

Một dầm mặt cắt ngang hình chữ I_{82} có $J_x = 230603$ cm^4 chịu lực như hình 6.29a. Hãy chọn tải trọng cho phép [q] tác dụng lên dầm và kiểm tra lại độ bền của dầm với a = 1 m, $[\sigma] = 16\ \frac{kN}{cm^2}$.

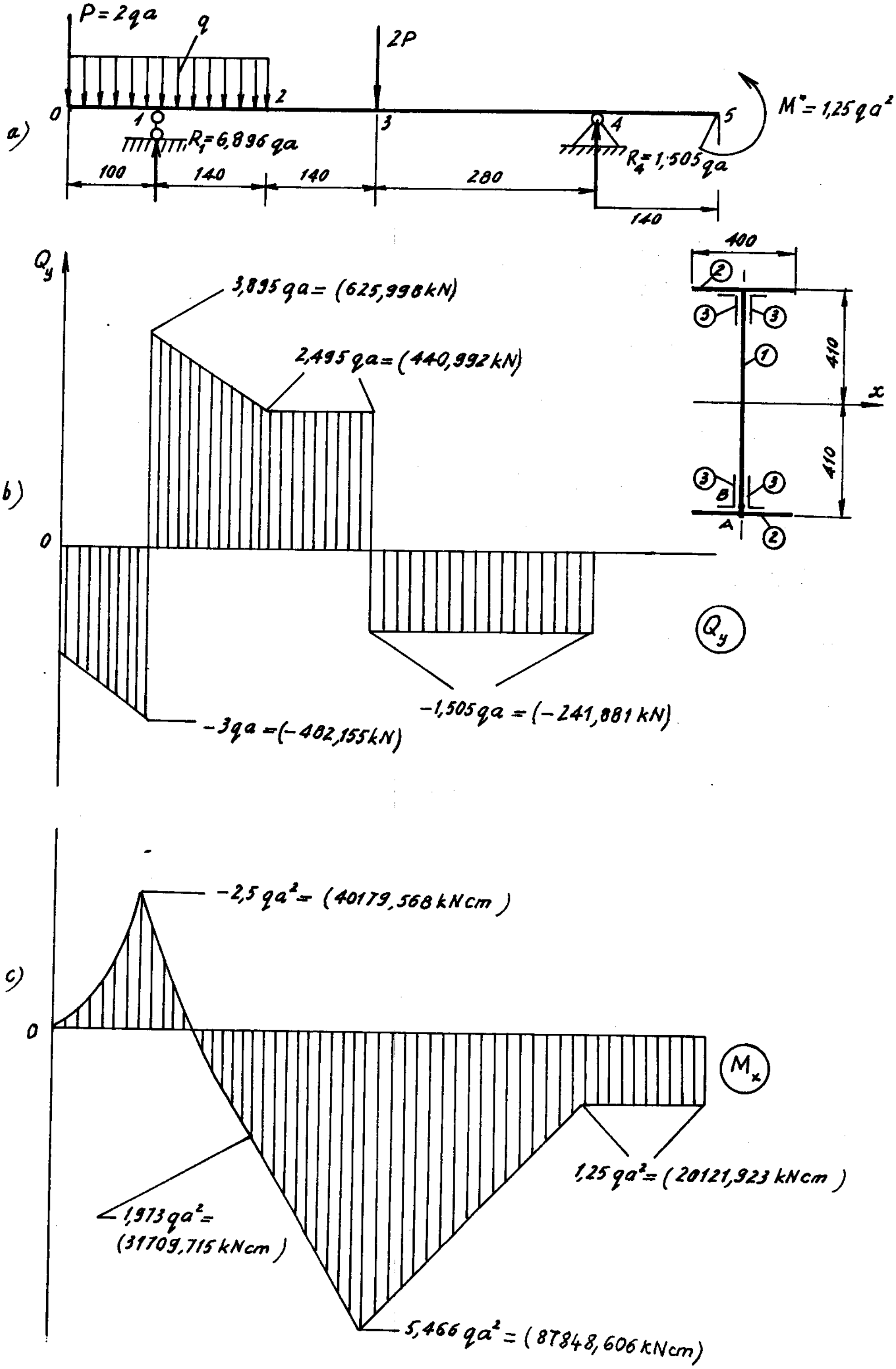
GIẢI

1. Biểu đồ lực cắt và mômen uốn được mô tả trên hình 6.29b, c.

2. Tính tải trọng cho phép [q] kiểm tra độ bền ở những mặt cắt có khả năng nguy hiểm

Trên biểu đồ $M_x(z)$ hình 6.29c mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt 3, tại đó mômen là lớn nhất $M_{max} = 5,466\ qa^2$. Xét điểm A trên mặt cắt 3 cách xa trục trung hoà một đoạn $y_{max} = 42$ cm.

Trước hết ta chọn tải trọng cho phép sơ bộ theo ứng suất pháp lớn nhất:


P = 2qa
q
2P
M* = 1,25qa²
a)
0
1
2
3
4
5
R₁ = 6,896 qa
R₄ = 1,505 qa
100
140
140
280
140
400
410
410
x
A
B
b)
Qy
3,895 qa = (625,998 kN)
2,495 qa = (440,992 kN)
-3qa = (-482,155 kN)
-1,505 qa = (-241,881 kN)
c)
-2,5 qa² = (40179,568 kNcm)
1,973 qa² = (31709,715 kNcm)
5,466 qa² = (87848,606 kNcm)
1,25 qa² = (20121,923 kNcm)
Mx

Hình 6.29.

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{J_x} y_{max} \leq [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{5{,}466 \times q \times 100^2 \times 42}{230603} \leq 16 \text{ kN/cm}^2$$

$$\Rightarrow q \leq \frac{16 \times 230603{,}0}{5{,}466 \times 100^2 \times 42} = 1{,}607182757 \text{ KN/cm}$$

$\Rightarrow [q] = 1{,}6072$ KN/cm.

Kiểm tra điều kiện bền ở chính mặt cắt 3, tại điểm B có $y_B = 41$ cm:

$$\sigma_{3,B} = \frac{M_{x,b}}{J_x} y_B = \frac{5{,}466 \times 1{,}6072 \times 100^2.41}{230603{,}0} =$$

$= 15{,}619$ kN/cm²

$$\tau_{3,B} = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x.\delta_c} = \frac{1{,}6072.100.2{,}495.1660}{230603 \times 2{,}2} =$$

$= 1{,}312$ kN/cm².

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{td} = \sqrt{(15{,}619)^2 + 4(1{,}313)^2} = 15{,}84 \leq 16 \Rightarrow \frac{\sigma_{td} - 16}{16} 100 = -1\% < 5\%.$$

Vậy ở mặt cắt 3 tại điểm B có $y_B = 41$ cm thỏa mãn rất tốt điều kiện bền khi bị uốn.

Xét mặt cắt 1 tại điểm cách trục trung hoà $y_B = 41$ cm (điểm B).

$M_{1,x} = 2{,}5qa^2$

$Q_{1,x} = 3{,}895qa$

$$\sigma_B = \frac{M_{1x} y_B}{J_x} = \frac{3{,}895 \times 1{,}6072 \times 100^2 \times 41}{230603{,}0} = 11{,}401 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x.\delta_c} = \frac{3{,}895 \times 1{,}6072 \times 100 \times 1660}{230603{,}6 \times 2{,}2} = 2{,}05\ \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + 4\tau_1^2} < [\sigma]$$

$$\sigma_{td} = \sqrt{(11{,}401)^2 + 4(2{,}05)^2} = 12{,}115 < 16\ kN/cm^2 < [\sigma]$$

Vậy ở mặt cắt 1, σ_{tdmax} lớn nhất cũng thỏa mãn rất tốt điều kiện bền khi bị uốn.

Kiểm tra độ bền ở trục trung hoà trên mặt cắt "1", tại đây $Q = Q_{max} =$ 3,895qa.

Theo công thức Zuravski ứng suất tiếp lớn nhất tại các điểm trên trục trung hoà là:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{y\,max}.S_x^c}{J_x.\delta_c}$$

trong đó: $S_x^c = S_{\frac{1}{2}x} = 3137{,}84\ cm^3$; $\delta_c = 1{,}2$ cm.

Do đó:

$$\tau_{max} = \frac{3{,}895 \times 1{,}6072 \times 100 \times 3137{,}84}{230603{,}6 \times 1{,}2} = 7{,}10\ kN/cm^2 < \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} = 9{,}24\ \frac{kN}{cm^2}.$$

BÀI 30

Một thiết bị ép có sơ đồ trên hình 6.30. Biết P = 100N, a = 60 cm, b = 10 cm, c = 60 cm, d = 20 cm, $[\sigma]$ = 16 kN/cm² các thanh 1, 2, 3 có mặt cắt tròn.

a) Hãy xác định lực ép R lên vật ép?

b) Xác định các đường kính của các mặt cắt ngang đối với các thanh 1, 2, 3?

GIẢI

Khảo sát cơ cấu máy ép. Cơ hệ có liên kết hôlômôn giữ, dừng, lý tưởng và có một bậc tự do. Chọn tọa độ suy rộng đủ là góc định vị φ của khâu AC. Các lực hoạt động là lực $\vec{P}$ và lực ép $\vec{R}$. Cho cơ cấu một chuyển vị khả dĩ ứng với thanh AC quay quanh A một góc $\delta\varphi$. Khi đó thanh DE quay quanh D một góc $\delta\theta$.

Nguyên lý công khả dĩ của các lực hoạt động cho ta:

$$\Sigma\delta A = Pa\delta\varphi - Rd\delta\theta = 0 \qquad (a)$$

Vì chuyển vị của hai điểm B và E bằng nhau, ta có:

$$b\delta\varphi = c\delta\theta \Rightarrow \delta\varphi = \frac{c\delta\theta}{b} \qquad (b)$$

Thay (b) vào (a) ta có:

$$R = P\,\frac{a.c}{b.d} = 1800\ \text{N}$$

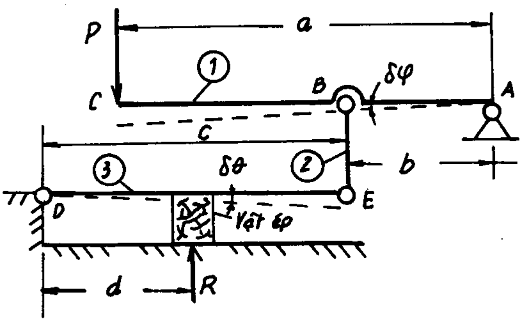
Có thể xác định R bằng phương pháp cân bằng tĩnh, khi cắt thanh BE và đặt vào mặt cắt lực dọc $N_2 > 0$. Cụ thể là:

$$\Sigma M_A = P.a + N^2.b = 0 \;\Rightarrow\; N_2 = -\frac{P^2a}{b} = -600\ \text{N (nén)}$$

$$\Sigma M_D = N_2c + R.d = 0 \;\Rightarrow\; R = -\frac{N_2.c}{d} = \frac{p.ac}{d.b} = 1800\ \text{N}$$

Xác định kích thước mặt cắt ngang:

Thanh BE: $F_2 \geq \dfrac{Pa}{b[\sigma]} \;\Rightarrow\; d_2 \geq 2\sqrt{\dfrac{Pa}{\pi.b[\sigma]}} = 0{,}22\ \text{cm}$



Hình 6.30.

Thanh CA: $W_1 = 0{,}1\ d_1^3 \geq \dfrac{P(a-b)}{[\sigma]} \Rightarrow d_1 \geq \sqrt[3]{\dfrac{10P(a-b)}{[\sigma]}} = 1{,}46\text{ cm}$

Thanh DE: $W_3 = 0{,}1\ d_3^3 \geq \dfrac{N_2(c-d)}{[\sigma]} \Rightarrow d_3 \geq \sqrt{\dfrac{10Pa(c-d)}{b.[\sigma]}} = 2{,}47\text{ cm.}$

BÀI 31

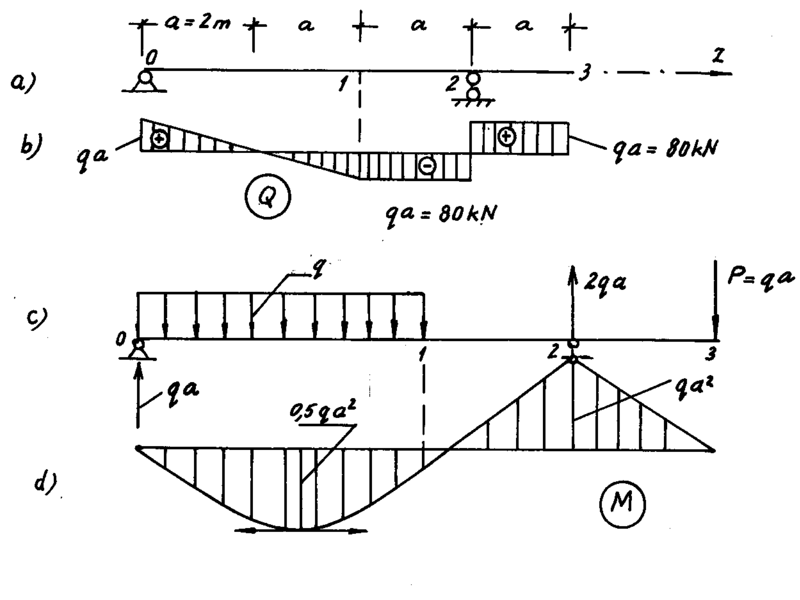
Người ta tìm thấy trong hồ sơ lưu một dầm thép I_{33} của một công trình đã bị phá hủy có sơ đồ hình học và biểu đồ lực cắt (Q) như hình 6.31a, b. Hãy dựng lại sơ đồ tải trọng, vẽ lại (M) và kiểm tra lại xem thiết kế ban đầu đúng không?

Biết $\sigma_{ch} = 22 \div 26\ kN/cm^2$.

GIẢI

Từ biểu đồ Q và sơ đồ hình học, khi đi từ trái sang phải cho thấy:

Tại "O" biểu đồ Q có bước nhảy từ dưới lên đó chính là phản lực $R_O = qa$, tương tự như vậy tại 2 có phản lực $R_2 = 2qa$. Tại 3 có bước nhảy xuống dưới nên tại đó có P = qa hướng xuống. Đoạn 0–1 biểu đồ là đoạn thẳng nghiêng đi xuống, nên trên đoạn đó tải trọng là phân bố đều q < 0 (hướng xuống). Sơ đồ tải trọng trên dầm đã cho được mô tả lại trên hình 6.31c.



Hình 6.31.

Phương trình M(z) theo (1.4):

$$M(z) = qaz - q\frac{z^2}{2}\Bigg|_{1} + q\frac{(z-2a)^2}{2}\Bigg|_{2} + 2qa\Bigg|_{3}$$

Tại z = a, $M(a) = M_{max} = qa^2 - q\,\dfrac{a^2}{2} = q\,a^2/2$.

Theo hàm M(z) trong từng đoạn ứng với miềm xác định của chúng, ta dựng được biểu đồ (M) như hình 6.31d. Từ biểu đồ (M) nhận được lại cho thấy mặt cắt "2" chịu chế độ làm việc nặng nhất: $M_x = qa^2 = P.200 = 16000$ kNcm, $Q_y = 80$ kN. Để dầm không bị phá hủy tại đây ta phải có đối với thép ít cacbon được dùng trong xây dựng là:

$$\frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] = 16\,\text{kN/cm}^2$$

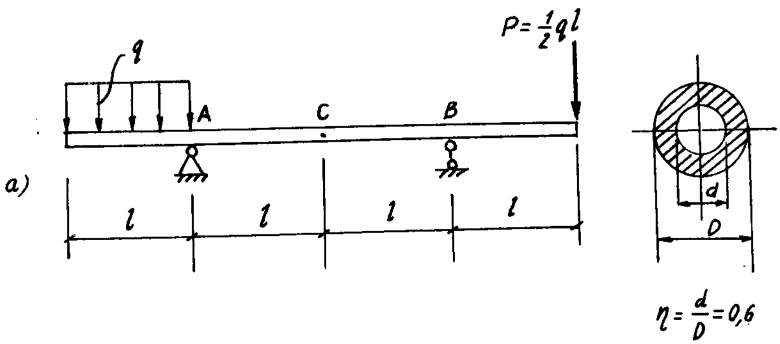
hay:
$$\frac{16000}{597} = 26{,}8\,\text{kN/cm}^2 > \sigma_{ch} = 22 \div 26\,\text{kN/cm}^2.$$

Kết quả này cho thấy thiết kế ban đầu đã vi phạm điều kiện bền. Để đảm bảo an toàn nên chọn I_{45}.

BÀI 32

Một dầm chịu uốn có mặt cắt ngang, liên kết và chịu lực như hình 6.32a.

a) Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x.



Hình 6.32a.

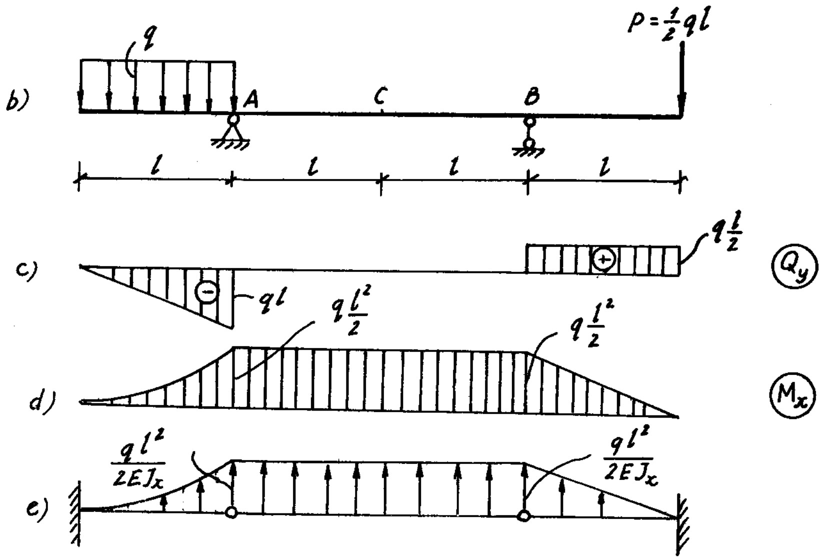
b) Xác định kích thước mặt cắt ngang (đường kính D và d) có dạng một hình tròn rỗng (hình 6.32a), cho biết [σ], q, l. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

c) Xác định góc xoay tại A và độ võng tại C của dầm.

GIẢI

Biểu đồ mômen uốn và lực cắt được cho trên hình 6.32d, c.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt "A" trái, với $|M_{max}| = \dfrac{ql^2}{2}$



Hình 6.32b, c, d, e.

Tính W_x:

$W_x = \dfrac{\pi D^3}{32}(1-\eta^4) \simeq 0{,}087\,D^3$. Điều kiện bền được viết:

$\max|\sigma| = \dfrac{\max|M_x|}{W_x} = \dfrac{0{,}5\,ql^2}{0{,}087\,D^3} \le [\sigma]$. Do đó đường kính cần tìm là:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16ql^2}{\pi(1-\eta^4)[\sigma]}}$$. Góc xoay và độ võng ta sẽ tính bằng phương pháp dầm giả tạo (hình 6.32e). Cụ thể là:

$$\varphi_A = Q_{gt}^A = \frac{q_{gt}(2l)}{2} = \frac{ql^3}{2EJ_x} \text{ (ngược chiều kim đồng hồ)}$$

$$V_C = M_{gt}^C = \frac{q_{gt}(2l)^2}{8} = \frac{ql^4}{4EJ_x} \text{ (độ võng tại C hướng lên).}$$

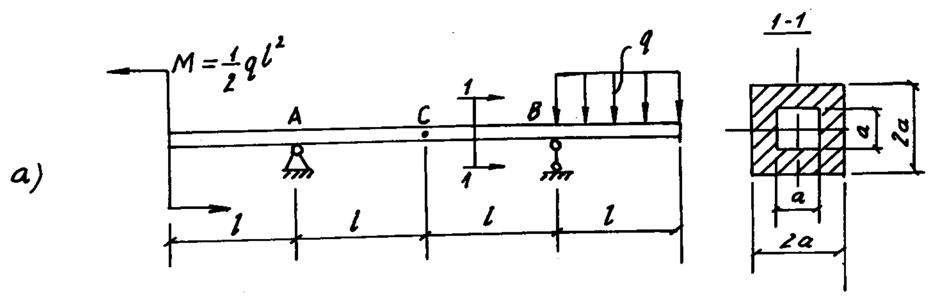
BÀI 33

Một dầm chịu uốn có mặt cắt ngang, liên kết và chịu lực như hình 6.33a.

a) Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang có dạng một hình vuông rỗng cạnh a và 2a. Cho biết $[\sigma]$, q, l. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

c) Xác định góc xoay tại A và độ võng tại C của dầm.



Hình 6.33a.

GIẢI

Biểu đồ lực cắt và mômen uốn được vẽ trên hình 6.33c,d.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt B trái. Do đó điều kiện bền của dầm được viết tại đây. Cụ thể là:

Tính W_x: $J_x = \frac{(2a)^4}{12} - \frac{a^4}{12} = 1{,}25a^4$; $W_x = \frac{J_x}{a} = 1{,}25a^3$

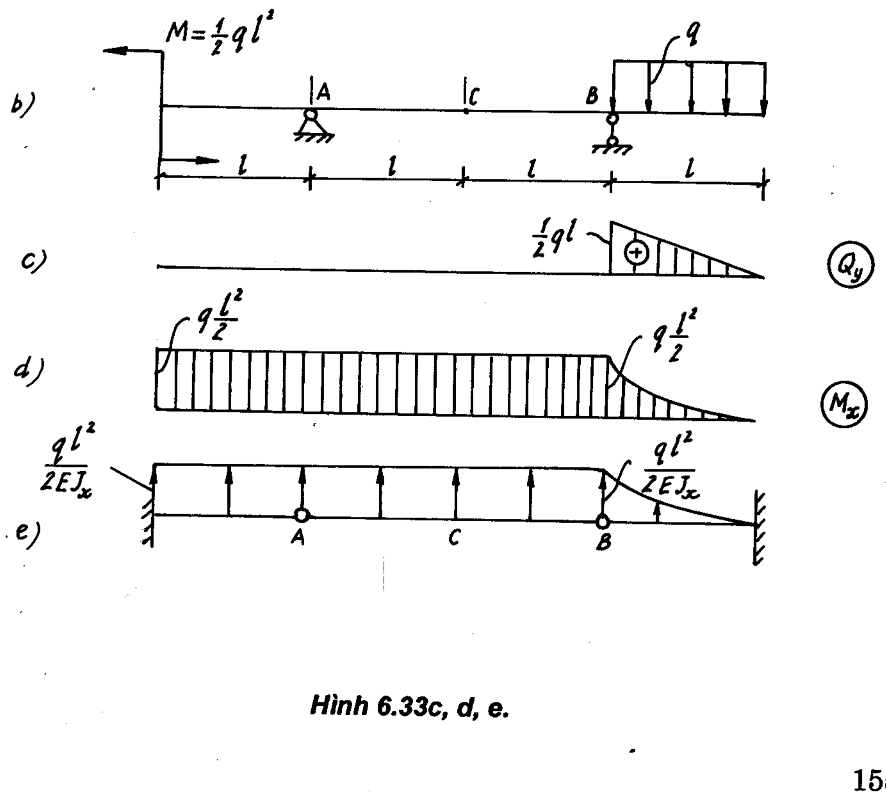
$$\max|\sigma| = \frac{\max(M_x)}{W_x} = \frac{0{,}5ql^2}{1{,}25a^3} \leq [\sigma]$$

Ta rút ra: $a \geq \sqrt[3]{\frac{ql^2}{2{,}5[\sigma]}}$

Độ võng và góc xoay trong bài này ta tìm bằng phương pháp tải trọng giả tạo. Sơ đồ dầm và tải trọng giả tạo được cho trên hình 6.33e. Độ võng tại C và góc xoay tại A là:

$$V_c = M_{gt}^c = \frac{q_{gt}(2l)^2}{8} = \frac{ql^4}{4EJ_x} \text{ (hướng lên)}$$

$$\varphi_A = Q_{gt}^A = \frac{q_{gt}(2l)}{2} = \frac{ql^3}{2EJ_x} \text{ (ngược chiều kim đồng hồ)}$$



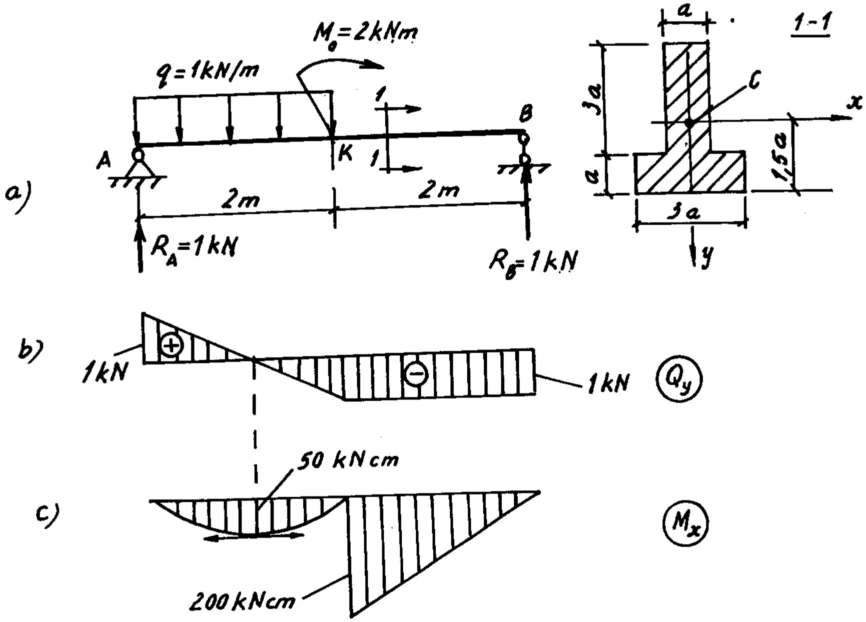
Hình 6.33c, d, e.

BÀI 34

Cho dầm có mặt cắt ngang và chịu lực như hình 6.34a.

1/ Vẽ biểu đồ nội lực Q_y, M_x.

2/ Hãy tính kích thước a của mặt cắt ngang dầm như hình vẽ, biết dầm làm bằng vật liệu có $[\sigma]_k = 5$ kN/cm^2, $[\sigma]_n = 20$ kN/cm^2 (khi tính bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt), C là trọng tâm mặt cắt.



Hình 6.34.

GIẢI

Khi sử dụng công thức chuyển trục song song ta tính được $J_x = 8{,}5\ a^4$. Mặt cắt bên phải k là nguy hiểm nhất tại đó, mômen căng thớ dưới $M_x = 200$ kNcm. Mômen chống uốn $W_{x/k}$ và $W_{x/n}$ với $y_{max/k} = 1{,}5a$, $y_{min/n} = 2{,}5a$ được tính như sau:

$$W_{x/k} = \frac{J_x}{y_{max/k}} = \frac{8{,}5a^4}{1{,}5a} = \frac{17}{3}\ a^3$$

$$W_{x/n} = \frac{J_x}{y_{min/n}} = \frac{8,5a^4}{2,5a} = \frac{17}{5}a^3$$

Điều kiện bền:

Ở điểm chịu kéo lớn nhất $y = y_{max} = 1,5a$:

$$\max\sigma_z = \frac{M_x}{W_x^k} = \frac{2.10^2}{17a^3/3} \le [\sigma]_k = 5\left(\frac{kN}{cm^2}\right) \qquad (1)$$

Ở điểm chịu nén lớn nhất $y = y_{min/n} = 2,5a$:

$$|\min\sigma_z| = \frac{M_x}{W_x^n} = \frac{2.10^2}{17a^3/5} \le [\sigma]_n = 20\left(\frac{kN}{cm^2}\right) \qquad (2)$$

Từ (1) suy ra $\quad a \ge \sqrt[3]{\frac{2.10^2.3}{17.5}} = 1,92\ cm$

Từ (2) suy ra $\quad a \ge \sqrt[3]{\frac{2.10^2.5}{17.20}} = 1,43\ cm$

Phải chọn a = 2 cm.

BÀI 35

Một dầm chịu lực cân bằng như hình 6.35a. Hãy vẽ các biểu đồ nội lực khi không thiết lập các biểu thức giải tích của chúng, sau đó hãy chọn mặt cắt ngang chữ I và kiểu tra bền toàn diện lại cho dầm? Biết $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$.

GIẢI

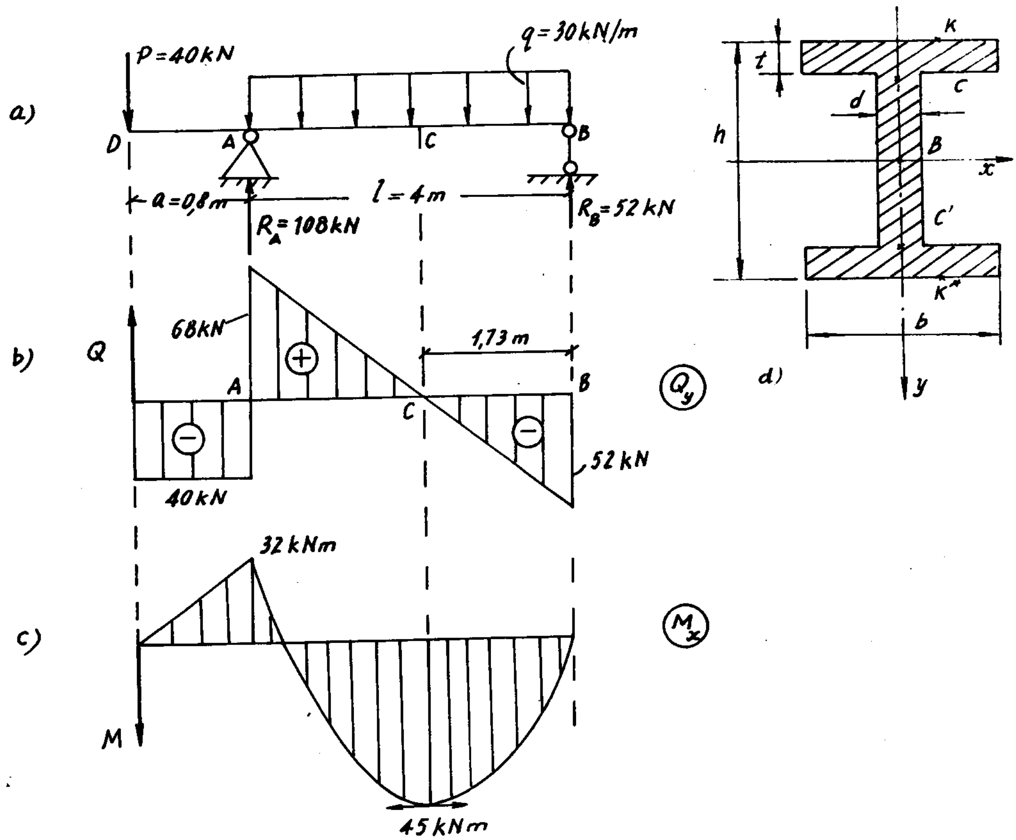
Từ điều kiện cân bằng, ta xác định được các phản lực liên kết tại A và B là: $R_A = 108$ kN, $R_B = 52$ kN (hình 6.35a).

Dựa theo liên hệ vi phân, ta có Q_y trên đoạn AD là hằng âm có độ lớn bằng P. Trên đoạn AB, Q_y là hàm bậc nhất: tại điểm A, lực cắt có bước nhảy bằng trị số của R_A (hướng lên trên), vậy trị số của Q_y bên phải mặt cắt tại A là: 68 kN. Tại B, Q_y, có trị số bằng R_B (< 0). Từ đó ta vẽ được biểu đồ lực cắt Q_y như hình 6.35b.

Từ biểu đồ Q_y, ta suy ra biểu đồ M_x trên AD là hàm bậc nhất: tại D ta có $M_x = 0$; tại A, $M_x = P.a$ (căng thớ trên). Trên đoạn AB, biểu đồ M_x là hàm bậc hai, giá trị M_x về bên phải điểm A không có bước nhảy (vì không có mômen tập trung tại A) nên vẫn bằng P.a = 32 kN.m. Giá trị mômen tại B bằng 0 do liên kết khớp và không có mômen tập trung tại B.

Tại điểm C cách B một khoảng CB tính theo tam giác đồng dạng:

$$\left.\begin{aligned} \frac{CB}{CA} &= \frac{52\,kN}{68\,kN} \\ CB + CA &= 4m \end{aligned}\right\}$$



Hình 6.35.

Suy ra:

$$CB = 1{,}73 \text{ m}$$

Tại mặt cắt C, lực cắt $Q_y = 0$ nên M_x có giá trị cực trị:

$$M_x^{(c)} = R_B.1,73 - q\ .\ 1,73\ .\ \frac{1,73}{2} = 45\ \text{kNm}$$

Dáng điệu của biểu đồ M_x trên đoạn AB như một cái võng hứng lấy mũi tên của tải trọng q.

Từ các giá trị trên ta vẽ được biểu đồ mômen uốn (hình 6.35c).

Từ các biểu đồ M_x và Q_y trên hình 6.35b, c, ta thấy có hai mặt cắt nguy hiểm là: tại C ($M_x^{max} = 45$ kNm), và mặt cắt ở bên phải điểm A ($Q_y = 68$ kN và $M_x = 32$ kNm).

a) Phân tố có trạng thái ứng suất đơn đối với mọi điểm thuộc mặt cắt C (hình 6.35a).

$$\sigma_{max}^{(K)} = \frac{M_x^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Từ đó:

$$W_x \geq \frac{45.10^2}{16} \approx 281\ \text{cm}^3$$

Tra bảng thép định hình, ta thấy I N°24 có: $W_x = 289\ \text{cm}^4$ thỏa mãn điều kiện bền. Với mặt cắt này, có $J_x = 3460\ \text{cm}^4$, $S^c_{x(1/2)} = 163\ \text{cm}^3$, h = 24 cm, b = 11,5 cm, t = 0,95 cm, d = 0,56 cm.

b) Kiểm tra bền với phân tố ở trạng thái trượt thuần túy (điểm B của mặt cắt bên phải A)

$$\tau_{max} = \frac{Q_y^{max}.S_x^c}{J_x.d} = \frac{68.163}{3460.0,56} \approx 5,7\ \text{kN/cm}^2 < \frac{[\sigma]}{2} = 8\ \text{kN/cm}^2$$

c) Kiểm tra bền toàn diện với phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt (C, C') của mặt cắt bên phải A.

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{10,2^2 + 4.4,5^2} \approx 11,1\ \text{kN/cm}^2 < [\sigma] = 16\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

trong đó:

$$\sigma = \frac{32.10^2}{3460}.11{,}05 = 10{,}2\ \text{kN/cm}^2;$$

$$\tau = \frac{68\left[163 - \frac{0{,}56}{2}(12-0{,}95)^2\right]}{3460 \times 0{,}56} \approx 4{,}5\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

BÀI 36

Một dầm tĩnh định nhiều nhịp chịu lực cân bằng như hình 6.36a. hãy vẽ nhanh biểu đồ mômen uốn và lực cắt. Tính và vẽ các biểu đồ ứng suất chính, biểu đồ ứng suất tiếp lớn nhất và nhỏ nhất theo σ và τ dọc theo chiều cao mặt cắt chữ nhật của dầm tại vị trí nguy hiểm nhất.

GIẢI

Để vẽ nhanh biểu đồ nội lực M và Q của dầm tĩnh định nhiều nhịp gồm các dầm chính AC và GH, các dầm phụ CD và DG như hình 6.36a, ta có thể thực hiện theo trình tự sau đây:

a/ Tách các dầm phụ và đặt lên trên các dầm chính (hình 6.36b).

b/ Tính phản lực đặt vào dầm phụ và truyền các phản lực này lên dầm chính theo nguyên lý tác dụng và phản tác dụng.

c/ Vẽ biểu đồ M và Q cho từng dầm đã tách (hình 6.36c).

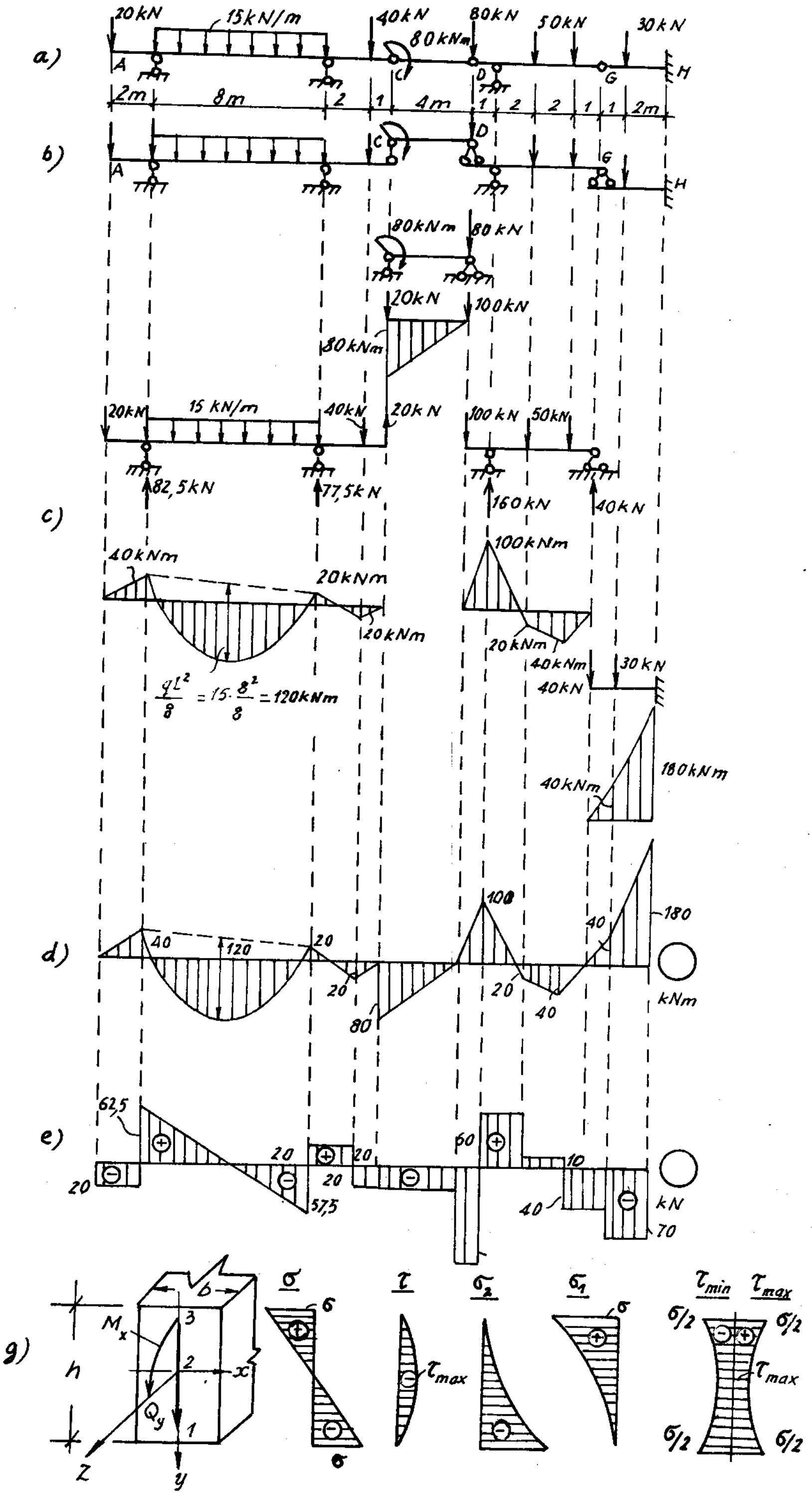
d/ Ghép các biểu đồ nội lực trên các dầm đã tách lại với nhau để có biểu đồ M và Q cho toàn dầm (hình 6.36d, e).

Từ biểu đồ M và Q cho thấy, mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm H với M = 180 kNm (căng trên), Q = 70 kN (hình 6.36d, e). Ứng suất pháp và tiếp tại điểm y bất kỳ trên mặt cắt này:

$$\sigma_z = \frac{12 M_x}{bh^3}.y\ ; \qquad \tau_{yz} = \frac{6 Q_y}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \qquad \text{(a)}$$

Ứng suất chính được tính theo công thức:

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{yz}^2} \qquad \text{(b)}$$


a)
20kN
15kN/m
40kN
80kNm
80kN
50kN
30kN
A
C
D
G
H
2m
8m
2
1
4m
1
2
2
1
1
2m
b)
A
C
D
G
H
80kNm
80kN
20kN
100kN
80kNm
20kN
15 kN/m
40kN
20kN
100kN
50kN
82,5kN
77,5kN
160kN
40kN
c)
40kNm
20kNm
20kNm
100kNm
20kNm
40kNm
30kN
40kN
$\frac{ql^2}{8} = 15\cdot\frac{8^2}{8} = 120kNm$
40kNm
180kNm
d)
100
40
120
20
20
80
20
40
40
180
kNm
e)
62,5
20
20
20
20
57,5
60
10
40
70
kN
g)
b
M_x
3
2
h
x
Q_y
1
Z
y
σ
τ
σ_2
σ_1
τ_{min}
τ_{max}
τ_{max}
τ_{max}
σ/2
σ/2
σ/2
σ/2

Hình 6.36.

Tại điểm 1: $\tau = 0$;

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(-\sigma)^2} = 0$$

$$\sigma_2 = -\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(-\sigma)^2} = -\sigma$$

$$tg2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0\ ;\ \alpha'_0 = 0\ ;\ \alpha''_0 = 90^\circ.$$

Tại điểm 2: $\tau = \tau_{max}$; $\sigma = 0$;

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sqrt{0 + 4\tau^2_{max}} = \tau_{max};$$

$$\sigma_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{0 + 4\tau^2_{max}} = -\tau_{max};$$

$$tg2\alpha_0 = \frac{2\tau_{max}}{0} = \infty\ ;\ 2\alpha_0 = 90^\circ \text{ và } 270^\circ,$$

$$\alpha'_0 = 45^\circ \text{ và } \alpha''_0 = 135^\circ.$$

Tại điểm 3: $\tau = 0$;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

$$\sigma_2 = 0\ ;\ \alpha'_0 = 90^\circ\ ;\ \alpha''_0 = 0.$$

Ứng suất tiếp lớn nhất bằng:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad \text{(c)}$$

Các công thức (a) cho ta vẽ biểu đồ σ và τ (hình 6.36g). Tính các ứng suất chính và sau đó là ứng suất tiếp cực trị theo các công thức (b), (c) ở một dãy điểm dọc theo chiều cao h, ta sẽ vẽ được các biểu đồ σ_1, σ_2, τ_{max}, τ_{min} như trên hình 6.36g.

BÀI 37

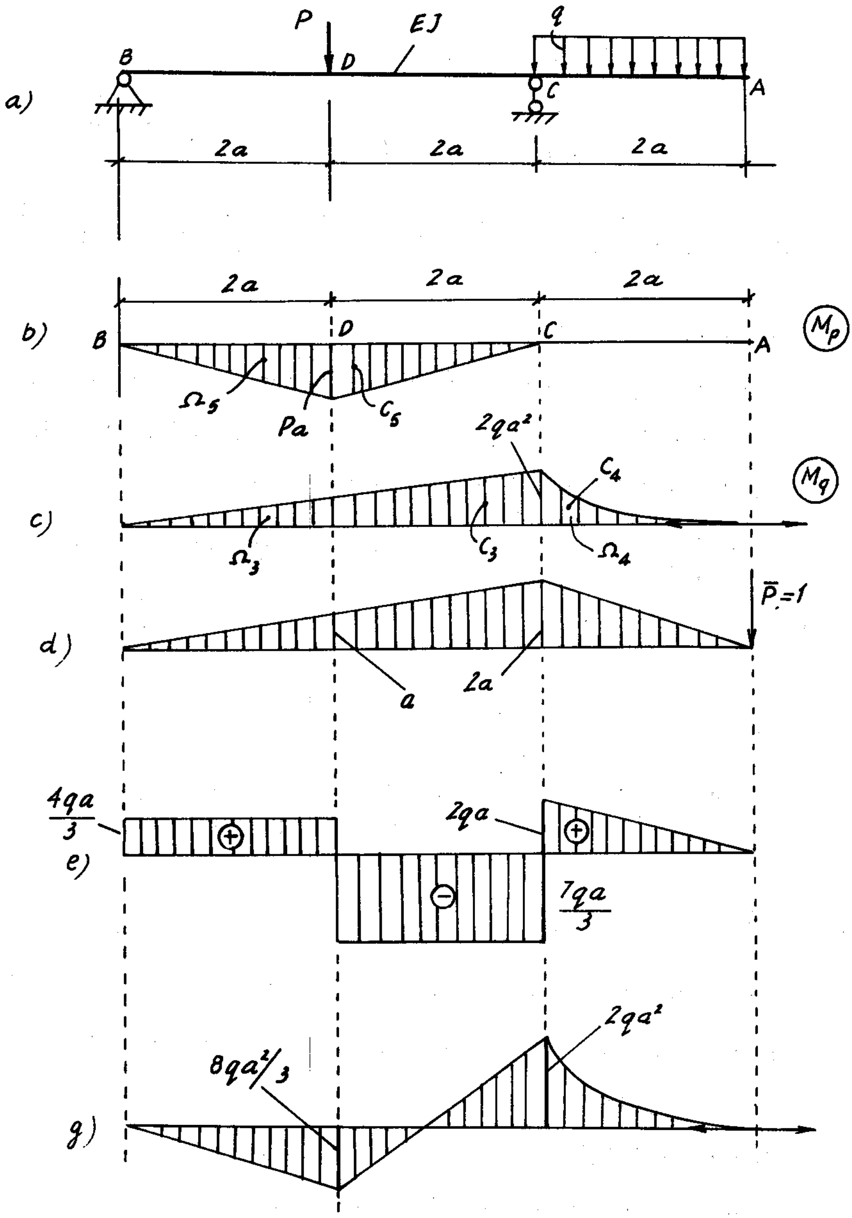
Cho dầm chịu lực cân bằng, có độ cứng EJ = const như hình 6.37a.

1) Tìm giá trị của lực P để chuyển vị tại điểm A bằng 0?

2) Vẽ biểu đồ Q, M sau khi xác định được giá trị của P theo q từ câu 1?

3) Tính giá trị cho phép [q] để dầm làm việc an toàn?

Biết rằng: $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$; $W_x = 280\ cm^3$; a = 1 m.



Hình 6.37.

GIẢI

1. Tìm giá trị lực P để chuyển vị điểm A bằng 0:

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, ta vẽ biểu đồ M do q và P riêng rẽ gây nên và biểu đồ mômen đơn vị do lực đơn vị đặt tại điểm A (hình 6.37b, c, d). Nhân biểu đồ, ta có:

$$\Omega_3 g_{c_3} = \frac{1}{2}\ 4a.2qa^2.\ \frac{2}{3}\ 2a = \frac{16}{3} qa^4.$$

$$\Omega_4 g_{c_4} = \frac{1}{2}\ 2a.2qa^2.\ \frac{3}{4}\ 2a = 2qa^4\ ; \quad \Omega_5 g_{c_5} = -\frac{4a.Pa}{2}.a = -2Pa^3.$$

Thay vào ta được: $V_A = (-2Pa^3 + \frac{22}{3} qa^4) \frac{1}{EJ} = 0 \Rightarrow P = \frac{11}{3} qa.$

2) Vẽ biểu đồ Q, M.

Thay giá trị P vào biểu đồ M_P và thực hiện phép cộng các biểu đồ:

$M = M_P + M_q$. Từ biểu đồ M ta suy ra biểu đồ Q. Bạn đọc có thể vẽ các biểu đồ sau khi xác định các phản lực. Cụ thể là:

$R_B = \frac{4}{3} qa$; $R_C = \frac{13}{3} qa$. Các biểu đồ nội lực được cho trên các hình 6.37e, g.

3) q = ?

Điều kiện bền cho ta:

$$\frac{8qa^2}{3W_x} \le [\sigma] \quad \Rightarrow q \le \frac{[\sigma]3W_x}{8a^2} = \frac{16.3.280}{8.100^2} = 0,17 \text{ kN/cm}.$$

BÀI 38

Một dầm chịu lực cân bằng như hình 6.38a. Hãy:

1) Xác định lực P theo q để chuyển vị thẳng đứng tại A bằng 0?

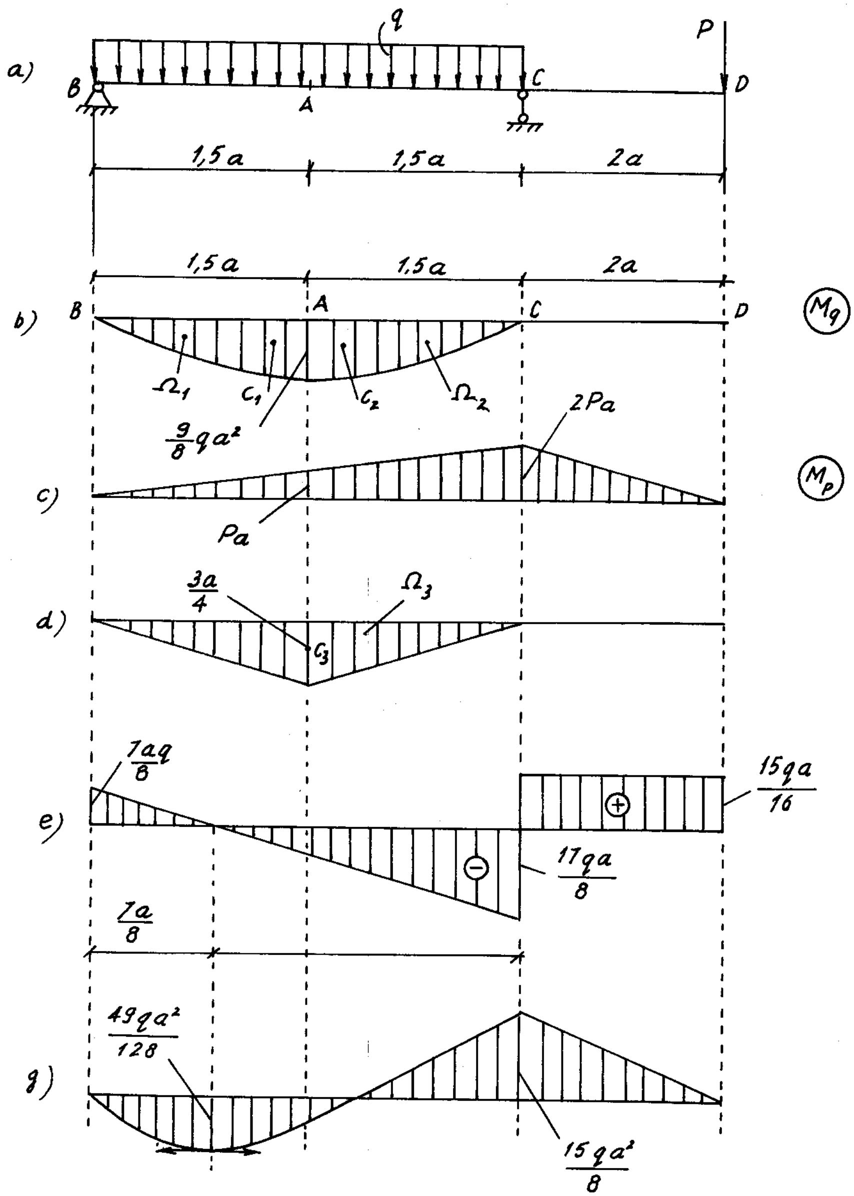
2) Vẽ biểu đồ M và Q theo q?

3) Xác định [q] để dầm làm việc an toàn?

Biết: EJ_x ; $W_x = 280$ cm^3, $[\sigma] = 16$ kN/cm^2.

GIẢI

1) Tìm giá trị lực P để chuyển vị điểm A bằng 0. Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, ta vẽ biểu đồ M do q và P riêng rẽ gây ra và biểu đồ mômen đơn vị do lực đơn vị đặt tại điểm A (hình 6.38b, c, d).



Hình 6.38.

Nhân biểu đồ, ta có:

$$\Omega_1 = \frac{2}{3}\frac{3}{2}a.\frac{9}{8}qa^2.\frac{5}{8}\frac{3}{4}a = \frac{135}{256}qa^4 = \Omega_2\,;$$

$$\Omega_3.g_{c_3} = \frac{3a}{4}.\frac{3a}{2}.Pa = -\frac{9}{8}Pa^3.$$

Thay vào ta được: $V_A = \left(+\frac{135}{128}qa^4 - \frac{9}{8}Pa^3\right)\frac{1}{EJ} = 0 \Rightarrow P = \frac{15}{16}qa.$

2) Vẽ biểu đồ Q vàM:

Sau khi thay giá trị lực P vào sơ đồ tính (hình 6.38a) và từ điều kiện cân bằng ta rút ra các phản lực: $R_B = \frac{7}{8}qa$; $R_C = \frac{49}{16}qa$. Các biểu đồ lực cắt và mômen uốn cuối cùng được cho trên các hình 6.38e, g.

3) q được rút ra từ điều kiện bền:

$$\frac{15qa^2}{8W_x} \le [\sigma] \Rightarrow q \le \frac{[\sigma].8W_x}{15a^2} = \frac{16.8.280}{15.100^2} = 0{,}239\frac{kN}{cm}.$$

BÀI 39

Cho một dầm như hình 6.39a.

1)Hãy vẽ (M) và (Q)?

2) Thiết kế mặt cắt ngang cho dầm? Biết q = 2 kN/cm, a = 2m, $[\sigma] = 16\,\frac{kN}{cm^2}$.

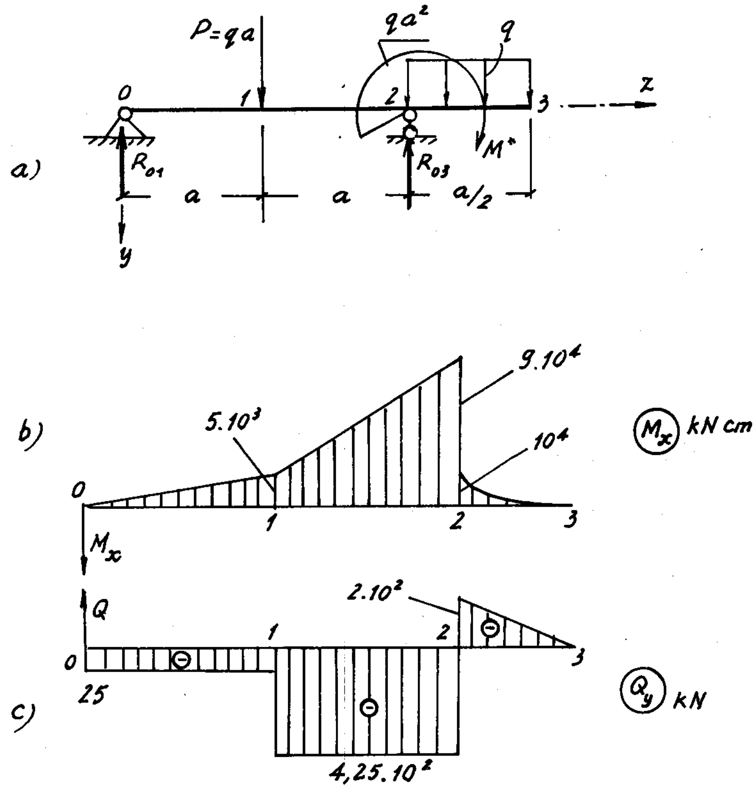
3) Tính góc xoay và độ võng lớn nhất?

GIẢI

Viết biểu thức M_x và Q_y theo phương pháp vạn năng:

$$M_x(z) = R_{01}z\Big|_{i=1} - qa(z-a)\Big|_{i=2} + qa^2 + R_{03}(z-2a) - q\frac{(z-2a)^2}{2}\Big|_{i=3}$$

$$Q_y(z) = R_{01}\Big|_{i=1} - qa\Big|_{i=2} + R_{03} - q(z-2a)\Big|_{i=3}$$



Hình 6.39.

$$\left.\begin{array}{l} M_x(z = 2{,}5a) = 0 \\ Q_y(z = 2{,}5a) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow R_{01} = \frac{-qa}{16}\downarrow\ ;\ R_{03} = \frac{25qa}{16}\uparrow$$

Thay R_{01} và R_{03} vào biểu đồ M_x và Q_y, theo đó các biểu đồ M_x và Q_y được vẽ như hình 6.39b, c.

Chọn dạng mặt cắt ngang là hình chữ nhật b x h với h = 2b, ta có:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \le [\sigma] \Rightarrow W_x = \frac{2}{3}b^3 \ge \frac{M_x}{[\sigma]} \Rightarrow b \ge \sqrt[3]{\frac{3.9.10^4}{2.16}} = 21 \text{ cm}$$

và h = 42 cm

$$V(z)=\Delta\varphi_{01}z-\frac{qa\,z^3}{3!16EJ}\Bigg|_{i=1}-qa\frac{(z-a)^3}{3!\,EJ}\Bigg|_{i=2}+qa^2\frac{(z-2a)^2}{2EJ}+\frac{25qa}{16}.\frac{(z-2a)^3}{3!\,EJ}\Bigg|_{i=3}$$

$$\varphi(z)=\Delta\varphi_{01}-\frac{qa\,z^2}{2.16EJ}\Bigg|_{i=1}-qa\frac{(z-a)^2}{2EJ}\Bigg|_{i=2}+qa^2\frac{(z-2a)}{EJ}+\frac{25qa}{16}\frac{(z-2a)^2}{2EJ}\Bigg|_{i=3}$$

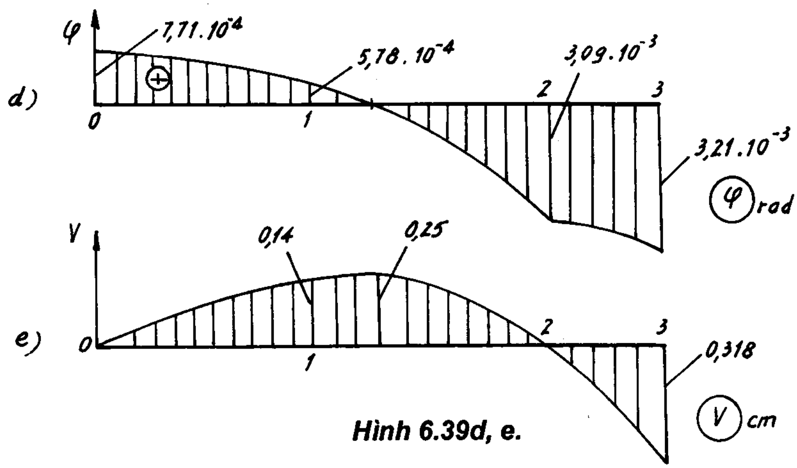
Xác định $\Delta\varphi_{01}$:

$$V(z=2a)=0\ \Rightarrow\ \Delta\varphi_{01}=\varphi_{01}=7{,}71.10^{-4}\ \text{rad}.$$

Thay $\Delta\varphi_{01}$ vào V(z) và tính:

$$V(z=2{,}5a)=V_3=-0{,}318\ \text{cm}.$$

Biểu đồ V và φ được cho trên hình 6.39d, e.



Hình 6.39d, e.

Từ biểu đồ φ và V ta thấy:

$$\max|\varphi| = 3{,}2.10^{-3}\ \text{rad}\quad;\ \max|V| = 0{,}318\ \text{cm}.$$

BÀI 40

Một khung ABCD chịu lực như hình 6.40a. Liên kết ở A là gối tựa bất động, ở D là một con lăn tựa trên nền cứng phẳng. Hãy xác định phản lực ở liên kết D, khi thừa nhận lực P và độ cứng của khung thỏa mãn điều kiện là chuyển vị phát sinh trong khung rất nhỏ so với kích thước ban đầu của nó và vẽ biểu đồ mômen uốn trong khung?

GIẢI

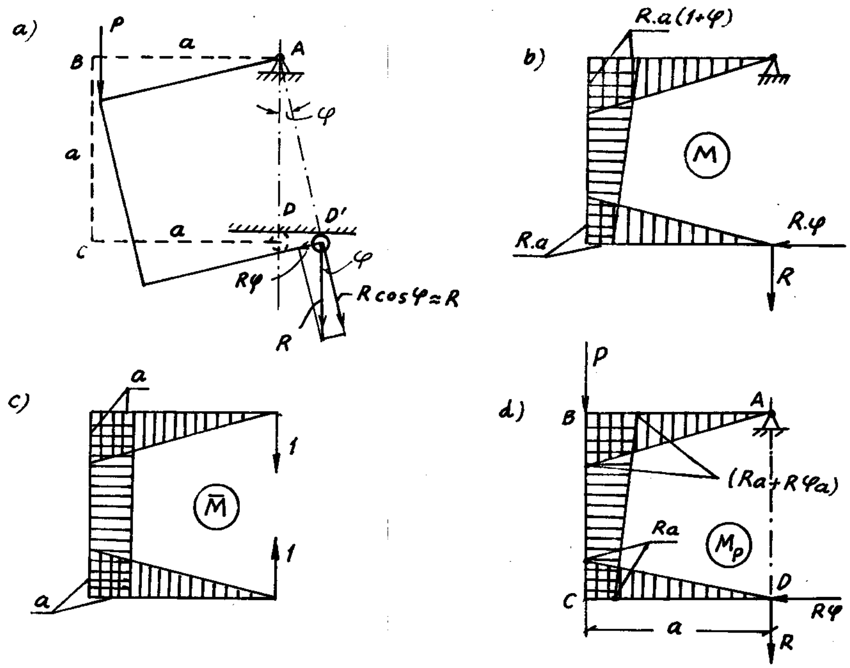
Hệ chỉ ra trong đề bài là hệ biến hình tức thời. Vì rằng khi không kể đến biến dạng của hệ thì phản lực R tại D bằng $\pm\infty$. Cụ thể là:

$$\Sigma m_A = R.O + P.a = 0 \Rightarrow R = \pm\infty.$$

Để xác định phản lực thì phải kể đến chuyển vị ngang bé của con lăn phía dưới. Khi ấy ta có một kết cấu bất biến hình hình học. Và, điều kiện cân bằng được xác định:

$$\Sigma m_A = P.a.\cos\varphi + \frac{R.\varphi}{a\cos\varphi} = 0 \Rightarrow P = -R.\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{-P}{R} \qquad \text{(a)}$$

Mặt khác, đại lượng δ có thể tính theo cách nhân biểu đồ Vêrêsaghin (hình 6.40b, c). Vì vậy, ta có: $\frac{5}{3}\frac{Ra^3}{EJ}\left(1+\frac{\varphi}{2}\right) = a\frac{\varphi^2}{2}$. Do chuyển vị của



Hình 6.40.

khung là rất bé cho nên $|\varphi/2| << 1$ và khi chú ý đến (a) ta rút ra phản lực cần tìm tại D:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3P^2EJ}{10a^2}}$$

Biểu đồ (M_P) được cho trên hình 6.40d.

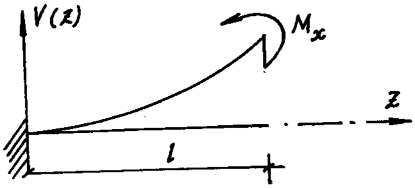
BÀI 41

Một dầm mặt cắt ngang không đổi chịu uốn thuần túy như hình 6.41. Đường đàn hồi của trục dầm được tìm bằng nhiều cách, ví dụ bằng phương pháp vạn năng, phương pháp tải trọng giả tạo v.v. đều có dạng:

$$V(z) = \frac{M_x.z^2}{2EJ_x} \quad \text{(a)}$$

Thế nhưng như đã biết độ cong của trục dầm có biểu thức:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x}. \quad \text{(b)}$$



Hình 6.41.

Biểu thức (b) cho thấy toàn bộ vế phải của (b) là một hằng số. Nghĩa là đường đàn hồi của dầm chỉ có thể là một cung tròn chứ không phải dạng parabol bậc 2 như quan hệ (a). Vậy vấn đề là ở đâu? Và đường đàn hồi của dầm là đường cong như thế nào?

GIẢI

Đường đàn hồi của dầm dưới dạng (a) được tìm trực tiếp từ phương trình vi phân gần đúng:

$$V''(z) = \frac{M_x}{EJ}.$$

Phương trình này nhận được với giả thiết chuyển vị bé của dầm đàn hồi. Cụ thể là: $\left(\frac{dV}{dz}\right)^2 << 1$.

Do đó: $\dfrac{1}{\rho} = \dfrac{V''(z)}{(1+V'^2)^{3/2}} \approx V''(z)$

Nói một cách chặt chẽ, khi chịu uốn thuần túy đường đàn hồi của dầm là một cung tròn. Cung tròn này với độ chính xác cao khi biến dạng bé có thể được mô tả bằng một parabol bậc 2.

BÀI 42

Một dầm nằm ngang mặt cắt hình chữ [hình 6.42a, ngàm một đầu còn một đầu không liên kết chịu lực P thẳng đứng và hướng xuống dưới. Hãy tìm vị trí điểm đặt của lực thẳng đứng P để dầm chỉ chịu uốn phẳng.

GIẢI

Khi sử dụng công thức Zuravski để tính ứng suất tiếp ta sẽ xây dựng được biểu đồ phân bố ứng suất tiếp (τ) ở mặt cắt bất kỳ của dầm như hình 6.42a. Hợp lực của các ứng suất tiếp ở các cánh và bụng mặt cắt là ba nội lực tiếp tuyến $2T_1$, $T_2 = Q_y = P$ cho trên hình 6.42b.

Trong đó:

$$T_1 = \frac{\tau_{x\max}.\delta_1.b_1}{2} = \frac{Q_y.\delta_1 b_1 \frac{h_1}{2}}{J_x.\delta_1}.\frac{\delta_1 b_1}{2} = \frac{Q_y}{4J_x}.\delta_1 b_1^2\,h_1$$

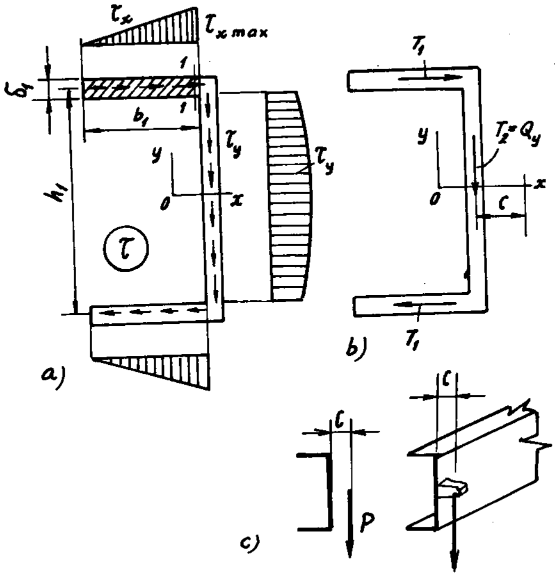
Tương tự như vậy ta có T_1 của cánh còn lại nhưng ngược chiều (hình 6.42b). Hai lực T_1 này tạo thành một ngẫu lực xoắn $M_{1z} = T_1.h_1 = \dfrac{Q_y}{4J_x} b_1^2.h_1^2.\delta_1$.

Từ hình vẽ ta thấy các lực T_1 và T_2 có khuynh hướng làm quay mặt chữ [theo cùng một chiều quanh trọng tâm O của nó. Vì vậy, trên mặt cắt chữ [ngoài các nội lực uốn và cắt còn có nội lực là mômen xoắn M_z do các lực T_1 và T_2 tạo ra theo chiều kim đồng hồ. Ta thu gọn hệ ba lực $2T_1$ và T_2 về một tâm A nào đó để được một vectơ chính và vectơ mômen chính. Nếu điểm A được chọn như thế nào đó để cho mômen chính đối với nó bằng 0 thì điều đó có nghĩa là ta đã khử được mômen xoắn trên mặt cắt. Điểm A như thế được gọi là tâm uốn. Cụ thể là (hình 6.42b):

$\Sigma m_A = M_{1z} = Q_y.C = 0$

$$\Rightarrow C = \frac{M_{1z}}{Q_y} = \frac{b_1^2 h^2 \delta_1}{4J_x}.$$

Do đó để khử hiện tượng xoắn thì cần phải đặt lực vào tâm uốn A hình 6.42c.



Hình 6.42.

BÀI 43

Giả sử có một dầm đơn giản tựa khớp ở hai đầu chịu uốn dưới tác dụng của tải trọng ngoài. Người ta muốn trong quá trình chịu uốn trục của dầm lúc nào cũng thẳng. Hãy xác định tải trọng ngoài tác dụng lên dầm để trục dầm lúc nào cũng thẳng?

GIẢI

Chúng ta đã biết độ cong của một dầm chịu uốn chỉ do mômen uốn gây ra là:

$$\frac{1}{\rho} = V'' = \frac{M}{EJ} \qquad \text{(a)}$$

Nếu gọi độ võng chỉ do lực cắt gây ra là V_Q, thì góc xoay tương ứng với V_Q đối với dầm mặt cắt ngang bất kỳ là:

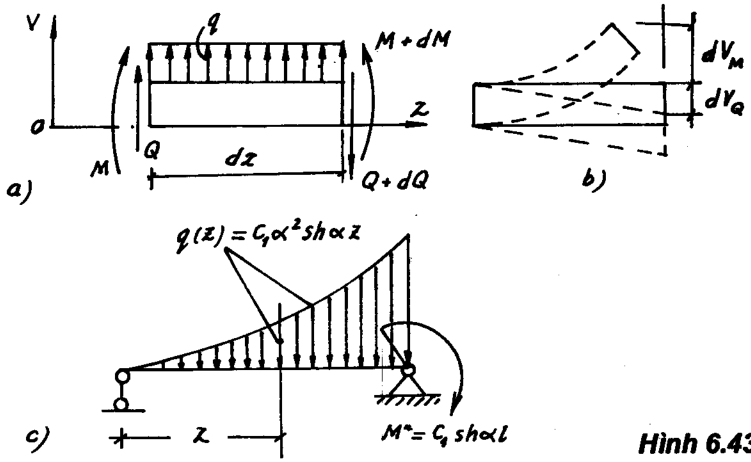
$$V'_Q = -\frac{kQ}{GF} \qquad \text{(b)}$$

Ở đây k là hệ số phụ thuộc hình dạng mặt cắt ngang.

Đối với mặt cắt chữ nhật $k = \frac{6}{5}$, đối với mặt cắt tròn $k = \frac{10}{9}$ v.v.

Phương trình vi phân của đường đàn hồi của trục dầm do cả M và Q tạo ra là:

$$V'' = \frac{M}{EJ} - \frac{kQ'}{GF} = \frac{M}{EJ} - \frac{kM''}{GF} \qquad \text{(c)}$$



Hình 6.43.

Dấu (–) trước $\frac{kQ'}{GF}$ là do khi M và Q đều dương thì chúng tạo ra sự thay đổi độ cong với dấu ngược lại (hình 6.43b).

Từ phương trình (c), để V" = 0 ta phải có:

$$M'' - \alpha^2 M = 0, \qquad \text{(d)}$$

Ở đây $\alpha^2 = \frac{GF}{kEJ}$.

Giải phương trình (d) ta có:

$$M = c_1 \text{sh}\alpha z + c_2 \text{ch}\alpha z,$$

$$\frac{dM}{dz} = Q = c_1 \text{ch}\alpha z + c_2 \alpha \text{sh}\alpha z,$$

$$\frac{dQ}{dz} = q = c_1 \alpha^2 \text{sh}\alpha z + c_2 \alpha^2 \text{ch}\alpha z,$$

Trong đó c_1, c_2 được tìm từ điều kiện biên.

Nếu dầm tựa khớp ở hai đầu theo đề bài thì:

tại $z = 0$ và $z = l$ thì $M = 0$, do đó $c_1 = c_2 = 0$ và $q = 0$.

Điều này cho thấy dầm luôn luôn thẳng khi $q = 0$.

Để dầm vẫn luôn luôn thẳng mà tải trọng lại khác không, ta có thể bổ sung vào các đầu cuối của dầm các ngoại lực tập trung. Ví dụ, ta tác dụng vào đầu phải một mômen tập trung M^* nào đó. Khi đó, tại $z = 0$ thì $M = 0$. Điều kiện này cho ta:

$$c_2 = 0\ ,\ M = c_1 \text{sh}\alpha z\ ,\ Q = c_1\alpha \text{ch}\alpha z\ ,\ q(z) = c_1\alpha^2 \text{sh}\alpha z$$

Phản lực tại gối trái $z = 0$ sẽ là:

$$Q_{z=0} = c_1\alpha,$$

còn ở gối phải:

$$Q_{z=l} = c_1\alpha \text{ch}\alpha l \quad , \quad M_{z=l} = c_1 \text{sh}\alpha l = M^*.$$

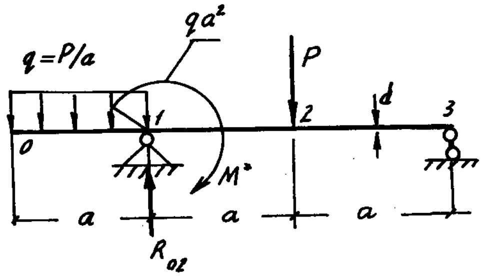
Theo $q(z)$ và M^* ta có quy luật của ngoại lực tác dụng lên dầm để dầm vẫn luôn luôn thẳng như trên hình 6.43c.

BÀI 44

Cho một dầm như hình 6.44a. Hãy:

1) Vẽ (M) và (Q)?

2) Xác định P để dầm đủ bền? Với P ấy hãy tính độ võng và góc xoay tại "O"? Biết: $E = 2.10^4\ \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$; $[\sigma] = 20$ kN/cm²; $d = 10$ cm, $a = 2$ m.



Hình 6.44a.

GIẢI

Phương trình độ võng của dầm được viết bằng phương pháp vạn năng:

$$EJ.V(z) = \Delta V_{01}EJ + \Delta\varphi_{01}EJ.z - q\frac{z^4}{4!}\Bigg|_{i=1} + q\frac{a^2(z-a)^2}{2} + R_{02}\frac{(z-a)^3}{3!} + q\frac{(z-a)^4}{4!}\Bigg|_{i=2}$$

$$-\frac{P(z-2a)^3}{3!}\Bigg|_{i=3}$$

$$EJ\,\varphi(z) = EJ\,\Delta\varphi_{01} - q\frac{z^3}{3!}\Bigg|_{i=1} + qa^2(z-a) + R_{02}\frac{(z-2)^2}{2} + q\frac{(z-a)^3}{3!}\Bigg|_{i=2} - \frac{P(z-2a)^2}{2}\Bigg|_{i=3}$$

$$M_z(z) = -q\frac{z^2}{2}\Bigg|_{i=1} + qa^2 + R_{02}(z-a) + q\frac{(z-a)^2}{2}\Bigg|_{i=2} - P(z-2a)\Bigg|_{i=3}$$

$$Q_y(z) = -qz\Big|_{i=1} + R_{02} + q(z-a)\Big|_{i=2} - P\Big|_{i=3}$$

$M_x(z = 3a) = 0 \;\Rightarrow\; R_{02} = \dfrac{5qa}{4}\uparrow$;

$$\left.\begin{aligned} V(z = a) &= 0 \\ V(z = 3a) &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta V_{01} = V_0 = 2{,}57\,\text{cm};\ \Delta\varphi_{01} = \varphi_0 = 0{,}0142\ \text{rad}.$$

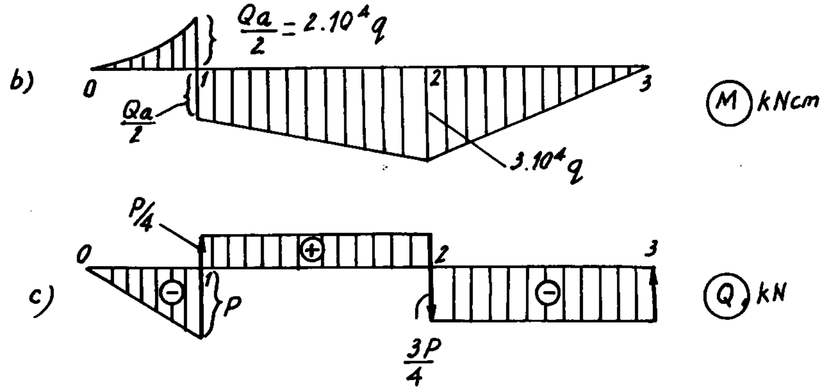
Thay $R_{02} = \dfrac{5qa}{4}$ vào biểu thức của $M_x(z)$ và $Q_y(z)$ và vẽ biểu đồ cho chúng như hình 6.44b, c.

Chọn sơ bộ q theo $M_{x\,max} = 3/4\ Pa = \dfrac{3}{4}\ qa^2$. Cụ thể là:

$$\frac{3.10^4 q}{W_x} \le [\sigma] \;\Rightarrow\; q \le \frac{[\sigma].W_x}{3.10^4} = \frac{20.0{,}1.10^3}{3.10^4} = 0{,}06(6) \approx 0{,}07\ \frac{kN}{cm}.$$

Do đó:

$$P = qa = 0{,}07 \times 260 = 14\ kN.$$



Hình 6.44b, c.

BÀI 45

Trên mặt cắt ngang hình chữ I24 (hình 6.45a) của một dầm chịu uốn ngang phẳng có các nội lực $M_x = -3200$ kNcm; $Q_y = 680$ kN. Hãy tính và vẽ biểu đồ của các ứng suất: σ, τ, $\tau_{\substack{max \\ min}}$, σ_1, σ_3 dọc theo chiều cao mặt cắt tại các điểm từ 1 ÷ 9 có tọa độ $y_{1/9} = h/2$; $y_{2/8} = \frac{h_o}{2}$, $y_{3/7} = \frac{h_o}{2}$; $y_{4/6} = \frac{h_o}{4}$; $y_5 = 0$.

Xác định các phương chính của σ_1, σ_2, σ_3 bằng phương pháp giải tích và phương pháp hình học của Mohr và kiểm tra bền cho dầm theo ứng suất chính nếu $[\sigma] = 1600$ daN/cm^2.

GIẢI

Ta tính ứng suất pháp và tiếp tại một điểm có tọa độ y bất kỳ:

Ứng suất pháp:

$$\sigma = \frac{M.y}{J_x} = \frac{3200.y}{3460} \approx 92,5\ y \qquad (a)$$

ứng suất tiếp đối với các điểm thuộc phần cánh:

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)}{2J_x} \qquad \text{(b)}$$

Ứng suất tiếp ở những điểm trên phần bụng:

$$\tau_{yz} = \frac{Q.S_x^c}{b_o J_x} \qquad \text{(c)}$$

Trong đó:

S_x^c là mômen tĩnh của phần diện tích bị cắt ở về một phía của tung độ y. Cụ thể là:

$$S_x^c = 126 + 0{,}28\,(122 - y^2) = 160 - 0{,}28\, y^2.$$

Theo các công thức a, b, c ta tính được ứng suất pháp và tiếp tại các điểm mong muốn từ 1 ÷ 9 dọc theo chiều cao mặt cắt. Các kết quả tính được cho trong các cột 2 và 3 của bảng 6.1.

Ứng suất tiếp cực trị được tính theo công thức:

$$\tau_{\frac{max}{min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\,.$$

Giá trị của các ứng suất này tại các điểm từ 1 ÷ 9 được ghi trong cột 4 của bảng 6.1.

Giá trị các ứng suất chính σ_1 và σ_3 được cho trong bảng 6.1 ứng với các cột 5, 6 và được tính theo công thức:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right).$$

Phương của các ứng suất chính tương ứng ở mỗi điểm tính, được xác định từ công thức:

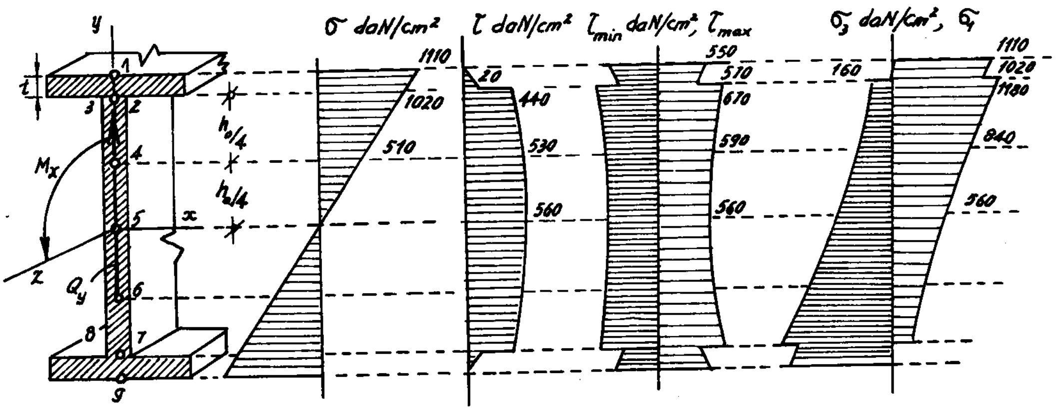
$$tg2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma}$$

Giá trị tg2α và các góc α_i được cho ở các cột 7, 8, 9 bảng 6.1.

Bảng 6.1

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		y	σ	τ	$\tau_{\frac{max}{min}}$	σ_1	σ_3	tg 2α	α_1	α_2
		cm	daN/cm²	daN/cm²	daN/cm²	daN/cm²	daN/cm²			
Điểm tính	1	12,00	1110	0	± 555	1110	0	0,00	0°0'	90°0'
	2	11,05	1020	20	± 510	1020	0	–0,0392	–1 07	88 53'
	3	11,05	1020	440	± 670	1180	–160	–0,863	–20 24	69 36
	4	5,52	510	530	± 590	840	–340	–2,08	–32 10	57 50
	5	0,00	0	560	± 560	560	–560	∞	–45 0	45 0
	6	–5,52	–510	530	± 590	340	–840	2,08	32 10	122 10
	7	–11,05	–1020	440	± 670	160	–1180	0,863	20 24	110 24
	8	–11,05	–1020	20	± 510	0	–1020	0,0392	1 07	91 07
	9	–12,00	–1110	0	± 555	0	–1110	0,00	0 0	90 0

Trên hình 6.45a là các biểu đồ ứng suất σ, τ, $\tau_{\frac{max}{min}}$, σ_1, σ_3 biến thiên dọc theo chiều cao mặt cắt.



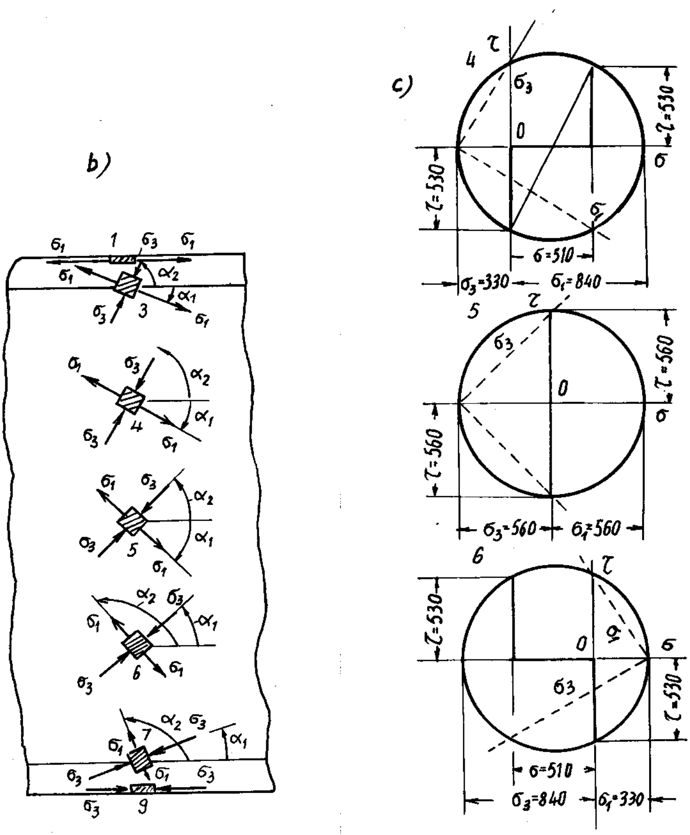
Hình 6.45a.

Phương các ứng suất chính σ_1, σ_3 ở các điểm tính được mô tả trên hình 6.45b. Thay cho quá trình tính toán bằng giải tích trên hình 6.45c trình bày cách xác định phương và giá trị của ứng suất chính bằng phương pháp hình học Mohr.

Kiểm tra bền của dầm theo σ_1 và σ_3.

Trên mặt cắt này (hình 6.45a) điểm 3 tiếp giáp giữa cánh và bụng nhưng thuộc về bụng là nguy hiểm nhất: $\sigma_1 = 1180$ daN/cm², $\sigma_3 = -160$ $\dfrac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$.

Điều kiện bền tại điểm này là:



Hình 6.45b, c.

$$\sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma] \Rightarrow 1180 + 160 < [\sigma] = 1600 \ \frac{daN}{cm^2}.$$

Độ bền của dầm theo ứng suất chính trên mặt cắt khảo sát hoàn toàn đảm bảo.

BÀI 46

Cho dầm tựa trên hai gối có một đầu thừa chiều dài z có mặt cắt ngang và chịu lực như hình 6.46a.

1) Vẽ biểu đồ nội lực Q_y, M_x, biết chiều dài đầu thừa $z < l$.

2) Hãy tính khoảng cách z từ đầu A đến vị trí đặt gối tựa B để dầm làm việc hợp lý và xác định kích thước δ của mặt cắt ngang dầm.

Biết dầm làm bằng vật liệu giòn có ứng suất cho phép khi kéo $[\sigma]_k$ = 1000 N/cm^2 và ứng suất cho phép khi nén $[\sigma]_n$ = 6000 N/cm^2. Khi tính bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt. Giá trị lực P = 3,2 kN, chiều dài l = 1 m.

GIẢI

1. Giá trị của các phản lực:

$$R_B = \frac{3l + z}{2l}.P \ ; \ R_D = \frac{l - z}{2l}.P$$

Các biểu đồ M_x và Q_y được vẽ như ở trên hình 6.46b, c.

2. Xác định tọa độ trọng tâm C và mômen quán tính chính trung tâm J_x của mặt cắt ngang của dầm đối với trục x. Ta có:

$$y_c = \frac{S_{x^*}}{F} = \left(S_{x^*}^{F_1} + S_{x^*}^{F_2}\right)/F_1 + F_2 = \frac{16\delta^3 + 8\delta^3}{4\delta^2 + 8\delta^2} = 2\delta \ ;$$

$$J_x = \left(J_{x_1}^{F_1} + b_1^2 F_1\right) + \left(J_{x_2}^{F_2} + b_2^2 F_2\right)$$

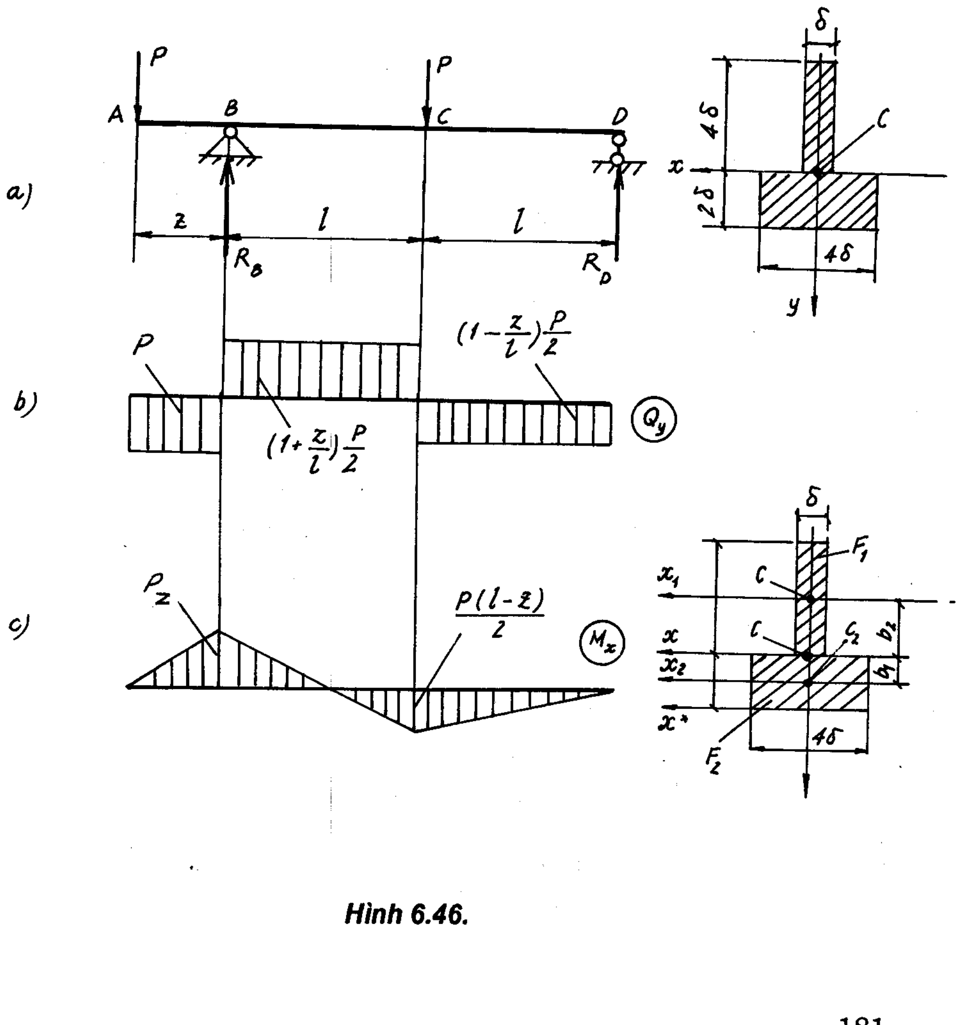
$$= \left[\frac{\delta(4\delta)^3}{12} + (2\delta)^2 \delta.4\delta\right] + \left[\frac{4\delta(2\delta)^3}{12} + (\delta)^2.4\delta.2\delta\right] = 32\delta^4.$$

Từ biểu đồ M_x ta có thể thấy các mặt cắt nguy hiểm tại B, C.

$$|M_B| = Pz \; ; \; M_C = \frac{P(l-z)}{2}$$

* Xét mặt cắt B: Tọa độ của điểm bị kéo lớn nhất và bị nén lớn nhất: $y^k_{max} = 4\delta$; $y^n_{max} = 2\delta$. Khi đó ta có:

$$\frac{\sigma_{z\max}}{|\sigma_{z\min}|} = \frac{y^k_{max}}{y^n_{max}} = 2 > \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{1}{6}$$



Hình 6.46.

Nghĩa là khi $\sigma_{max} = [\sigma]_k$ thì $\sigma_{min} < [\sigma]_n$. Vậy tại mặt cắt B vật liệu bị phá hoại trước do ứng suất kéo. Điều kiện bền tại mặt cắt B:

$$\frac{|M_B|}{J_x} y_{max}^k = \frac{|M_B|}{J_x} 4\delta \le [\sigma]_k \qquad (1)$$

* Xét mặt cắt C, tại đây M_x làm dầm căng thớ dưới nên tọa độ của điểm bị kéo và bị nén lớn nhất: $y_{max}^k = 2a$; $y_{max}^n = 4a$. Khi đó ta có:

$$\frac{\sigma_{z\max}}{|\sigma_{z\min}|} = \frac{y_{max}^k}{y_{max}^n} = \frac{1}{2} > \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{1}{6}$$

nghĩa là khi $\sigma_{max} = [\sigma]_k$ thì $\sigma_{min} < [\sigma]_n$. Vậy tại mặt cắt C vật liệu bị phá hoại do ứng suất kéo. Điều kiện bền tại mặt cắt C:

$$\frac{M_C}{J_x} y_{max}^k = \frac{M_C}{J_x} 2\delta \le [\sigma]_k \qquad (2)$$

* Điều kiện chịu lực hợp lý của dầm là ứng suất nguy hiểm nhất trên hai mặt cắt B, C phải bằng nhau và bằng ứng suất cho phép $[\sigma]_k$, nghĩa là:

$$\frac{|M_B|}{J_x} 4\delta = [\sigma]_k$$

$$\frac{M_D}{J_x} 2\delta = [\sigma]_k$$

Từ đây suy ra: $\frac{|M_B|}{M_C} = \frac{1}{2} \Rightarrow M_C = 2|M_B|$

Hay là: $\frac{P(l-z)}{2} = 2Pz \Rightarrow l - z = 4z$

Vậy: $z = 0{,}2\,l$

* Từ điều kiện bền: $\frac{|M_B|}{J_x} 4\delta = [\sigma]_k$

$$\frac{Pl/5}{32\delta^4} 4\delta = [\sigma]_k$$

suy ra: $\Rightarrow \dfrac{Pl}{40\delta^3} = [\sigma]_k$

$$\Rightarrow \delta = \sqrt[3]{\frac{Pl}{40[\sigma]_k}} = \sqrt[3]{\frac{3200.100}{40.1000}} = 2 \text{ cm.}$$

BÀI 47

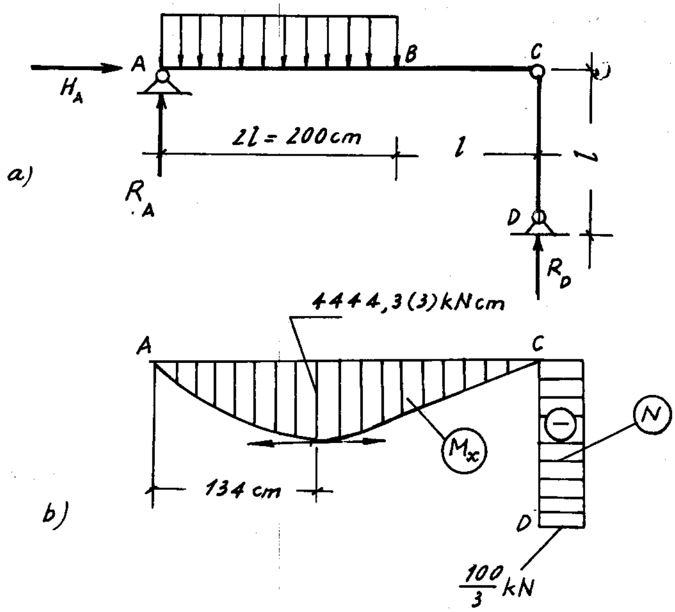
Một hệ chịu lực như hình 6.47. Mặt cắt ngang của các thanh là hình chữ nhật b = 2 cm, h = 6 cm, l = 100 cm, $[\sigma]$ = 16 kN/cm^2. Hãy kiểm tra độ bền cho hệ?

GIẢI

Xác định phản lực liên kết:

$$\Sigma X_K = H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\Sigma y_K = R_A - q.200 + R_D = 0 \Rightarrow R_A = \frac{200}{3} \text{ kN.}$$



Hình 6.47.

$$\sum m_A = q.200.100 - R_D.300 = 0 \Rightarrow R_D = \frac{100}{3}\text{ kN.}$$

Biểu đồ mômen uốn và lực dọc được vẽ trên hình 6.47b.

Tính ứng suất và kiểm tra bền cho thanh CD:

$$\sigma_{CD} = \frac{100}{3.2.6} = 2,78 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \text{Thanh này an toàn.}$$

Tính kiểm tra bền cho dầm AC.

Mômen uốn lớn nhất trên dầm này là:

$$M_{max} = 4444,3\,(3) \text{ kNcm.}$$

$$\sigma_{AC} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{4444,3(3) \times 6}{2.6^2} = 370,36\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < [\sigma] = 16\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Dầm bị phá hủy tại z = 134 cm kể từ A.

BÀI 48

Một nhíp lò xo ôtô (hình 6.48) gồm 10 lá bề rộng b = 7,5 mm, dày t = 10 mm có ứng suất cho phép 40000 N/cm^2, môđun đàn hồi $E = 2.10^7$ N/cm^2. Nhịp của nhíp là l = 1000 mm. Xác định tải trọng cho phép của nhíp và độ võng tương ứng.

GIẢI

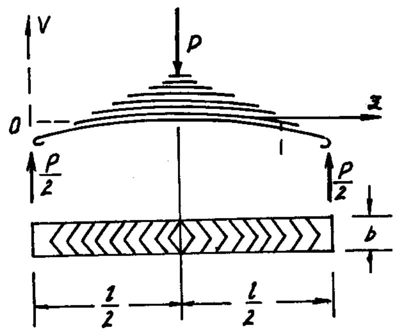
Có thể xem nhíp như một dầm chống uốn đều, nghĩa là:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x(z)}{W_x(z)} = \frac{M_o}{W_o} \leq [\sigma]$$

trong đó M_o và W_o là mômen uốn và mômen chống uốn của mặt cắt giữa nhíp với:

$$M_o = \frac{Pl}{4}, \quad W_o = \frac{10\,bt^2}{6}$$

Từ đó tính được tải trọng cho phép từ điều kiện bền:



Hình 6.48.

$$\frac{[P]l}{4}\cdot\frac{6}{10bt^2}=[\sigma]$$

Quan hệ này cho ta:

$$[P]=\frac{20bt^2[\sigma]}{3l}=\frac{20.7{,}5.1^2.40000}{3.100}=20000\text{ N.}$$

Tính độ võng bằng phương pháp tích phân trực tiếp:

$$\frac{d^2V}{dz^2}=\frac{M_x(z)}{EJ_x(z)}=\frac{M_x(z)}{EW_x(z).\frac{t}{2}}=\frac{2M_o}{EW_ot}=\frac{2[\sigma]}{Et} \qquad \text{(a)}$$

Từ đó:

$$\varphi=\frac{dV}{dz}=+\frac{2[\sigma]}{Et}z+C$$

$$V=+\frac{[\sigma]}{Et}z^2+Cz+D \qquad \text{(b)}$$

Điều kiện biên xác định các hằng số tích phân C, D:

Khi $z=0, V=0 \Rightarrow D=0$

Khi $z=\frac{l}{2}, \varphi=0 \Rightarrow C=-\frac{[\sigma]l}{E.t}$

Vậy $V=\frac{[\sigma]}{Et}z^2-\frac{[\sigma]l}{Et}.z$

tại $z=l/2 \Rightarrow V_{max}=\frac{[\sigma]l^2}{4Et}=\frac{40000.100^2}{4.2.10^7.1}=5\text{ cm.}$

BÀI 49

Dầm AB có mặt cắt ngang hình chữ nhật có diện tích F như trên hình 6.49a. Biết phao có diện tích đáy là A_0 đã chìm một phần trong nước. Ở mặt cắt bất kỳ trên AB, tại điểm C là điểm mặt ngoài của thanh và chia đều chiều cao h của mặt cắt, người ta đặt một thiết bị đo biến dạng theo phương nghiêng $\alpha = 30^o$ so với phương ngang, khi dầm chịu lực P ta đọc được giá trị biến dạng là ε (phao vẫn còn một phần nổi trên mặt nước). Biết dầm có độ cứng EJ = const, hệ số biến dạng ngang μ và nước có trọng lượng riêng là γ_n, với $\gamma_n A_o = 3EJ/l^3$.

Hãy:

1) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm.

2) Hãy xác định giá trị của lực P.

GIẢI

1) Gọi chuyển vị của A là V_A, do đó lực đẩy nổi tác dụng lên phao là:

$$R = \gamma_n A_0 V_A \Rightarrow V_A = \frac{R}{\gamma_n A_0} \qquad (1)$$

Mặt khác, độ chìm của phao cũng là độ võng của dầm tại A:

$$V_A = \frac{(P-R)l^3}{3EJ} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) và để ý $\gamma_n A_0 = \dfrac{3EJ}{l^3}$

Ta rút ra: $$R = \frac{P}{2} \qquad (3)$$

Biểu đồ nội lực của dầm như trên hình 6.49c, d.

2) Tách một phân tố hình hộp bao quanh điểm C trên trục thanh có các mặt song song với các mặt tọa độ. Đây là phân tố trượt thuần túy như trên hình 6.49e. Ta có:

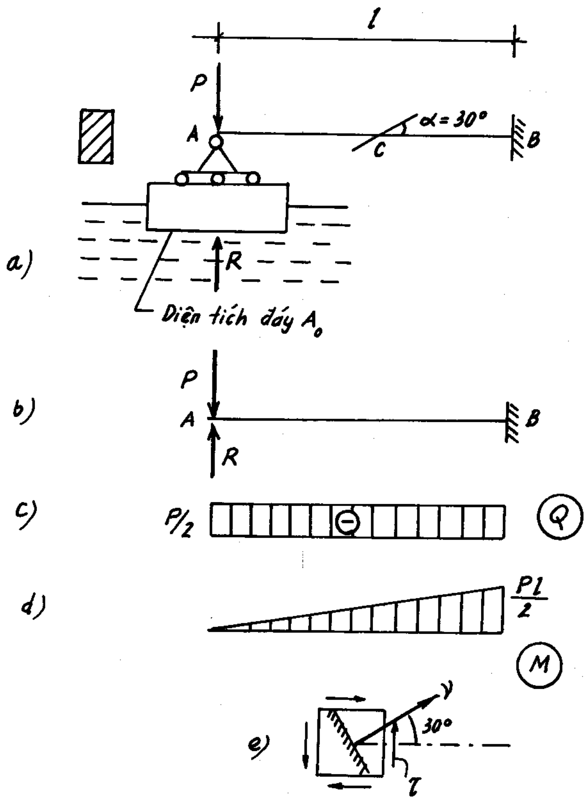
$$|\tau| = |\tau_{max}| = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} \qquad (4)$$

Với phân tố trên ta có:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha$$

$$\sigma_u = \tau\sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}\tau \qquad (5)$$

Mặt khác ta cũng có:



Hình 6.49.

$$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y = 0 \Rightarrow \sigma_v = -\sigma_u \tag{6}$$

Theo phương nghiêng này ta có:

$$\varepsilon_u = \varepsilon = \frac{1}{E}(\sigma_u - \mu\sigma_v) = \frac{1+\mu}{E}\frac{\sqrt{3}}{2}\tau \tag{7}$$

Đặt (4) vào (7), biến dạng này trở thành:

$$\varepsilon = \frac{1+\mu}{E}\frac{\sqrt{3}}{2}\tau = \frac{1+\mu}{E}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} \tag{8}$$

Nhưng $Q_y = \dfrac{P}{2}$ nên:

$$\varepsilon = \frac{1+\mu}{E}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{3}{2}\frac{P}{2F} \Rightarrow P = \frac{8EF\varepsilon}{3\sqrt{3}(1+\mu)}.$$

BÀI 50

Một dầm bằng gỗ nổi trên mặt nước có trọng lượng riêng $\gamma = 0{,}6.10^{-3}$ daN/cm^3, môđun đàn hồi E = 10^5 daN/cm^2, l = 10 m, b = 20 cm, h = 10 cm (hình 6.50). Hãy:

1) Thiết lập phương trình vi phân của đường đàn hồi của dầm và chỉ rõ vị trí của dầm trong nước sẽ như thế nào khi mà dầm không chịu tải P?

2) Viết các điều kiện xác định các hằng số trong nghiệm của phương trình vi phân?

GIẢI

Ta ký hiệu V(z) là chuyển vị thẳng đứng của dầm khi chịu P. Phương trình vi phân gần đúng của đường đàn hồi là:

$$EJV'' = M_x$$

Hay:

$$EJV^{(IV)} = M''_x = q \qquad (a)$$

q daN/cm^2 là lực phân bố bề mặt dọc theo chiều dài của dầm ngược chiều với V có biểu thức:

$$q = -\,1.\,b.V.\gamma \qquad (b)$$

Thay (b) vào (a) ta có:

$$V^{(IV)} + \frac{b.\gamma.V}{EJ} = 0 \qquad (c)$$

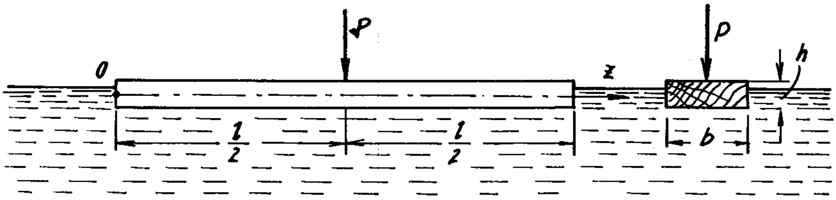
Khi đặt:

$$\frac{b\gamma}{EJ} = 4\beta^4$$

Phương trình (c) trở thành:

$$V^{(IV)} + 4\beta^4.V = 0 \qquad (1)$$

Phương trình này được gọi là phương trình vi phân của dầm trên nền đàn hồi.



Hình 6.50.

Vì rằng trọng lượng riêng của dầm chỉ bằng 0,6 trọng lượng riêng của nước, cho nên khi không chịu tải P thì phần chiều cao h_1 của dầm ở trong nước là 6 cm và mặt trên của dầm cách mặt nước 0,4h = 4 cm.

Nếu gọi V(z) là nghiệm của (1) thì trong nó sẽ chứa bốn hằng số tích phân là độ võng V_o, góc xoay $V'_o = \varphi_o$, mômen M_o và lực cắt Q_o tại z = 0.

Khi chọn gốc tọa độ của z ở đầu trái của thanh (hình 6.50). Ta có các điều kiện để xác định các hằng số này như sau:

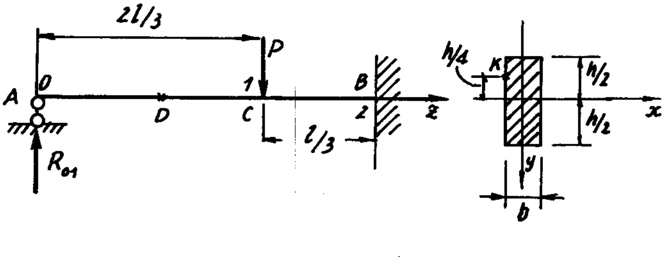
Tại $z = 0 \Rightarrow M_o = 0$, $Q_o = 0$

Tại $z = l/2 \Rightarrow \varphi(l/2) = 0$, $Q(l/2) = P/2$.

BÀI 51

Cho dầm AB chịu lực như trên hình 6.51, l = 150 cm, h = 12 cm, b = 4 cm. Trọng tâm mặt cắt A cao hơn trọng tâm mặt cắt B một khoảng δ = 0,5 mm. Cho AC = 2 l/3. Tại điểm K(–b/2, h/4) của mặt cắt chính giữa AC ta đo được độ dãn tỷ đối theo phương thớ dọc ε_z = –0,0000565. Cho E = 20 MN/cm^2.

Hãy tính trị số của lực P.



Hình 6.51.

GIẢI

Theo công thức vạn năng ta có thể viết:

$$EJ\,V(z) = EJ.\Delta V_{01} + EJ\,\Delta\varphi_{01}.z + R_{01}\left.\frac{z^3}{3!}\right|_{i=1} - \left.\frac{P}{3!}\left(z-\frac{2l}{3}\right)^3\right|_{i=2}$$

$$EJ\,\varphi(z) = EJ\,\Delta\varphi_{01} + R_{01}\left.\frac{z^2}{2}\right|_{i=1} - \left.\frac{P}{2}\left(z-\frac{2l}{3}\right)^2\right|_{i=2}$$

R_{01} được xác định từ:

$$V(z=l)=0\ ;\ \varphi(z=l)=0 \ \Rightarrow\ R_{01} = \frac{4P}{27} + \frac{3EJ\delta}{l^3} \qquad (1)$$

Chú ý là: $\Delta V_{01} = \delta$ (theo đề bài).

Tính P?

$$M(z=l/3) = EJ\,\varphi(z=l/3) = R_{01}l/3 \ \Rightarrow\ M(z=l/3) = \frac{4Pl}{81} + \frac{EJ\delta}{l^2} \qquad (2)$$

$$\sigma_{zK} = E\varepsilon_K = \frac{M}{J_x}y_K \ \Rightarrow\ M(l/3) = \frac{EJ.\varepsilon_K}{y_K} \qquad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta rút ra:

$$P = \frac{81}{4}\,\frac{EJ}{l}\left(\frac{\varepsilon_K}{y_K} - \frac{\delta}{l^2}\right) = \frac{81}{4}\,\frac{20\times4\times12^2}{150}\left(\frac{-0{,}565.10^{-4}}{-3} - \frac{0{,}05}{150^2}\right)$$

$P = 25{,}834$ kN.

Ta có thể tìm P theo cách khác sau đây:

Từ (3) và (2) rút ra:

$$R_{01} = \frac{3}{l.y_K}\ EJ.\ \varepsilon_K = 4{,}339 \text{ kN}.$$

Thay R_{01} vào (1), ta suy ra:

$$P = 25{,}832 \text{ kN}.$$

BÀI 52

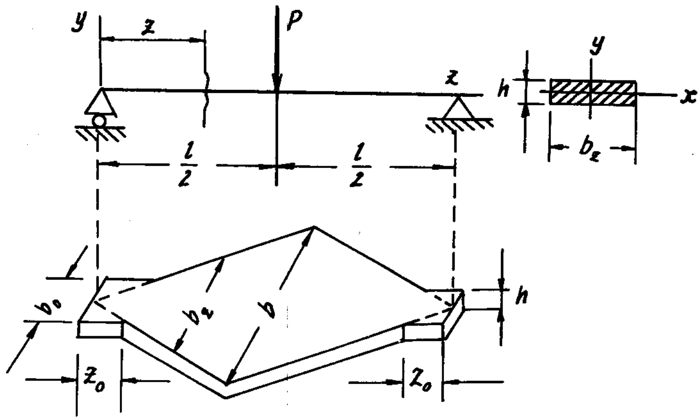
Hãy thiết kế một dầm độ bền đều mặt cắt hình chữ nhật có chiều cao h không đổi, chiều rộng thay đổi dọc theo dầm:

Các số liệu cho trước: P, l, h = const, $[\sigma]$, $[\tau]$ (hình 6.52a).

GIẢI

Mômen uốn tại hoành độ Z:

$$M_x = \frac{PZ}{2}$$



Hình 6.52.

Mômen chống uốn của mặt cắt:

$$W_x = \frac{b(z)h^2}{6}$$

Từ điều kiện bền tại một mặt cắt z ta rút ra:

$$W_x = \frac{b(z)h^2}{6} = \frac{|M_x|}{[\sigma]} = \frac{P.Z}{2[\sigma]} \Rightarrow b(z) = \frac{3P.Z}{h^2[\sigma]} ;$$

$$b\,(z = 0) = 0 ; b(z = l/2) = \frac{3Pl}{2h^2[\sigma]}.$$

Tại gối tựa $M_x = 0$, $Q_y = P/2$, vì thế tại đây $b(z = 0)$ phải khác không. Ta ký hiệu chiều rộng mặt cắt tại gối là b_o. Theo điều kiện bền cắt ta phải có:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_y}{2F} = \frac{3P}{4b_o h} \le [\tau] \Rightarrow b_o \ge \frac{3}{4}\frac{P}{h[\tau]}.$$

Hình dáng dầm độ bền đều được vẽ trên hình 6.52b. Chiều dài z_o của đoạn đầu dầm được xác định từ điều kiện:

$$b_o = \frac{3}{4}\frac{P}{h[\tau]} = b(Z_o) = \frac{3PZ_o}{h^2[\sigma]} \Rightarrow Z_o = \frac{h[\sigma]}{4[\tau]}.$$

Vì $[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$ nên $Z_o \approx (0,5 \div 0,42)\,h$.

BÀI 53

Một dầm độ bền đều được cho trên hình 6.53a. Hãy tính các chuyển vị lớn nhất θ_{max}, V_{max}. Cho trước P, l, h, $b(z) = \dfrac{3PZ}{h^2[\sigma]}$, E.

GIẢI

$$M_x = \frac{PZ}{2} \quad \text{và} \quad J_x = \frac{b(Z)h^3}{12} = \frac{PhZ}{4[\sigma]}$$

Phương trình vi phân của đường đàn hồi đối với mỗi đoạn dầm là:

$$E\,V''(z) = \frac{M_x}{J_x(z)} = \frac{2[\sigma]}{h}$$

hoặc là:

$$\frac{Eh}{2[\sigma]}.V'' = 1.$$

Cầu phương hai lần phương trình này ta có:

$$\frac{Eh}{2[\sigma]}V' = Z + C_1 \text{ và } \frac{Eh}{2[\sigma]}V = \frac{Z^2}{2} + C_1 z + C_2$$

Các hằng C_1 và C_2 được tìm từ điều kiện biên của mỗi đoạn. Cụ thể là:

Tại $z = 0$, $V = 0$; $z = l/2$, $V' = 0 \Rightarrow C_2 = 0$, $C_1 = -l/2$.

Vì thế:

$$\theta_{max} = \theta_A = -\theta_B = V'(z = 0) = \frac{2C_1[\sigma]}{Eh} = -\frac{l[\sigma]}{Eh} \qquad \text{(a)}$$

Và

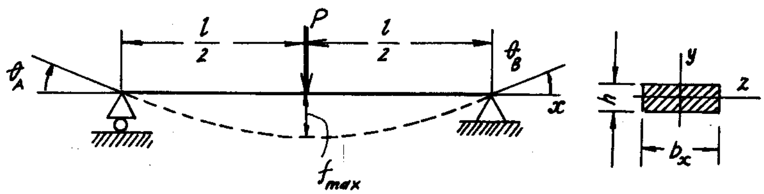
$$V_{max} = V(z = l/2) = -\frac{l^2[\sigma]}{4Eh} \qquad \text{(b)}$$

Do đó, theo bài 52 ta có:

$$[\sigma] = \frac{3}{2}\frac{Pl}{h^2b} \qquad \text{(c)}$$

Thay (c) vào (a) và (b) ta thu được kết quả cuối cùng (hình 6.53):

$$\theta_{max} = -\frac{3}{2}\frac{Pl^2}{h^3b} \quad \text{và} \quad V_{max} = -\frac{3}{8}\frac{Pl^3}{Eh^3b}.$$



Hình 6.53.

BÀI 54

Hãy xác định tỷ số giữa các mômen uốn lớn nhất cho phép của dầm theo quan điểm của phương pháp cân bằng giới hạn và phương pháp tính theo ứng suất cho phép đối với dầm có các loại mặt cắt cho trên hình 6.54.

GIẢI

Khi tính theo phương pháp ứng suất cho phép, người ta thừa nhận rằng trạng thái nguy hiểm đối với dầm là trạng thái ở đó có một điểm trên dầm σ đạt được σ_{CH}. Gọi W_x là mômen chống uốn của mặt cắt ngang thì mômen uốn ứng với trạng thái nguy hiểm này là:

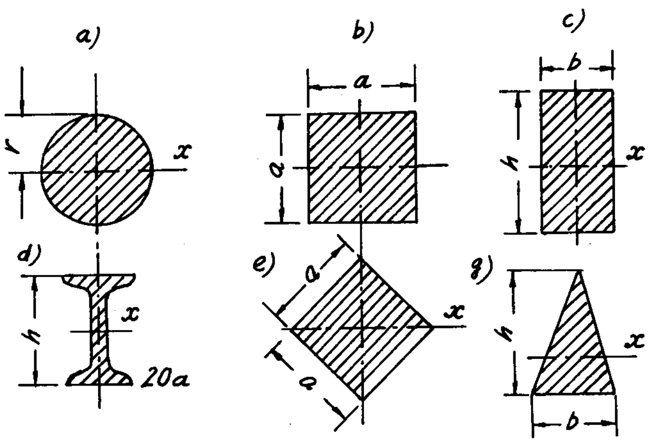
$$M_x = \sigma_{CH}.W_x \text{ (a)}$$

Với một hệ số an toàn n chọn trước nào đó thì giá trị của mômen uốn lớn nhất cho phép là:

$$[M_{max}] = \frac{\sigma_{CH}}{n}.W_x = [\sigma]\,W_x. \qquad \text{(b)}$$

Trong phương pháp cân bằng giới hạn, người ta thừa nhận rằng trạng thái nguy hiểm của dầm là trạng thái ở đó mọi điểm trên mặt cắt nguy hiểm σ đều đã đạt đến giới hạn chảy σ_{CH} và tạo thành ở đó một khớp quay để biến kết cấu thành một cơ cấu. Mômen uốn gây ra trên mặt cắt này một khớp quay được ký hiệu là M_{xgh} và gọi là mômen uốn giới hạn.

$$M_{xgh} = 2\,\sigma_{CH}S_x \qquad \text{(c)}$$



Hình 6.54.

S_x là mômen tĩnh của nửa mặt cắt ngang đối với trục Z chia đôi diện tích mặt cắt ngang.

Giả sử với cùng hệ số an toàn đã chọn theo phương pháp ứng suất cho phép thì (c) trở thành:

$$[M_{xgh}] = 2\,[\sigma]\,S_x. \qquad (d)$$

Tỷ số giữa $[M_{xgh}]$ và $[M_{max}]$ là:

$$\eta = \frac{[M_{xgh}]}{[M_{max}]} = \frac{2S_x}{W_x} \qquad (e)$$

Theo công thức (e) đối với các trường hợp trên các hình 6.54.

a) $W_x = \dfrac{\pi r^3}{4}$; $S_x = \dfrac{2r^3}{3} \Rightarrow \eta_1 = \dfrac{4r^3 4}{3\pi r^3} \approx 1{,}697$

b) $W_x = \dfrac{a^3}{6}$, $S_x = \dfrac{a^3}{8} \Rightarrow \eta_2 = 3/2 = 1{,}5$

c) $W_x = \dfrac{bh^2}{6}$, $S_x = \dfrac{bh^2}{8} \Rightarrow \eta_3 = 1{,}5$

d) $J_x = 2030\ cm^4$; $S_x = 114\ cm^2$, $h = 20\ cm \Rightarrow \eta_4 = \dfrac{114 \times 20}{2030} \approx 1{,}12$

e) $W_x = \dfrac{a^4.2}{12a\sqrt{2}} = \dfrac{a^2}{6\sqrt{2}}$; $S_x = \dfrac{a^2}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 \Rightarrow \eta_5 = 2$

f) $W_x = \dfrac{bh^3}{36}.\dfrac{3}{2h} = \dfrac{bh^2}{24}$; $S_x = \dfrac{bh}{4}\left(\dfrac{2}{3}h - \dfrac{2}{3}\dfrac{h}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{bh^2}{12}\left(2-\sqrt{2}\right)$

$$\Rightarrow \eta_6 = \frac{bh^2\left(2-\sqrt{2}\right)24}{6bh^2} \approx 2{,}344.$$

BÀI 55

Một dầm tĩnh định mặt cắt thay đổi từng bậc chịu lực như hình 6.55a. Hãy xác định tải trọng giới hạn P_{gh} theo các tỷ lệ giữa W_{xd_1} và W_{xd_2} sau đây:

a) $W_{xd_2} = 0,6\ W_{xd_1}$; b) $W_{xd_2} = 0,4\, W_{xd_1}$

Nếu $W_{xd_1} = 100\ cm^3$; $\sigma_{CH} = 24\ kN/cm^2$; $l = 600$ cm.

GIẢI

Biểu đồ mômen uốn trong giai đoạn đàn hồi có dạng như hình 6.55b. Tùy thuộc vào tỷ số $\dfrac{W_{xd_2}}{W_{xd_1}}$ mà khớp dẻo có thể xảy ra ở B, D hoặc ở C. Giả sử khớp dẻo xảy ra ở B, D, ta có:

$$M_{gh} = \frac{P_{gh}.l}{8} = W_{xd_2}.\sigma_{CH} \Rightarrow P_{gh}^{(1)} = \frac{8\,W_{xd_2}.\sigma_{CH}}{l} \qquad (a)$$

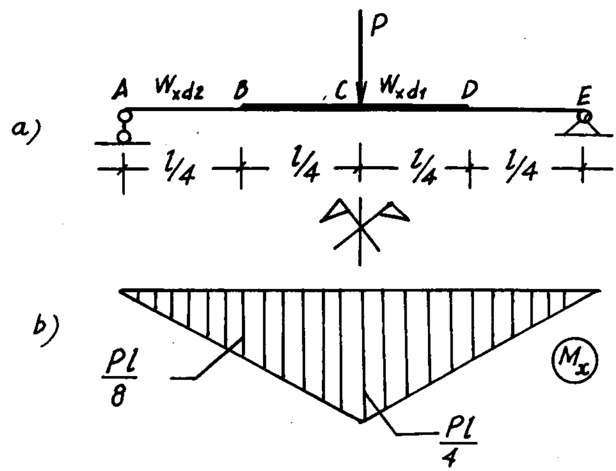
Khi khớp dẻo xảy ra ở C thì:

$$M_{gh} = \frac{P_{gh}\,l}{4} = W_{xd_1}.\sigma_{CH} \Rightarrow P_{gh}^{(2)} = \frac{4W_{xd_1}.\sigma_{CH}}{l} \qquad (b)$$

a) Xét trường hợp $W_{xd_2} = 0,6\ W_{xd_1}$

Trong trường hợp này:

$$P_{gh}^{(1)} > P_{gh}^{(2)}$$



Hình 6.55.

Nghĩa là khớp dẻo phải xảy ra ở "C" với

$$P_{gh} = P_{gh}^{(2)} = \frac{4\,W_{xd_1}\sigma_{CH}}{l} = \frac{4.100.24}{600} = 16 \text{ kN}.$$

b) Xét trường hợp tỷ lệ $W_{xd_2} = 0{,}4W_{xd_1}$.

Trong trường hợp này:

$$P_{gh}^{(1)} < P_{gh}^{(2)}$$

Do đó, khớp dẻo chỉ có thể xảy ra trước ở "B" và "D", khi đó dầm từ kết cấu trở thành cơ cấu với:

$$P_{gh} = P_{gh}^{(1)} = \frac{8.0{,}4.W_{xd_1}.\sigma_{CH}}{l} = \frac{8.0{,}4.100.24}{600} = 12{,}8 \text{ kN}.$$

BÀI 56

Một dầm chịu lực tập trung có liên kết gối đơn tại A và ngàm tại C (hình 6.56a). Hãy xác định điều kiện để dầm trở thành cơ cấu?

GIẢI

Biểu đồ (M) trong giai đoạn đàn hồi (hình 6.56b) cho thấy dầm chỉ có thể đạt trạng thái giới hạn nếu xuất hiện một khớp dẻo ở "C" và một khớp dẻo ở trong nhịp (hình 6.56c). Tại các khớp dẻo này mômen uốn phải đạt giá trị của mômen giới hạn M_{gh} (hình 6.56d).

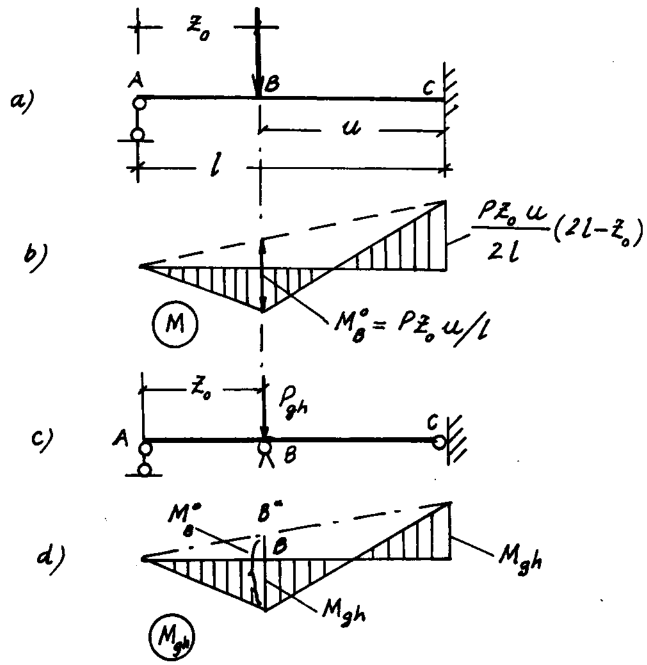
$$M_B^o = M_{gh} + BB^* = M_{gh} + M_{gh}.\frac{Z_o}{l} \qquad \text{(a)}$$

M_B^o là mômen uốn tại B trong dầm đơn giản khớp ở A và C do P gây ra.

Từ (a) suy ra M_{gh}:

$$M_{gh} = \frac{l}{l + Z_o} M_B^o \qquad \text{(b)}$$

M_{gh} hoàn toàn xác định nếu vị trí khớp dẻo xác định.



Hình 6.56.

Nếu dầm chịu lực không phải một lực tập trung như đề bài mà là bất kỳ thì vị trí khớp dẻo được tìm từ điều kiện sao cho biểu thức M_{gh} có giá trị cực đại.

BÀI 57

Một dầm siêu tĩnh có liên kết, chịu tải trọng phân bố đều $q\frac{kN}{cm}$ (hình 6.57a). Hãy xác định vị trí các khớp dẻo để dầm trở thành cơ cấu và viết điều kiện chọn mặt cắt ngang theo q đã biết.

GIẢI

Để dầm trở thành một cơ cấu thì trong dầm phải có hai khớp dẻo. Biểu đồ (M) trong giai đoạn đàn hồi (hình 6.57c) cho thấy tại B có một khớp dẻo mở lên trên. Trong nhịp phải xuất hiện một khớp dẻo ví dụ tại C mở xuống dưới có tọa độ Z_0 kể từ gối A. Để có khớp dẻo này mômen uốn tại đây $M_{gh} = \frac{ql}{2} Zo \frac{(l - Z_o)}{l + Z_o}$ phải đạt cực đại. Điều này cho phép ta xác định vị trí khớp dẻo:

$$\frac{dM_{gh}}{dZ_o} = \frac{ql}{2}\left[\frac{(l - 2Z_o)(l + Z_o) - Z_o(l - Z_o)}{(l + Z_o)^2}\right] = 0 \Rightarrow Z_o = 0{,}414\, l.$$

Điều kiện để chọn mặt cắt ngang là:

$$M_{gh} = \sigma_{CH}.\, W_d \Rightarrow W_d = M_{gh}/\sigma_{CH}.$$

Trong bài toán này:

$$W_d = \frac{\frac{ql}{2} Z_o \frac{(l - Z_o)}{l + Z_o}}{\sigma_{CH}}.$$

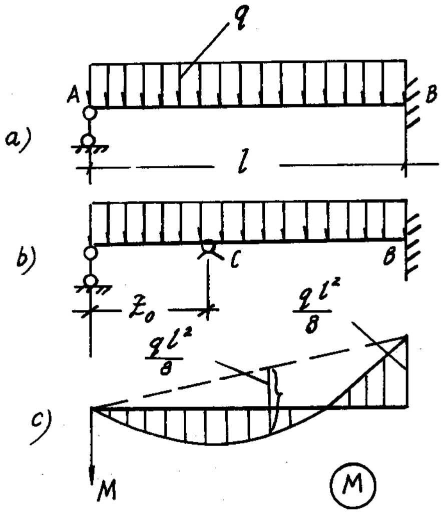
Đối với mặt cắt:

Chữ nhật: $W_d = \frac{bh^2}{4} = 1{,}5\, W_x$;

Chữ I: $W_d = (1{,}15 \div 1{,}17)\, W_x$;

Tròn: $W_d = 1{,}7\, W_x$;

Tròn rỗng: $W_d = 1{,}27\, W_x$.



Hình 6.57.

BÀI 58

Một dầm siêu tĩnh mặt cắt chữ nhật b x h với h = 2b chịu lực như hình 6.58a. Hãy chọn b, h? Biết hệ số vượt tải $n_p = 1{,}5$, $n_q = 1{,}1$, $\sigma_{gh} = 20$ kN/cm^2.

GIẢI

Dầm sẽ trở thành một cơ cấu nếu có ba khớp dẻo xuất hiện. Hai khớp ở A và C còn một khớp ở trong nhịp, cụ thể trong bài toán này là ở B (hình 6.58b).

Từ hình 6.58b ta thấy mômen uốn giới hạn M_{gh} có giá trị:

$$M_{gh} = \frac{1}{2}M_B^o = \frac{1}{2}\left[\frac{n_p.Pl}{4} + \frac{n_q.ql^2}{8}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{1{,}5.20.800}{4} + \frac{1{,}1.5.10^{-2}.800^2}{8}\right] =$$

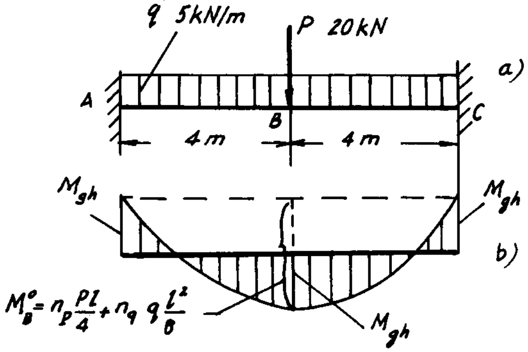
$$= \sigma_{CH}.W_d = 20\ W_d \Rightarrow W_d = 260\ cm^3.$$

Trong đó M_B^o là mômen uốn tại mặt cắt B trong dầm đàn hồi đơn giản tựa khớp ở A và C.

Đối với mặt cắt chữ nhật h = 2b thì:

$$W_d = \frac{bh^2}{4} = \frac{b(2b)^2}{4} = 260\ cm^3$$

$\Rightarrow$ b = 6,38 cm.



Hình 6.58.

Ta chọn b = 6,4 cm và h = 2b = 12,8 cm.

BÀI 59

Một dầm liên tục hai nhịp chịu lực và có mặt cắt ngang như hình 6.59a. Hãy xác định lực P lớn nhất có thể tác dụng lên dầm theo phương pháp cân bằng giới hạn. Biết δ = 0,01a, $\sigma_{CH} = 24\ \frac{kN}{cm^2}$, a = 100 cm.

GIẢI

Vì dầm là hệ siêu tĩnh bậc 1, nên dầm chỉ có thể biến thành một cơ cấu nghĩa là đạt được trạng thái giới hạn nếu trên dầm có 2 khớp dẻo ở B và C.

Khảo sát đoạn AB, lấy mômen đối với B, ta có (hình 6.59c):

$$R_A = \frac{M_{gh}}{a}.$$

Xét cân bằng phần trái của điểm C (hình 6.59d) và lấy mômen đối với C, ta có:

$$\Sigma m_C = P_{gh}.a - \frac{M_{gh}}{a}.2a - M_{gh} = 0$$

$$P_{gh} = \frac{3M_{gh}}{a}$$

$$M_d = \sigma_{CH}.W_d.$$

Để tính W_d ta phải tính vị trí đường trung hoà khi hình thành khớp dẻo. Đường trung hoà chia diện tích mặt cắt ngang thành hai phần bằng nhau, diện tích của mặt cắt là: $F = 12\ \delta^2 - \delta^2 = 11\delta^2$. Đường trung hoà cách mép dưới một khoảng cách y xác định từ điều kiện vừa nêu:

$3\delta.y = \frac{F}{2} = 5{,}5\delta^2$. Suy ra

$y = 1{,}83\delta.$

Mômen chống uốn dẻo

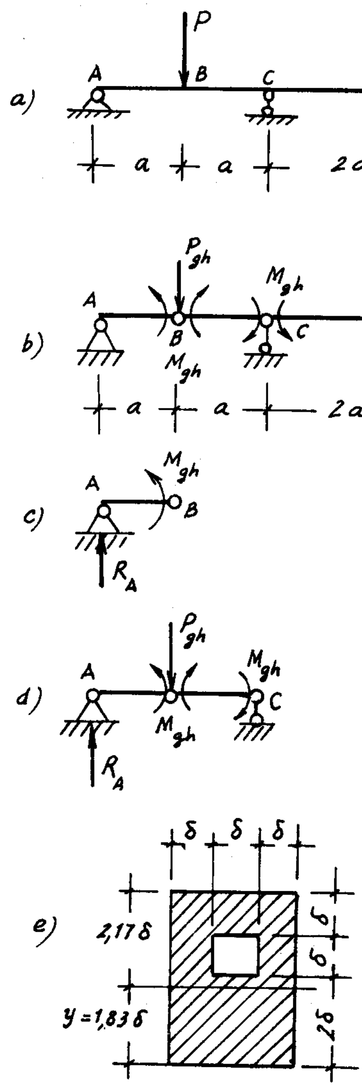
$$W_d = \left[1{,}83\delta\left(\frac{1{,}83\delta}{2}\right)3\delta + \right.$$

$$\left. + 2{,}17\delta.3\delta\left(\frac{2{,}17\delta}{2}\right)\right]$$

$$- \delta^2(0{,}5 + 0{,}17)\delta = 11{,}41\ \delta^3.$$

Vậy: $$P_{gh} = \frac{3\sigma_{ch}.W_d}{a}$$

$$P_{gh} = \frac{3.24.11{,}41\delta^3}{a} = 8{,}22\ kN.$$



Hình 6.59.

BÀI 60

Một dầm thép mặt cắt chữ nhật cạnh b x h có $\sigma_{ch} = 1{,}5\,[\sigma]$ chịu lực cân bằng như hình 6.60a. Hãy viết và vẽ (M_x), (Q_y)? Xác định lực q lớn nhất có thể đặt lên dầm để dầm trở thành cơ cấu có một bậc tự do và tính hệ số an toàn dẻo so với tính theo [σ]?

GIẢI

Bằng phương pháp vạn năng ta có phương trình mômen và lực cắt như sau:

$$M_x(z) = -qaz - q\frac{z^2}{2}\Big|_1 + R_{02}(z-a)\Big|_2 + qa^2 + q\frac{(z-4a)^2}{2}\Big|_3 \quad (1)$$

$$Q_y(z) = -qa - qz\Big|_1 + R_{02}\Big|_2 + q(z-4a)\Big|_3 \quad (2)$$

R_{02} xác định từ điều kiện biên:

$$M_x(z = 5a) = 0 \Rightarrow R_{02} = 4qa\uparrow$$

Theo các quan hệ (1) và (2) sau khi thay vào chúng $R_{02} = 4qa$ ta vẽ được (M_x) và (Q_y) như hình 6.60b, c.

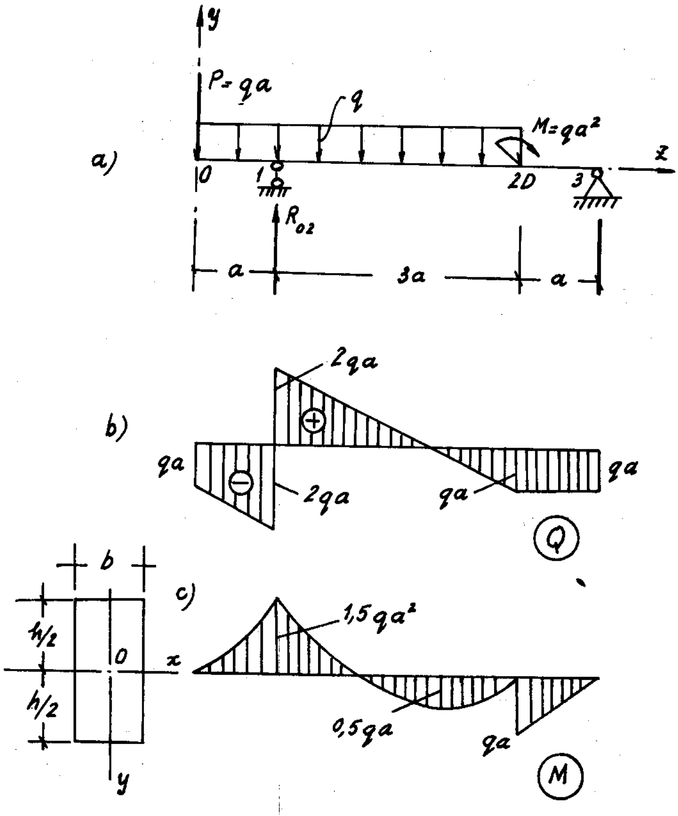
Dầm sẽ biến thành cơ cấu 1 bậc tự do nếu trên dầm xuất hiện một khớp dẻo. Khớp dẻo này xảy ra ở mặt cắt "1" nơi có $M_{max} = 1{,}5qa^2$.

Điều kiện xuất hiện khớp dẻo là:

$$1{,}5\,q_{gh}a^2 = M_{gh} = \int_F \sigma_{ch}ydF = 2\sigma_{ch}\int_{\frac{1}{2}F} ydF = 2\sigma_{ch}S_x \quad (a)$$

trong đó $S_x = \frac{1}{2}bh.\frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8}$.

Từ điều kiện (a), ta xác định được lực q lớn nhất được phép tác dụng lên dầm để dầm bắt đầu chuyển vào trạng thái dẻo và tạo ra khớp dẻo ở mặt cắt "1" là:



Hình 6.60.

$$[q_{gh}] = \frac{2\sigma_{ch}.S_x}{1{,}5a^2} = \frac{\sigma_{ch}.bh^2}{1{,}5a^2.4} = \frac{1{,}5[\sigma].bh^2}{6a^2} \qquad \text{(b)}$$

Mômen nguy hiểm nhất khi tính theo ứng suất cho phép là:

$$M_{max} \le [\sigma]W_x \Rightarrow [q] \le \frac{[\sigma].W_x}{1{,}5a^2} = \frac{[\sigma].bh^2}{1{,}5a^2.6} \qquad \text{(c)}$$

Hệ số an toàn n_d là:

$$n_d = \frac{[q_{gh}]}{[q]} = 2{,}25 \text{ hay } [q_{gh}] = 2{,}25\,[q].$$

II. CÁC BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN VỊ ĐÀN HỒI

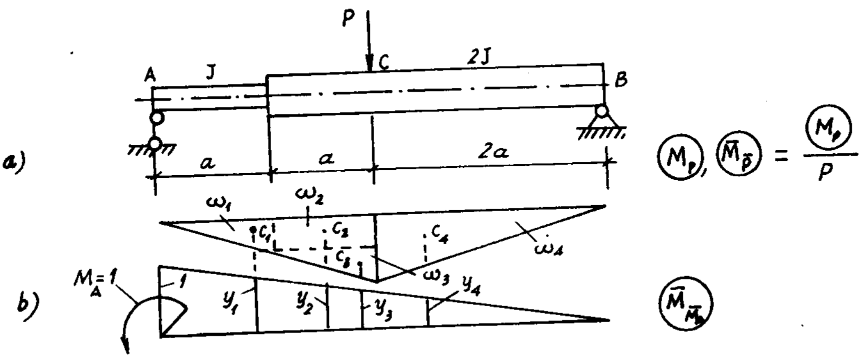
Phương pháp Morh – Верещагин

BÀI 61

Cho P, a, E và J, tính φ_A và V_C = ? (hình 6.61a) với P = 10 kN, J = 10^3 cm^4, E = $2.10^4 \dfrac{kN}{cm^2}$, a = 200 cm.

GIẢI

Biểu đồ mômen do P và do $\overline{M} = 1$ gây ra được cho trên hình 6.61a, b còn ($\overline{M}_{\bar{P}_c}$) = (M_P)/P.



Hình 6.61.

$\omega_1 = Pa^2/4$, $\omega_2 = Pa^2/2$, $\omega_3 = \omega_1$, $\omega_4 = Pa^2$

$y_1 = 5/6$, $y_2 = 5/8$, $y_3 = 7/12$, $y_4 = 1/3$

$y'_1 = a/3$, $y'_2 = 3a/4$, $y'_3 = 5a/6$, $y'_4 = 2a/3$

Theo công thức (6.11a) ta có:

$\varphi_A = [\omega_1 y_1 + (\omega_2 y_2 + \omega_3 y_3 + \omega_4 y_4)/2] / EJ = 29\ Pa^2/48\ EJ = 0{,}0121$ rad.

$V_c = [\omega_1 y'_1 + (\omega_2 y'_2 + \omega_3 y'_3 + \omega_4 y'_4)/2] / EJ = 17\ Pa^3/24\ EJ = 2{,}833$ cm.

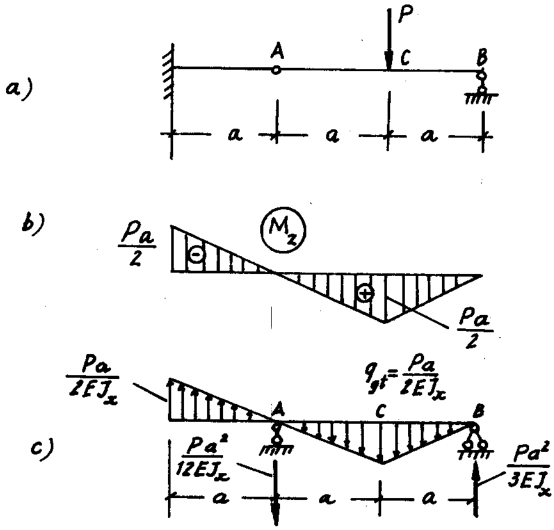
BÀI 62

Tìm độ võng V_c tại mặt cắt C, góc xoay ở bên phải và bên trái khớp A, góc xoay tại gối B của dầm như hình 6.62a.

GIẢI

Ta sẽ giải bài toán này bằng phương pháp "đồ toán".

Biểu đồ mômen uốn của dầm thực vẽ trên hình 6.62b. Dầm giả tạo và tải trọng giả tạo vẽ trên hình 6.62c, từ đó tính được góc xoay và độ võng của dầm thực bằng cách tính lực cắt và mômen trên dầm giả tạo. Cụ thể là:



Hình 6.62.

Độ võng tại C:

$$M_{gtc} = \frac{Pa^2}{3EJ_x}a - \frac{1}{2}.\frac{Pa}{2EJ_x}a\frac{1}{3}a = \frac{Pa^3}{4EJ_x} = -V_c < 0$$

Góc xoay tại A:

$$Q_{gtAtrái} = \frac{1}{2}.\frac{Pa}{2EJ_x}.a = \frac{Pa^2}{4EJ_x} = -\varphi_A^{tr} < 0$$

$$Q_{gtAphải} = \frac{1}{2}.\frac{Pa}{2EJ_x}.a - \frac{Pa^2}{12EJ_x} = \frac{Pa^2}{6EJ_x} = -\varphi_A < 0$$

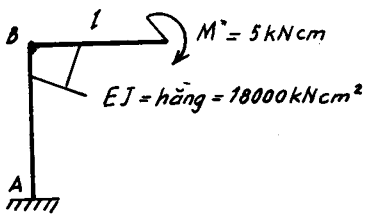
Góc xoay tại B:

$$Q_{gtB} = +\frac{Pa^2}{3EJ_x} = \varphi_{B'} > 0$$

BÀI 63

Hãy xác định chuyển vị thẳng toàn phần của điểm C và chuyển vị góc φ_c tại C đối với hệ cho trên hình 6.63a, l = 30 cm, h = 40 cm.

a)



GIẢI

Ta sẽ giải bài toán này bằng phương pháp MO – Vêrêsaghin. Sơ đồ và các biểu đồ M_P, $\overline{M}_{\bar{P}_0}$, $\overline{M}_{\bar{P}_1}$ và $\overline{M}_{\overline{M}}$ được cho trên hình 6.63a, b, c, d, e, g, h.

1) Tính chuyển vị thẳng toàn phần

$$\Delta_c = \sqrt{\Delta_{0P}^2 + \Delta_{1P}^2}$$

$$\Delta_{0P} = \frac{1}{E_iJ_i}(\overline{M}_{\bar{P}_0})(M_P) = \frac{M^*l.l/2}{EJ} + \frac{M^*h.l}{EJ} = \frac{M^*l}{EJ}\left(\frac{l}{2}+h\right)$$

$$= \frac{5\times30}{18000}(15+40) = 0{,}458 \text{ cm}$$

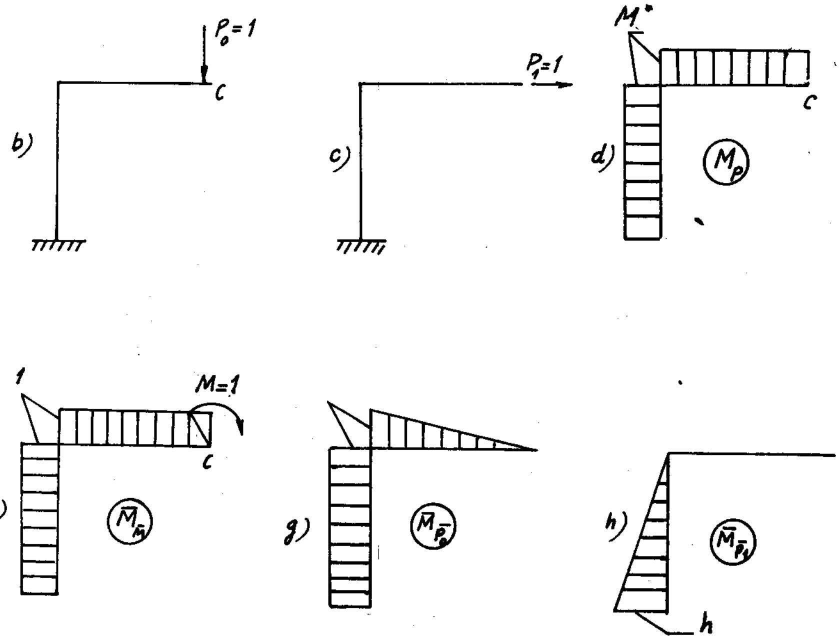
$$\Delta_{1P} = \frac{1}{E_iJ_i}(\overline{M}_{\bar{P}_1})(M_P) = \frac{M^*h^2}{2EJ} = \frac{5.40^2}{2.18000} = 0{,}222 \text{ cm}$$

$$\Delta_c = \sqrt{\Delta_{0P}^2 + \Delta_{1P}^2} = \sqrt{0{,}458^2 + 0{,}222^2} = 0{,}51 \text{ cm.}$$

2) Tính góc xoay tại mặt cắt C:

$$\varphi_c = \sum(M_P)\,(\overline{M}_{\overline{M}})\,\frac{1}{E_iJ_i} = \frac{M^* l.1}{EJ} + \frac{M^* h.1}{EJ} = \frac{5}{18000}(30+40) \Rightarrow$$

$\varphi_c = 0{,}0194$ rad.



Hình 6.63.

BÀI 64

Một khung như hình 6.64a. Cho P, a, E và J. Hãy tính chuyển vị ngang tại A?

GIẢI

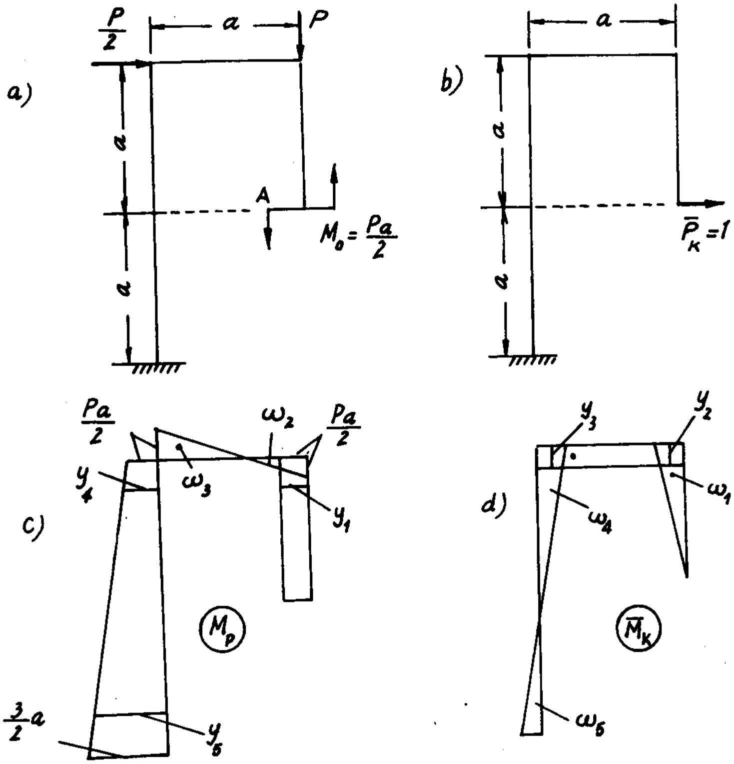
Biểu đồ mômen do tải trọng và $\overline{P}_k = 1$ gây ra được cho trên hình 6.64c, d.

$$\omega_1 = a^2/2;\ \omega_2 = P.a^2/8 = \omega_3,\ \omega_4 = a^2/2 = \omega_5$$

$$y_1 = P.a/2;\ y_2 = a = y_3\ ;\ y_4 = 2P.a/3;\ y_5 = 4P.a/3.$$

Theo công thức nhân Vêrêsaghin, ta có:

$$U_A = (\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2 + \omega_3 y_3 + \omega_4 y_4 + \omega_5 y_5) / EJ = 7Pa^2/12EJ$$



Hình 6.64.

BÀI 65

Cho một khung có độ cứng EJ = const như hình 6.65a. Xác định chuyển vị ngang tại C và góc xoay tại B. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt và lực dọc.

GIẢI

Biểu đồ mômen uốn M_P do tải trọng gây ra như hình 6.65b.

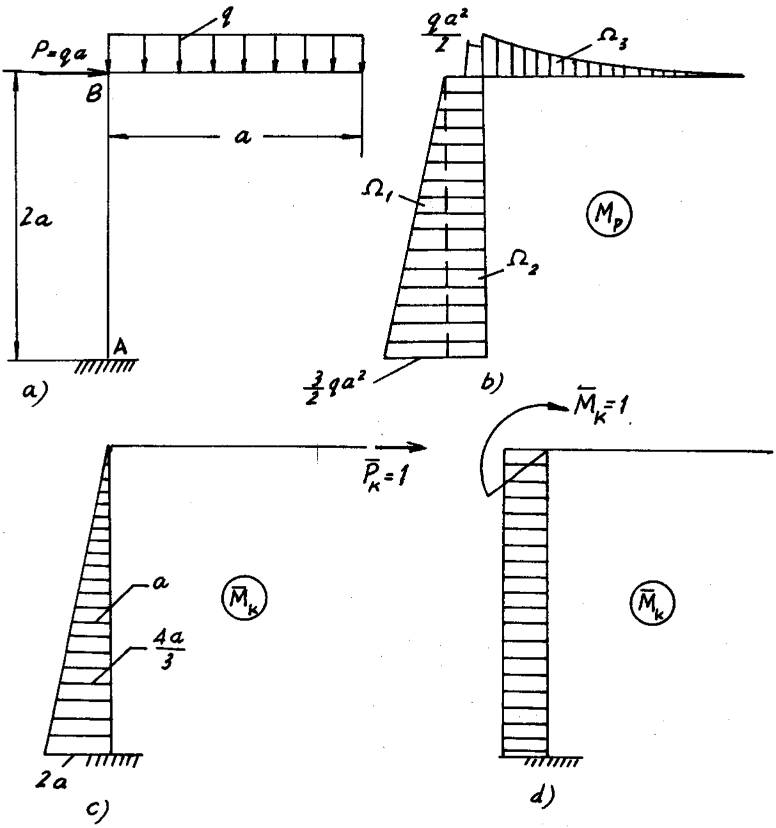
Để xác định chuyển vị ngang tại C, ta đặt tại đó một lực $\overline{P}_k = 1$ (hình 6.65c). Biểu đồ $\overline{M}_k$ như hình 6.65d. Ta chia biểu đồ M_P làm ba phần:

$$\Omega_1 = qa^3; \quad \overline{M}_k(c_1) = 4\,a/3$$

$$\Omega_2 = qa^3; \quad \overline{M}_k(c_2) = a$$

$$\Omega_3 = \frac{qa^3}{6}; \quad \overline{M}_k(c_3) = 0$$

$$\Delta_C^{ng} = \frac{1}{EJ}\left(qa^3.\frac{4}{3}a + qa^3.a\right) = \frac{7qa^4}{3EJ}$$



Hình 6.65.

Để xác định góc xoay tại B, ta đặt tại đó mômen $\overline{M}_k = 1$ và vẽ biểu đồ $\overline{M}_k$ như hình 6.65d.

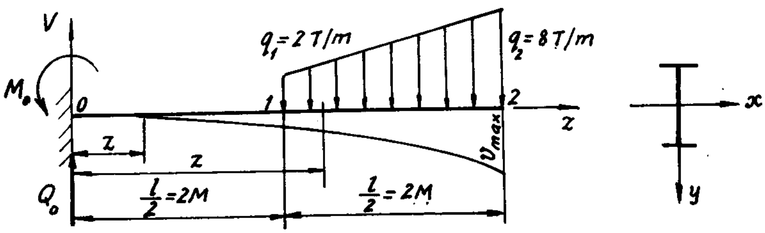
Thực hiện phép nhân Vêrêsaghin ta có:

$$\varphi_B = \frac{1}{EJ}(\overline{M}_k)(\overline{M}_P) = \frac{1}{EJ}\left(qa^3 + qa^3\right) = \frac{2qa^3}{EJ} > 0$$

Kết quả này chứng tỏ chiều góc xoay ở B cùng chiều với chiều của mômen $\overline{M}_k$.

BÀI 66

Hãy viết phương trình độ võng, góc xoay, tính độ võng lớn nhất và kiểm tra độ cứng đối với dầm cho trên hình 6.66. Biết E = $2.10^4\ \dfrac{kN}{cm^2}$, I_{22}, [V] = 2 cm.



Hình 6.66.

GIẢI

Phản lực tại ngàm $M_o = -320$ kNm ; Q_o = 100 kN.

Phương trình độ võng đoạn 1 là:

$$V_I = -\frac{320}{EJ}\frac{z^2}{2} + \frac{100}{EJ}\frac{z^3}{6}$$

với $0 \le z \le l/2$

$$V_{II} = V_I + \frac{\Delta q_1}{EJ}\frac{\left(z-\frac{l}{2}\right)^4}{4!} + \frac{\Delta q'_1}{EJ}\frac{\left(z-\frac{l}{2}\right)^5}{5!}$$

$$= \frac{320}{EJ}\frac{z^2}{2} + \frac{100}{EJ}\frac{z^3}{6} - \frac{20}{EJ}\frac{(z-2)^4}{24} - \frac{30}{EJ}\frac{\left(z-2^5\right)}{120}\ ;\ \frac{l}{2} \le z \le l$$

Bằng cách đạo hàm phương trình độ võng ta nhận được các phương trình góc xoay của đoạn I và đoạn II như sau:

$$\varphi_I = \frac{dV_I}{dz} = -\frac{320}{EJ}z + \frac{100}{EJ}\frac{z^2}{2};$$

$$\varphi_{II} = \frac{dV_{II}}{dz} = -\frac{320}{EJ}z + \frac{100}{EJ}\frac{z^2}{2} - \frac{20(z-2)^3}{EJ6} - \frac{30}{EJ}\frac{(z-2)^4}{24}.$$

Độ võng lớn nhất V_{max} xảy ra tại z = 400 cm.

$$V_{max} = \frac{2272.10^3}{15EJ} = \frac{2272.10^3}{15.2.10^4.2550} = 1{,}75 \text{ cm} < [V] = 2 \text{ cm}.$$

BÀI 67

Xác định góc xoay tại A và độ võng tại điểm B của dầm cho trên hình 6.67a bằng cách nhân biểu đồ. Các số liệu cho trước:

$$q = 10^4 \text{ N/m},\ a = 100 \text{ cm};\ J = 3000 \text{ cm}^4,\ E = 2.10^7 \text{ N/cm}^2.$$

GIẢI

Để tính chuyển vị đặt ra bằng cách nhân biểu đồ của Vêrêsaghin ta cần phải tạo ra và vẽ các biểu đồ mômen uốn trong hệ đã cho và ở các trạng thái ảo (hình 6.67a, b, c).

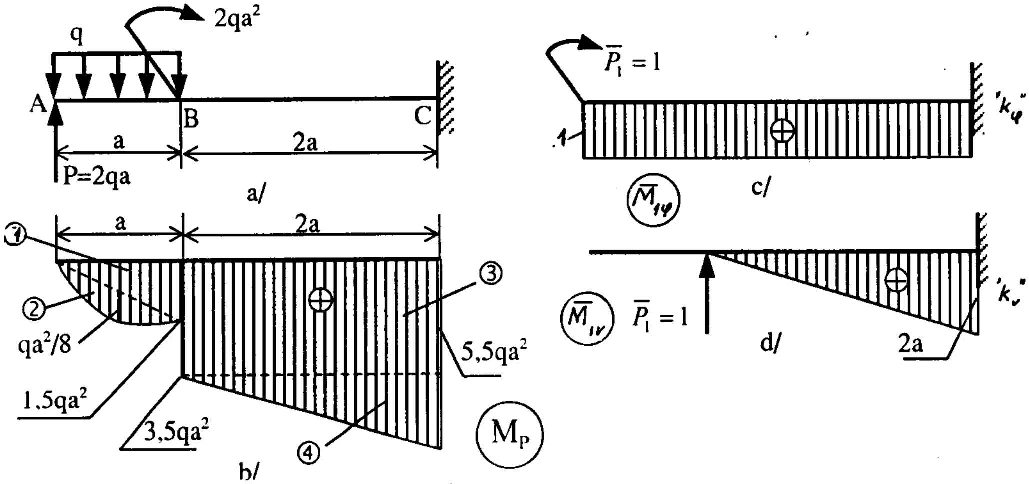
Ta chia diện tích của biểu đồ M_P thành 4 phần (hình 6.67b):

$$\omega_1 = \frac{1}{2}\,1{,}5\,qa^3 = 0{,}75\,qa^3$$

$$\omega_2 = \frac{2}{3}\frac{qa^3}{8} = \frac{qa^3}{12}$$

$$\omega_3 = 3{,}5\,qa.2a = 7\,qa^3$$

$$\omega_4 = 2qa^3.$$



Hình 6.67.

Góc xoay tại A: φ_A.

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ}(M_P)\,(\overline{M}_{1\varphi}) = \frac{1}{EJ}\left(0{,}75+\frac{1}{12}+2\right)qa^2.1 = 0{,}0165 \text{ rad} > 0$$

Kết quả $\varphi_A > 0$ chứng tỏ mặt cắt A quay theo chiều của ngẫu lực $\overline{P} = 1$ (hình 6.67c).

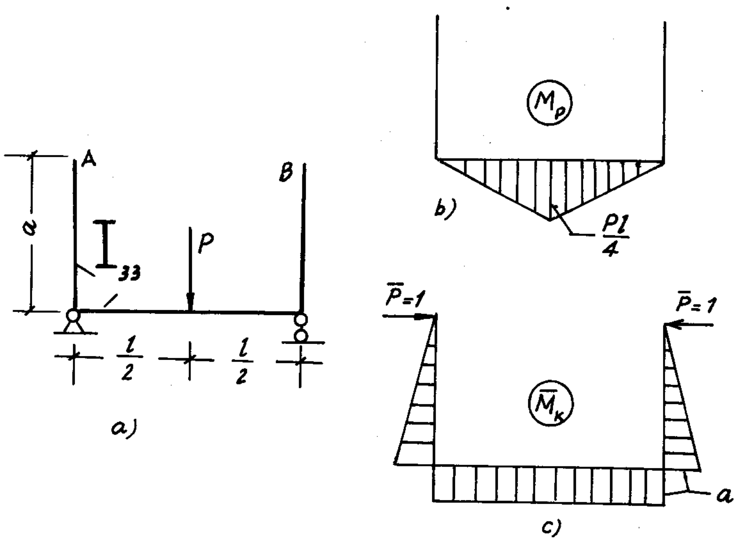
Tính độ võng tại B: V_B:

$$V_B = \frac{1}{EJ}\,(M_P)\,(\overline{M}_{1V}) = \frac{1}{EJ}\left[7qa^3\,\frac{2a}{3} + 2qa^3\,\frac{2}{3}.2a\right] = 1{,}611 \text{ cm} > 0$$

Kết quả dương cho thấy điểm B di chuyển lên trên theo chiều lực $\overline{P} = 1$ đã chọn (hình 6.67d).

BÀI 68

Hệ chịu lực như hình 6.68a. Hãy xác định độ dịch gần (sự thay đổi khoảng cách) giữa hai điểm A và B. Cho biết: P = 100 kN; l = 400 cm, a = 200 cm, $E = 2.10^4\ \dfrac{kN}{cm^2}$ và $J_x = 7980\ cm^4$.



Hình 6.68.

GIẢI

Để xác định độ dịch gần δ phải vẽ biểu đồ mômen uốn (M_P) do P gây ra trong hệ xuất phát (hình 6.68b) và phải tạo ra trạng thái ảo "K" và vẽ biểu đồ mômen uốn ($\overline{M}_K$) ở trạng thái này (hình 6.68c).

Bằng cách nhân các biểu đồ (M_P) và ($\overline{M}_K$) theo thuật toán Vêrêsaghin để có độ dịch gần δ. Cụ thể là:

$$\delta = \sum_{l} \frac{(M_P)(\overline{M}_K)}{EJ} = \frac{Pl^2}{4.2EJ}.a = \frac{Pl^2 a}{8EJ} = \frac{100.400^2.200}{8.2.10^4.7980} = 2{,}5\text{ cm.}$$

BÀI 69

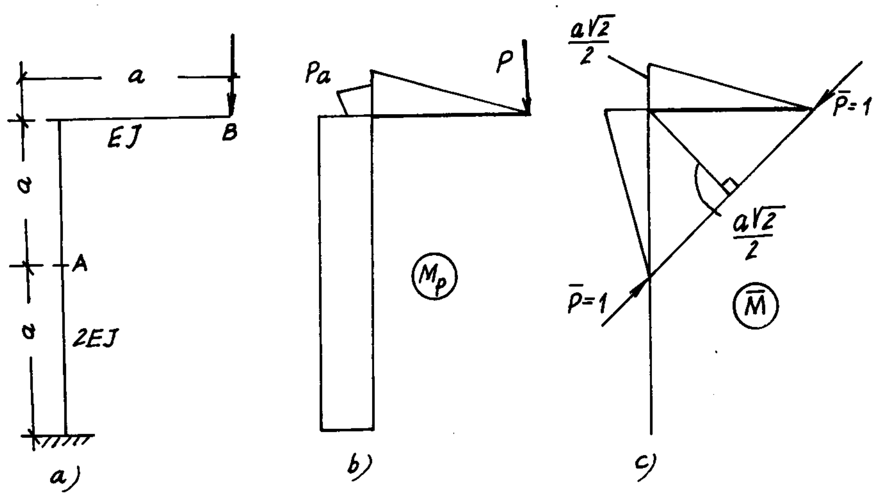
Cho một khung chịu lực như hình 6.69a. Hãy tính độ dịch gần giữa 2 điểm A, B.

GIẢI

Để tính độ dịch gần giữa 2 điểm A và B, (tức là tính chuyển vị tương đối giữa hai điểm này) ta cần phải vẽ các biểu đồ mômen uốn M_P

trong hệ đã cho và $\overline{M}_1$ trong hệ ở trạng thái ảo chỉ do 2 lực $\overline{P} = 1$ cùng phương AB nhưng ngược chiều (hình 6.69c).

Các biểu đồ M_P và $\overline{M}_1$ được cho trên hình 6.69b, c.



Hình 6.69.

Thuật toán nhân biểu đồ của Vêrêsaghin cho ta độ dịch gần cần tìm:

$$\Delta = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2}Pa^2.\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{2}}{2} - Pa^2\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$\Delta = \frac{5Pa^3\sqrt{2}}{12EJ} = +0{,}59\frac{Pa^3}{EJ}.$$

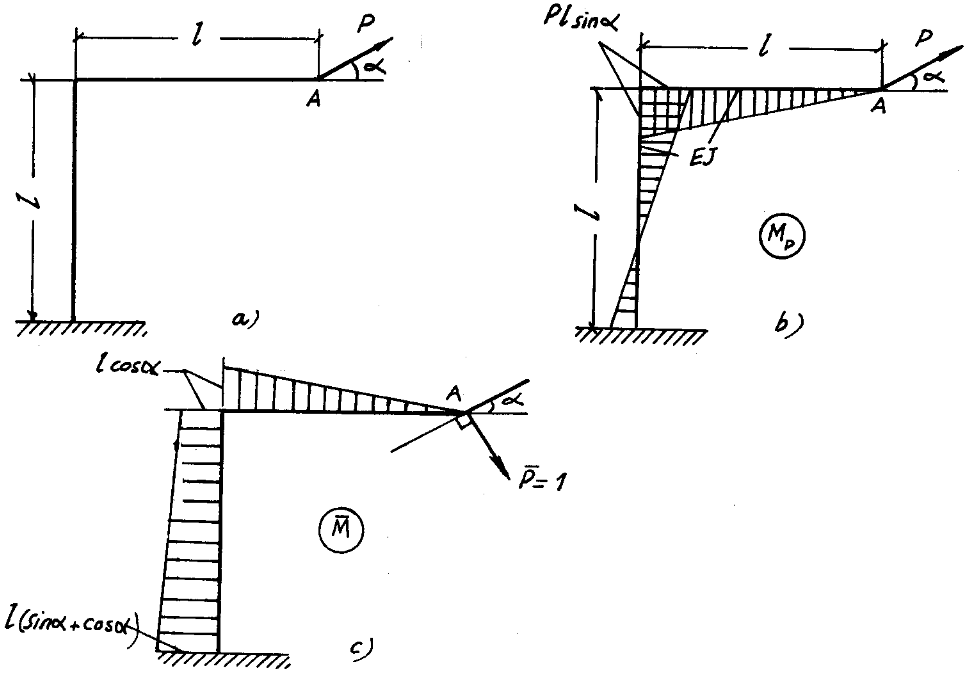
Dấu + chứng tỏ hai điểm di chuyển theo chiều lực $\overline{P} = 1$ đã chọn.

BÀI 70

Một khung đơn giản chịu lực như hình 6.70a. Hãy xác định góc α để chuyển vị của điểm A xảy ra theo phương của lực P.

GIẢI

Theo giữ kiện của đề bài về góc α cần tìm thì chuyển vị của điểm A theo phương vuông góc với đường tác dụng của lực P phải bằng 0.



Hình 6.70.

Do đó, ta cần vẽ biểu đồ M_P như hình 6.70b và vẽ biểu đồ $\overline{M}$ khi đặt vào A một lực đơn vị $\overline{P} = 1$ theo phương vuông góc với $\vec{P}$ (hình 6.70c). Nhân hai biểu đồ này với nhau theo cách nhân của Vêrêsaghin rồi cho bằng 0 kết quả của phép nhân đó, ta nhận được góc α cần tìm:

$$tg2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{8}$$

n là số nguyên bất kỳ.

BÀI 71

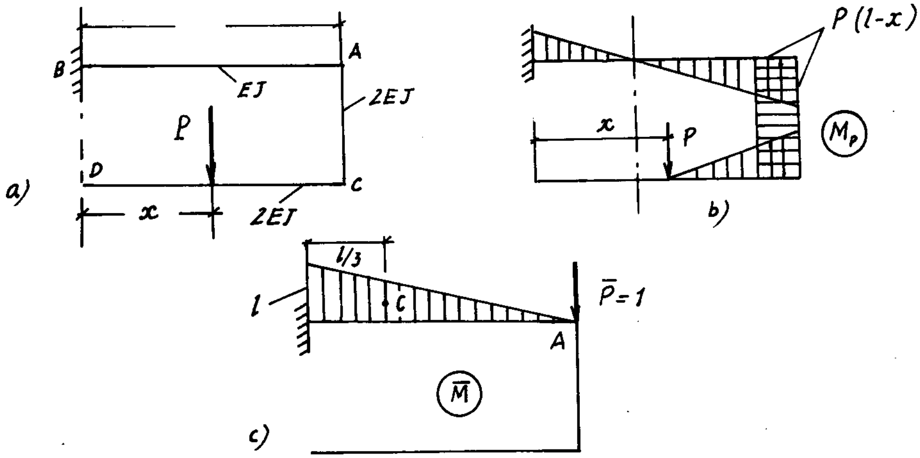
Một khung BACD chịu lực như hình 6.71a. Hãy xác định khoảng cách x để chuyển vị thẳng đứng Δ_A của điểm A bằng không?

GIẢI

Chúng ta xác định khoảng cách x bằng phương pháp nhân biểu đồ của Vêrêsaghin. Giả sử lực P được đặt ở vị trí x chưa biết ta vẽ M_P. Đặt vào A theo phương thẳng đứng lực đơn vị $\overline{P} = 1$ ta vẽ $\overline{M}$. Gọi Ω là diện tích của biểu đồ $\overline{M}$, x_c là hoành độ trọng tâm của Ω kể từ ngàm B, g_c là tung độ của biểu đồ M_P tương ứng với x_c, ta có:

$$\Delta_{AP} = \frac{\Omega.g_c}{EJ} = \frac{l.l.g_c}{2EJ} = 0 \Rightarrow g_c = 0 \text{ và } x_c = l/3.$$

Vậy để $\Delta_{AP} = 0$ thì lực P cần đặt cách D một đoạn là $x = x_c = l/3$.



Hình 6.71.

BÀI 72

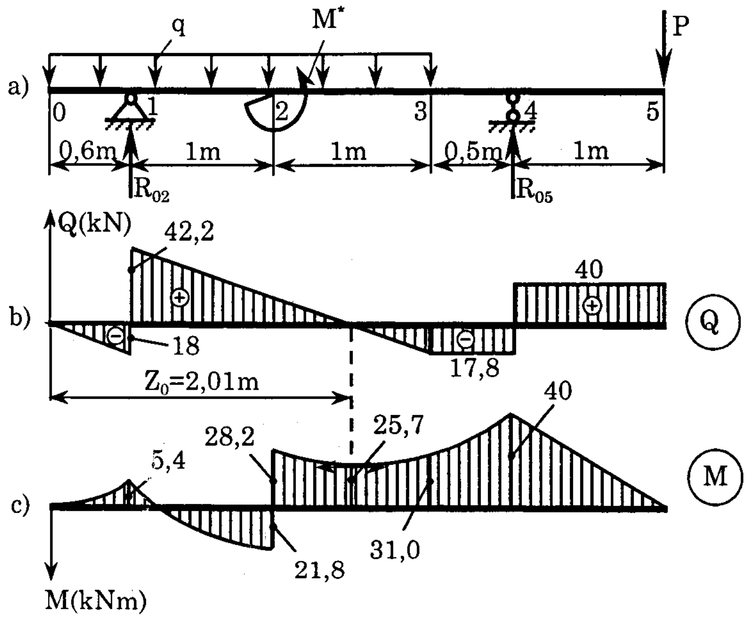
Một dầm tĩnh định mặt cắt không đổi, chịu lực cân bằng như hình 6.72a. Hãy viết biểu thức nội lực trong dầm, vẽ các biểu đồ nội lực đó, và kiểm tra xem độ cứng tại các mặt cắt: "0", "2", "3" và "5" có đảm bảo không? Cho biết: q = 30 kN/m; M^* = 50 KNm; P = 40 kN, E = 2.10^4 kN/cm², J = 9840 cm⁴, [V] = 1 cm; [φ] = 0,01 rad.

GIẢI

Các phản lực R_{02} và R_{05} được xác định từ điều kiện cân bằng:

$$\sum m_4(\bar{P}) = 0 \Rightarrow R_{02} = 60,2 \text{ kN}$$

$$\sum m_1(\bar{P}) = 0 \Rightarrow R_{05} = 57,8 \text{ kN}$$



Hình 6.72.

Phương trình của M(z) và Q(z) với EJ = const ∀i, theo vạn năng có dạng:

$$M(z) = -\frac{30z^2}{2!}\Bigg|_1 + 60{,}2(z-0{,}6)\Bigg|_2 - 50\Bigg|_3 + 30\frac{(z-2{,}6)^2}{2!}\Bigg|_4 + 57{,}8(z-3{,}1)\Bigg|_5$$

$$Q(z) = -30z\Bigg|_1 + 60{,}2\Bigg|_2 + 30(z-2{,}6)\Bigg|_4 + 57{,}8\Bigg|_5$$

Từ các phương trình của M và Q được viết cho mỗi đoạn, ta dựng được các biểu đồ như hình 6.72b, c.

Để tính các chuyển vị theo yêu cầu kiểm tra điều kiện cứng của đề bài, thuận tiện và tốn ít sức lao động nhất, ta phải sử dụng phương pháp vạn năng. Cụ thể là:

$$V(z) = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01} z - q\frac{z^4}{4!EJ}\Bigg|_{1} + R_{02}\frac{(z-60)^3}{3!EJ}\Bigg|_{2} - M^{*}\frac{(z-160)^2}{2!EJ}\Bigg|_{3}$$

$$+ q\frac{(z-260)^4}{4!EJ}\Bigg|_{4} + R_{05}\frac{(z-210)^3}{3!EJ}\Bigg|_{5}$$

$$\varphi(z) = \Delta\varphi_{01} - q\frac{z^3}{3!EJ}\Bigg|_{1} + R_{02}\frac{(z-60)^2}{2!EJ}\Bigg|_{2} - M^{*}\frac{(z-160)}{EJ}\Bigg|_{3} +$$

$$+ q\frac{(z-260)^3}{3!EJ}\Bigg|_{4} + R_{05}\frac{(z-210)^2}{2!EJ}\Bigg|_{5}$$

ΔV_{01} và $\Delta\varphi_{01}$ được xác định từ các phương trình điều kiện liên kết sau:

$$V(z = 60 \text{ cm}) = 0$$

$$V(z = 310 \text{ cm}) = 0.$$

Suy ra:

$\Delta V_{01} = V_0 = -1{,}722.10^{-2}$ cm (điểm "0" di chuyển xuống).

$\Delta\varphi_{01} = \varphi_0 = 2{,}277.10^{-4}$ rad (mặt cắt "0" quay ngược kim đồng hồ)

Thay các giá trị của z = 0; 160; 260; 410 cm và các số liệu đã biết vào các hàm $V(z)$, $\varphi(z)$ ta có:

$V(z = 0) = -1{,}721.10^{-2}$ cm ; $V(z = 160 \text{ cm}) = 4{,}019.10^{-2}$ cm,

$V(z = 260 \text{ cm}) = 5{,}122.10^{-2}$ cm, $V(z = 410 \text{ cm}) = \max|V| = |-0{,}22 \text{ cm}|$

$\varphi(z = 410) = \max|\varphi| = |-2{,}511.10^{-3}|$ rad, mặt cắt này quay thuận chiều kim đồng hồ.

Kết quả tính toán này cho thấy:

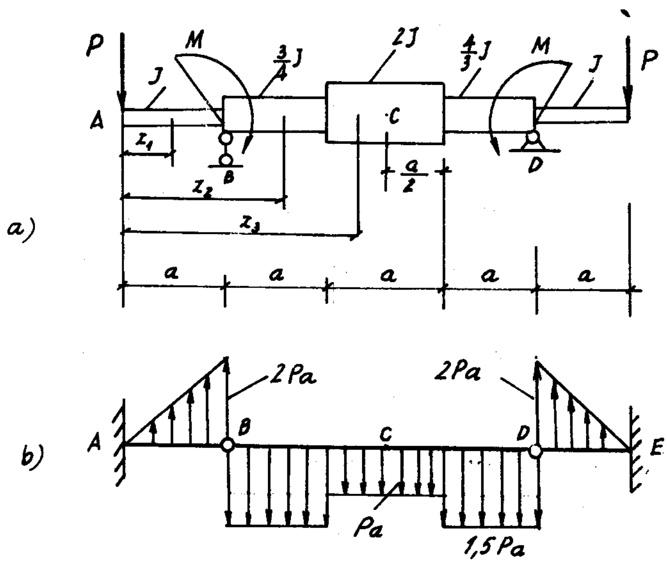
$\max|V| = 0{,}22 \text{ cm} < [V] = 1 \text{ cm}$; $\max|\varphi| = 0{,}0025 \text{ rad} < [\varphi] = 0{,}01 \text{rad}$.

BÀI 73

Một trục bậc có kích thước và chịu lực như hình 6.73a. Với các số liệu cho trước: P, a, M = 2Pa, E, J. Hãy tính góc xoay φ_A, φ_B và độ võng V_A, V_C?

GIẢI

Với yêu cầu đặt ra của bài toán này bạn đọc có thể dùng nhiều phương pháp khác nhau để giải. Ví dụ, phương pháp vạn năng, phương pháp Maxwell – Mohr v.v... Trong bài này ta dùng phương pháp đồ toán đối với những dầm mặt cắt thay đổi.



Hình 6.73.

Phương trình vi phân của đường đàn hồi của mỗi đoạn dầm có dạng:

$$EJ_xV'' = M_x \qquad (a)$$

Thay cho (a) ta có thể sử dụng phương trình sau:

$$EJ_oV'' = M_x \cdot \frac{J_o}{J_x} \qquad (b)$$

Ở đây J_o là mômen quán tính của mặt cắt đối với trục trung hoà x của dầm thu gọn nào đó có mặt cắt không đổi. Đại lượng $M_x.\frac{J_o}{J_x}$ được gọi là mômen uốn dẫn xuất và ký hiệu là M_{dx}.

Ta chọn $J_o = 2J$; do đó, mômen dẫn suất trong các đoạn là:

$$M_{dx1} = P.Z_1.\frac{2J}{J} = 2PZ_1\,;\; M_{dx2} = \frac{Pa.2J}{\frac{4}{3}J} = 1{,}5\ Pa;\;\; M_{dx3} = Pa.$$

Biểu đồ mômen uốn dẫn xuất và dầm giả tạo được cho trên hình 6.73b. Từ dầm giả tạo với tải trọng giả tạo như trên hình 6.73b, ta dễ dàng tính được lực cắt giả tạo, mômen uốn giả tạo tại A, B, C và do đó là góc xoay và độ võng tại các điểm cần tính theo công thức:

$$\theta_x = \frac{Q_{gt}}{EJ_o}\;;\; V(z) = \frac{M_{gt}}{EJ_o} \qquad \text{(c)}$$

Gọi B_1 là phản lực tương tác giữa dầm phụ BD và các dầm chính AB và DE, phản lực này có giá trị.

$$B_1 = \frac{3}{2}Pa.\,a + Pa.\,\frac{a}{2} = 2Pa^2;$$

Lực cắt giả tạo tại A_1 và B_1 là:

$$Q_{gt_{A_1}} = -2Pa^2 + 2Pa.\frac{a}{2} = -Pa^2\,;\;\; Q_{gt_{B_1}} = -B_1 = -2Pa^2;$$

$$M_{gt_{A_1}} = +2Pa^2.a - Pa^2.\,\frac{2}{3}a = \frac{-4}{3}Pa^3;$$

$$M_{gt_{C_1}} = -2Pa^2.\frac{3}{2}a - \frac{3}{2}Pa^2.a - \frac{1}{2}Pa^2.\frac{1}{4}a = -\frac{11}{8}Pa^2.$$

Từ công thức (c) ta tính được các góc xoay và độ võng như sau:

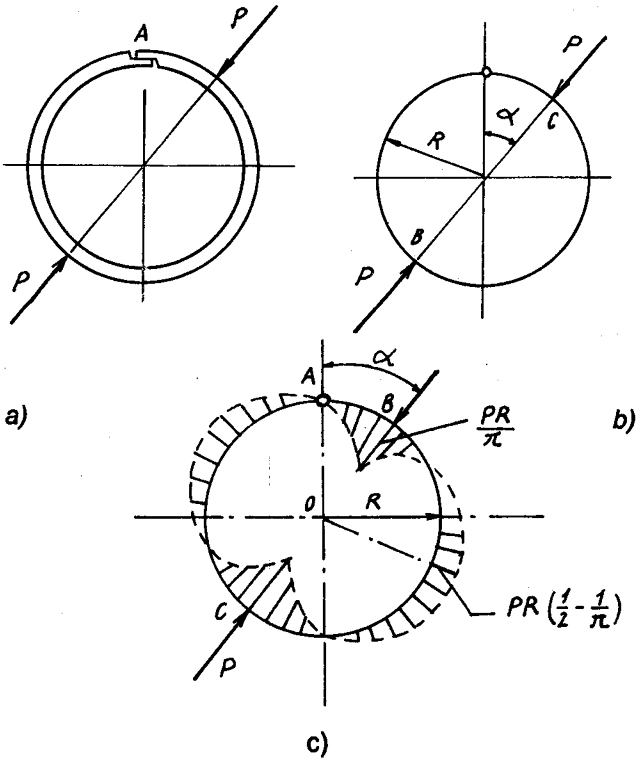
$$\varphi_A = \frac{Q_{gt_{A_1}}}{2EI} = -\frac{Pa^2}{2EI}\;; \qquad \varphi_B = \frac{Q_{gt_{B_1}}}{2EI} = -\frac{Pa^2}{EI}$$

$$V_A = \frac{M_{gt_{A_1}}}{2EI} = +\frac{2Pa^3}{3EI}\;; \qquad V_C = \frac{M_{gt_{C_1}}}{EI} = -\frac{11}{16}\frac{Pa^3}{EI}.$$

BÀI 74

Một vòng đệm tròn bằng thép có cấu tạo như hình 6.74a chịu nén bởi cặp lực P xuyên tâm, mối nối A được mô hình hoá bởi khớp A (hình 6.74b).

Hãy tìm giá trị góc α để với góc đó chuyển vị tương hỗ của hai điểm BC là bé nhất, với giá trị lực nén không đổi?



Hình 6.74.

GIẢI

Nếu trong vành tròn kín được đưa vào một khớp thì nói chung độ cứng của vành chỉ có thể bị giảm đi. Trường hợp tốt nhất để đảm bảo cho độ cứng của vành kín có khớp không bị giảm, nếu khớp A được đặt vào mặt cắt tại đó mômen uốn trong vành kín không khớp bằng không.

Trên hình 6.74c đường nét đứt là biểu đồ mômen uốn trong vành không khớp. Góc α cần tìm là $\arcsin\dfrac{2}{\pi}$.

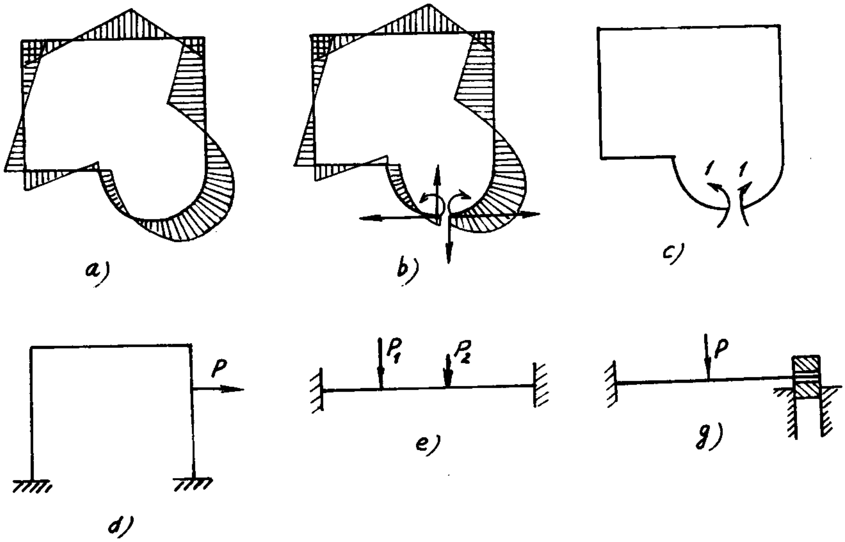
BÀI 75

Hãy chứng minh rằng diện tích của biểu đồ mômen uốn do tác dụng ngoài gây ra đối với một khung phẳng có chu vi kín và độ cứng EJ không đổi thì bằng 0, nghĩa là chứng minh rằng:

$$\int_S M_P dS = 0$$

GIẢI

Ta xét một khung phẳng chu vi kín bất kỳ, có EJ = hằng ∀S (hình 6.75a). Tưởng tượng cắt khung tại một vị trí bất kỳ và đặt vào đó các nội lực cần tìm, sau đó tính chuyển vị góc tương hỗ giữa hai mặt cắt tại vị trí cắt. Gọi $\overline{M}_1$ là mômen uốn do mômen uốn đơn vị $\overline{M}_1$ = 1 đặt vào hai phía của mặt bị cắt (hình 6.75b, c).



Hình 6.75.

Chuyển vị góc tương hỗ theo công thức Morh là:

$$\Delta = \int_S \frac{M_P \overline{M}_1}{EJ} dS$$

Vì khung có cấu tạo liên tục, cho nên $\Delta = 0$.

Vì thế với EJ = hằng thì diện tích biểu đồ mômen uốn do tác dụng ngoài gây ra trong khung phẳng phải là:

$$\int_S M_P dS = 0 \qquad (1)$$

Về ý nghĩa tích phân (1) là diện tích của biểu đồ mômen M_P trong khung kín. Đó là điều cần chứng minh. Kết quả (1) cũng đúng không chỉ đối với khung có chu vi kín mà đối với tất cả các loại khung có liên kết với đối tượng gây liên kết, sao cho tại vị trí này góc xoay tương đối bằng không và EJ = hằng (hình 6.75d, e, g).

BÀI 76

Hãy chứng minh rằng một khung phẳng chu vi kín có một khớp thì $\int_S M_P.ZdS = 0$ với điều kiện EJ = hằng tại $\forall S$, ở đây M_P là mômen uốn nội lực do ngoại lực gây ra, z là khoảng cách đến một trục bất kỳ qua khớp (hình 6.76a). Tích phân được lấy trên toàn chu vi khung kín.

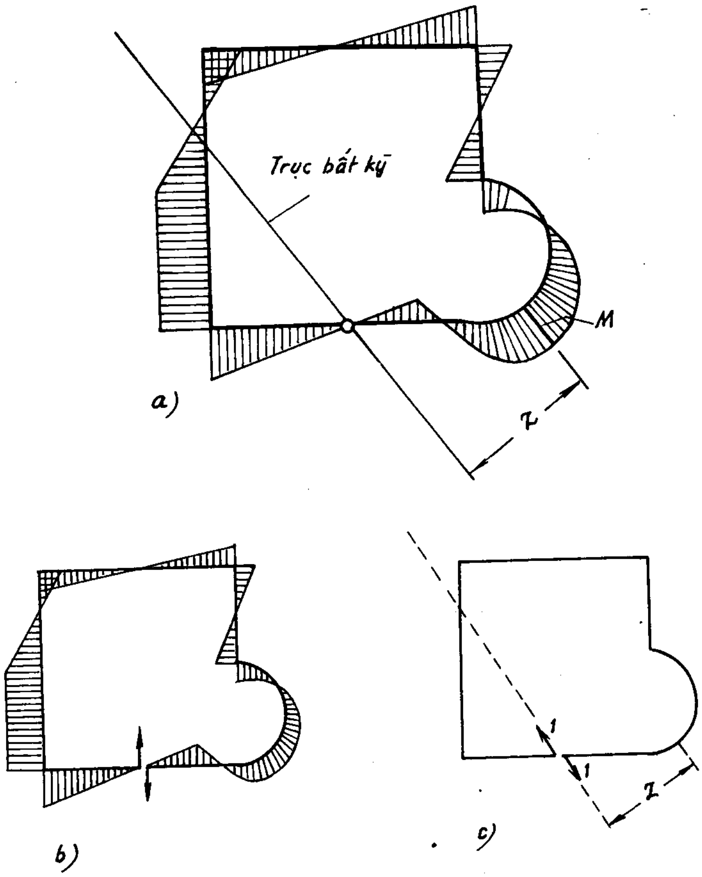
GIẢI

Để chứng minh ta cần tháo khớp và xác định chuyển vị tương hỗ của hai mặt cắt ở hai bên khớp đã tháo. Muốn vậy ta phải đặt vào hai mặt cắt này hai lực đơn vị (hình 6.76b, c) theo một phương bất kỳ nhưng trái chiều. Chuyển vị tương hỗ Δ khi ấy theo công thức Morh sẽ là:

$$\Delta = \int_S \frac{M_P \overline{M}_1}{EJ} dS = \frac{1}{EJ} \int_S M_P \overline{M}_1 dS$$

Nhưng vì $\overline{M}_1 = Z$ và $\Delta = 0$, cho nên:

$$\int_C M_P Z dS = 0$$



Hình 6.76.

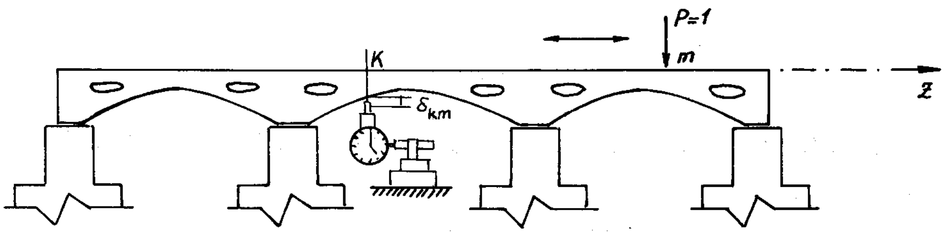
BÀI 77

Một dầm chịu một lực tập trung P ở điểm m có mặt cắt thay đổi bất kỳ phức tạp đến mức việc xác định đường đàn hồi bằng các tính toán lý thuyết là hết sức khó khăn và chỉ có thể cho kết quả chính xác bằng cách đo. Hãy thiết lập quy luật thay đổi của đường đàn hồi (chuyển vị thẳng đứng) theo hoành độ Z (hình 6.77) trong điều kiện chỉ có một đồng hồ đo chuyển vị và độ võng của dầm được xem là tỷ lệ với lực tác dụng P?

GIẢI

Vì chuyển vị của dầm được thừa nhận là tỷ lệ với lực tác dụng P, nên chúng ta sẽ sử dụng định lý tương hỗ của các chuyển vị để giải quyết bài toán này như sau:

Ta có thể xác định chuyển vị của một mặt ngang "m" có hoành độ Z nào đó bằng cách đặt đồng hồ đo ở dưới điểm K và chất tải lên dầm ở mặt cắt Z (hình 6.77). Khi di chuyển lực P dọc theo trục dầm đến mỗi vị trí Z, đồng hồ đo cho ta giá trị của chuyển vị δ tương ứng đo được ở điểm K. Quan hệ nhận được δ = f(z) chính là đường đàn hồi của trục dầm cần xác định. Trong trường hợp P quá nặng không thể di chuyển được thì ta có thể giảm P xuống, sau đó tăng độ võng đo được theo tỷ lệ giảm của P.



Hình 6.77.

BÀI 78

Một dầm thép mặt cắt ngang hình chữ I_{20}, E = 2.10^4 kN/cm^2 chịu lực như hình 6.78a. Hãy viết:

1/ Phương trình độ võng V(z), phương trình góc xoay φ(z), phương trình mômen uốn và lực cắt $M_x(z)$, $Q_y(z)$.

2/ Hãy chỉ rõ tại hoành độ z nào các đại lượng V, φ, M và Q có giá trị lớn nhất về trị tuyệt đối.

GIẢI

Phương trình V(z), φ(z), $M_x(z)$, $Q_y(z)$:

$$\left.\begin{aligned}
&V(z)=\Delta\varphi_{01}z+\frac{R_{01}z^3}{3!\,EJ_x}-\frac{0{,}1z^4}{4!\,EJ_x}\Bigg|_{1}+\Delta\varphi_{02}(z-a_1)+\frac{0{,}1(z-a_1)^4}{4!\,EJ_x}\Bigg|_{2}\\
&\varphi(z)=\Delta\varphi_{01}+R_{01}\frac{z^2}{2!\,EJ_x}-\frac{0{,}1z^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{1}+\Delta\varphi_{02}+\frac{0{,}1(z-a_1)^3}{3!\,EJ_x}\Bigg|_{2}\\
&M_x(z)=R_{01}z-\frac{0{,}1z^2}{2!}\Bigg|_{1}+\frac{0{,}1(z-a_1)^2}{2!}\Bigg|_{2}\\
&Q_y(z)=R_{01}-0{,}1z\Big|_{1}+0{,}1(z-a_1)\Big|_{2}
\end{aligned}\right\}\quad\text{(a)}$$

Phản lực R_{01}, bước nhảy của các góc xoay $\Delta\varphi_{01}$, $\Delta\varphi_{02}$ được xác định từ điều kiện:

$$\left.\begin{aligned}
V(z=a_2=600\,\text{cm})&=0\\
\varphi(z=a_2=600\,\text{cm})&=0\\
M_x(z=a_1=400\,\text{cm})&=0
\end{aligned}\right\}\qquad\text{(b)}$$

Giải hệ (b) ta có:

$$R_{01}=20\text{ kN};\ \Delta\varphi_{01}=-0{,}01087\text{ rad};\ \Delta\varphi_{02}=0{,}00737\text{ rad}.$$

Thay giá trị bằng số của R_{01}, $\Delta\varphi_{01}$, $\Delta\varphi_{02}$ và $E = 2.10^4\dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $J = 1840$ cm^4, $a_1 = 400$ cm, ta có các phương trình $V(z)$, $\varphi(z)$, $M_x(z)$ và $Q_y(z)$ tường minh cụ thể dưới đây:

$V_1(z) = -1{,}132.10^{-10}z^4 + 9{,}058.10^{-8}z^3 - 1{,}087.10^{-2}z$ với $0 \le z \le 400$ cm

$V_2(z) = -9{,}058.10^{-8}z^3 + 1{,}087.10^{-2}z - 1{,}449$ với $400\text{ cm} \le z \le 600$ cm

$\varphi_1(z) = -4{,}529.10^{-10}z^3 + 2{,}717.10^{-7}z^2 - 1{,}087.10^{-2}$ với $0 \le z \le 400$ cm

$\varphi_2(z) = -2{,}717.10^{-7}z^2 + 1{,}087.10^{-2}$ với $400\text{ cm} \le z \le 600$ cm

$M_1(z) = -5.10^{-2}z^2 + 20z$ với $0 \le z \le 400$ cm

$M_2(z) = -20z$ với $400\ cm \le z \le 600\ cm$

$Q_1(z) = -\dfrac{z}{10} + 20$ với $0 \le z \le 400\ cm$

$Q_2(z) = -20$ với $400\ cm \le z \le 600\ cm$

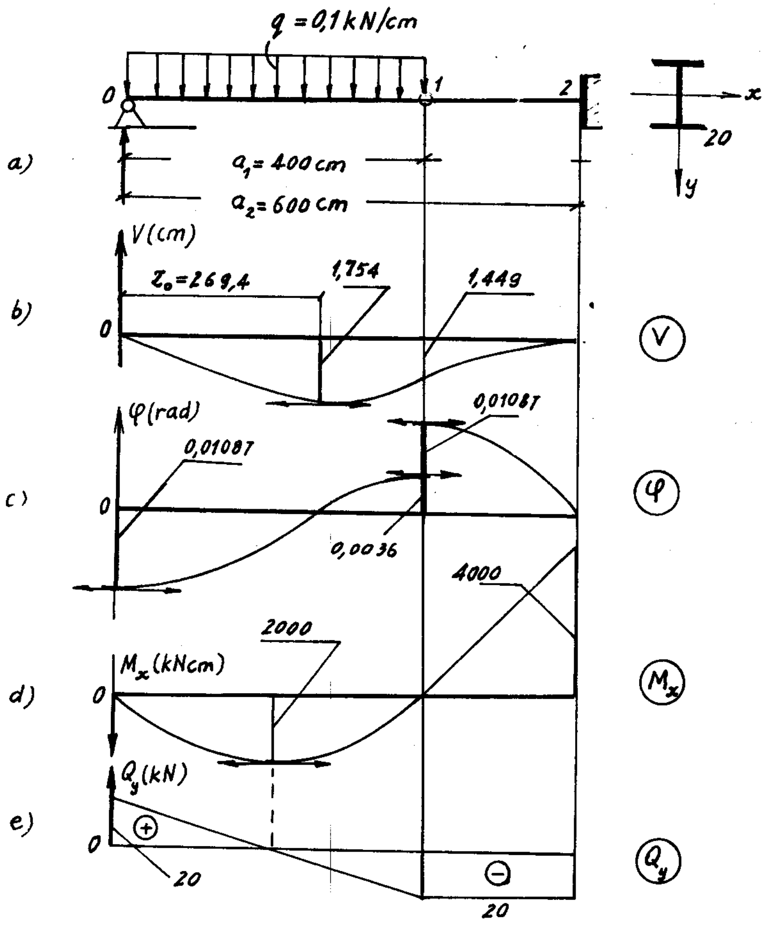
$\max|V| = 1{,}754\ cm$ tại $z = 269{,}4\ cm$

$\max|\varphi| = 0{,}01087\ rad$ tại $z = 400\ cm$ và $z = 0$

$\max|M| = 4000\ kNcm$ tại $z = 600\ cm$

$\max|Q| = 20\ kN$ tại $z = 0$ và $z \ge 400\ cm$

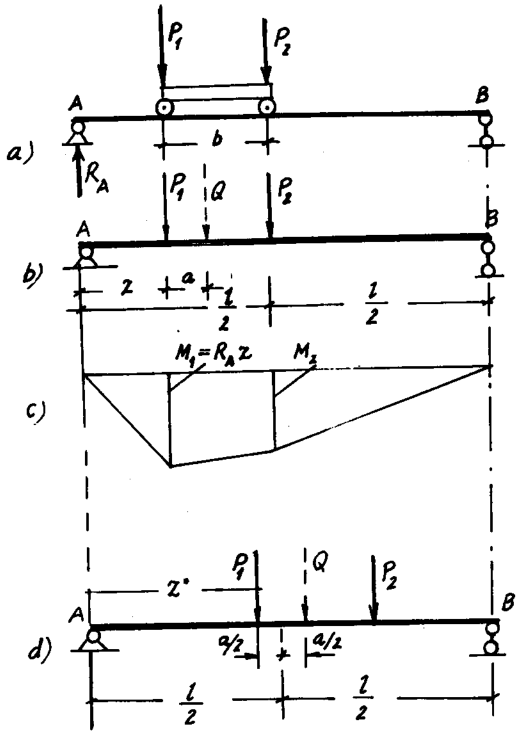
Biểu đồ (V), (φ), (M_x) và (Q_y) được cho trên hình 6.78b, c, d, e.



Hình 6.78.

BÀI 79

Một xe ô tô chạy trên cầu (hình 6.79a) là một dầm đơn giản bằng thép chữ I_{33} có J_x = 7980 cm^4, W_x = 484 cm^3, P_1 = 100 kN, P_2 = 60 kN, l = 6 m, $[\sigma]$ = 16 kN/cm^2, b = 2 m. Hãy xác định vị trí của xe trên cầu, để ở vị trí đó cầu chịu mômen uốn lớn nhất và hãy kiểm tra bền cho cầu khi không kể đến ảnh hưởng của lực cắt?



Hình 6.79.

GIẢI

Biểu đồ mômen (hình 6.79b) cho thấy mômen uốn lớn nhất M_1 ở điểm đặt lực P_1 và bằng $M_1 = R_A.Z$, trong đó R_A là phản lực ở gối tựa A.

Gọi Z là khoảng cách từ lực lớn nhất P_1 đến gối tựa A và a là khoảng cách từ P_1 đến hợp lực Q, ta có phản lực R_A và mômen ở điểm đặt P_1 là:

$$R_A = Q(l - z - 2) / l \; ; \; M_1 = Z.Q(l - z - 2)$$

Điều kiện để có M_{max} là:

$$\frac{dM}{dz} = (Q/l)\,(l - 2Z^* - a) = 0 \Rightarrow Z^* = l/2 - a/2 = 3 - 0,3 = 2,7 \text{ m.}$$

Tại mặt cắt nguy hiểm nhất này, điều kiện bền là:

$$\sigma_{max} = Z^*.Q\,(l - Z^* - 2) / W_x = 270.160(600 - 270 - 200)/484 =$$
$$= 11,6 \frac{kN}{cm^2} < [\sigma].$$

BÀI 80

Một đoàn tải trọng phân bố đều q = 0,1 kN/cm, có chiều dài b = 200 cm di chuyển trên một dầm côngxôn bằng thép mặt cắt ngang hình chữ I_{33}. Hãy tính chuyển vị tại điểm K đầu mút phải dầm khi đoàn tải trọng đứng cách ngàm trái một đoạn t = 400 cm, 300 cm và 100 cm (hình 6.80a). Cho biết $E = 2.10^4\ \dfrac{kN}{cm^2}$; đường đàn hồi của trục dầm do $\overline{P}_K = 1$ và $\overline{M}_K = 1$ gây ra là: $\overline{V}_K = \dfrac{1}{EJ}\left(\dfrac{lz^2}{2} - \dfrac{z^3}{6}\right)$ và $\overline{\varphi}_K = \dfrac{1}{EJ}\left(lz - \dfrac{z^2}{2}\right)$.

GIẢI

Gọi $\overline{V}(z)$ và $\overline{\varphi}(z)$ là đường đàn hồi của trục dầm do lực $\overline{P}_K = 1$ và $\overline{M}_K = 1$ đặt cố định tại K gây ra (hình 6.80b, c). Ta có thể tính chuyển vị thẳng đứng V_K và góc xoay φ_K tại các vị trí t = 400; 300; 200 cm do q gây ra theo công thức tổng quát như sau:

$$\Delta_{KP} = \int_t^l q(z).\omega dz$$

trong đó:

q(z) là quy luật phân bố của tải trọng trên đoạn b.

ω – là diện tích giới hạn giữa các đường:

z = t, z = t + b và các đường cong tương ứng

$\overline{V}(z)$ và $\overline{\varphi}(z)$ (hình 6.80b, c).

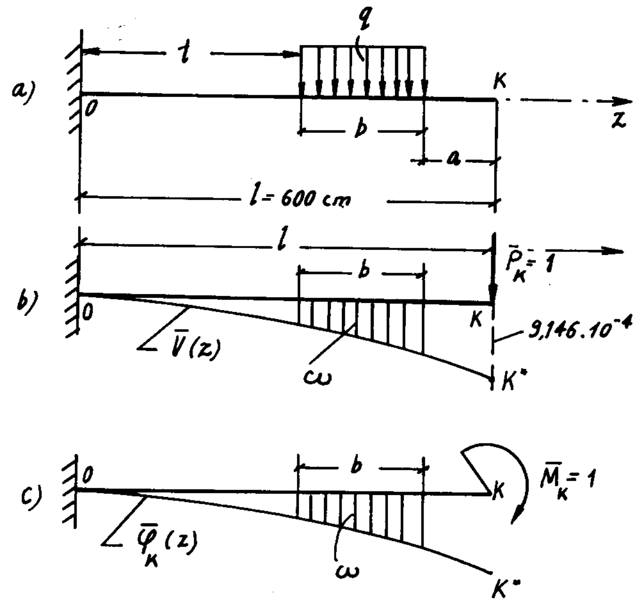
Trường hợp 1: t = 400 cm

$$V_K(l) = \frac{0,1}{EJ_x}\int_{400}^{600}\left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{6}\right)dz = 5,527\ \text{cm}$$

(điểm K đi xuống cùng chiều $\overline{P}_K = 1$).

$\varphi_K(l) = 0,0176$ rad.

(mặt cắt K xoay theo chiều kim đồng hồ).



Hình 6.80.

Trường hợp 2: t = 300 cm

$V_K(l)$ = 3,827 cm (điểm K đi xuống)

$\varphi_K(l)$ = 0,0161 rad, (mặt cắt K xoay thuận kim đồng hồ)

Trường hợp 3: t = 100 cm

$V_K(l)$ = 1,152 cm (điểm K đi xuống)

$\varphi_K(l)$ = 0,1109 rad (mặt cắt K xoay thuận kim đồng hồ).

III. TÍNH TOÁN CÁC MỐI GHÉP CHỊU CẮT

BÀI 81

Mặt cắt ngang của một chi tiết chịu lực có kích thước và chịu lực cắt Q = 8000 daN, h = 12 cm, h_o = 8 cm, b = 6 cm, b_o = 4 cm.

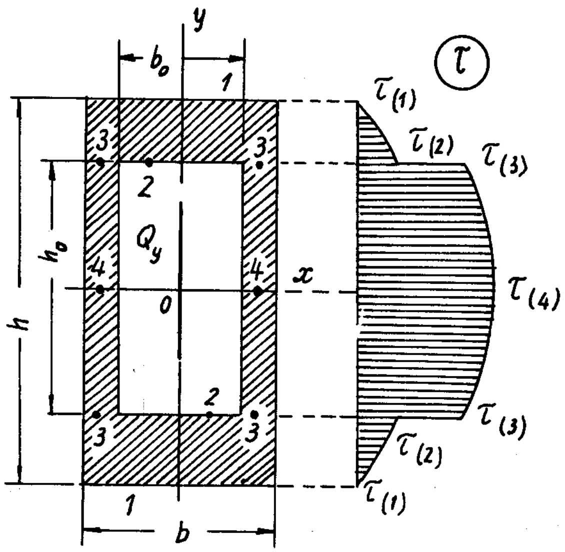
Hãy vẽ biểu đồ phân bố ứng suất tiếp dọc theo chiều cao mặt cắt.

GIẢI

Công thức tính ứng suất tiếp theo D. I. Juravski:

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y . S_x^c}{J_x . \delta(y)} \qquad \text{(a)}$$

$$Q_y = 8000 \text{ daN}; \ J_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{b_0 . h_0^3}{12} = \frac{1}{12}\left(6.12^3 - 4.8^3\right) = \frac{2080}{3} \text{ cm}^4.$$



Hình 6.81.

Đối với điểm 1

$$S_x^c = 0 \ , \ \delta_c = b. \text{ Do đó: } \tau_{yz}^{(1)} = 0$$

Đối với điểm 2

$$S_x^c = b\frac{h - h_o}{2}\left(\frac{h}{2} - \frac{h - h_o}{4}\right) = 6.2(6 - 1) = 60 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{yz}^{(2)} = \frac{8000.60}{2080.6} \times 3 = 115{,}4 \text{ daN/cm}^2$$

Đối với điểm 3:

$$\delta_c(3) = b - b_o = 2 \text{ cm}$$

$$\tau_{yz}^{(3)} = \frac{8000.60}{2080 \times 2} \times 3 = 346{,}2 \text{ daN/cm}^2$$

Đối với điểm 4:

$$S_x^c = 60 + (b - b_o).\frac{h_o}{2}.\frac{h_o}{4} = 60 + 16 = 76 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{yz}^{(4)} = \frac{Q_y.S_x^c}{J_x.(b - b_o)} \approx 438{,}5 \ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}.$$

Theo các kết quả tính toán ta có biểu đồ biểu diễn quy luật biến thiên của ứng suất tiếp dọc theo chiều cao h như trên hình 6.81.

BÀI 82

Một mối ghép đinh tán trong các giàn thép được cho trên hình 6.82. Các số liệu tính toán như sau:

Đường kính đinh tán d = 23 mm; 2 thép góc 90 × 56 × 8; chiều dày bản nối δ = 1,2 cm; lực dọc N = 300 kN, thép AC_3. Hãy xác định số lượng đinh tán cho mối ghép.

GIẢI

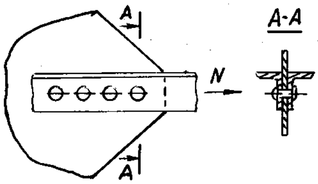
Giả sử rằng lực mà mỗi đinh tán phải chịu là như nhau. Đinh tán có hai mặt cắt bị cắt, cho nên số đinh tán cần thiết theo điều kiện bền cắt là:

$$\tau = \frac{N}{2\dfrac{\pi d^2}{4} n_c} = \frac{300}{2\dfrac{3{,}14.2{,}3^2}{4} n_c} \le [\tau] = 10 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow n_c = 3{,}6 \text{ đinh.}$$

Theo điều kiện bền ép mặt:

$$\sigma_{ep} = \frac{N}{n_{ep}.\delta.d} = \frac{300}{n_{ep}.1{,}2.2{,}3^3} \le [\sigma_{ep}] = 28 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow n_{ep} = 3{,}9 \text{ đinh.}$$

Ta chọn mối ghép có số đinh n = 4.



Hình 6.82.

BÀI 83

Hãy xác định chiều dài mối hàn l_1, l_2 như hình 6.83. Các số liệu tính toán như sau:

Thép góc 50 × 50 × 5; N = 60 kN, $[\tau_h] = 9$ kN/cm^2.

GIẢI

Điều kiện bền cắt cho hai mối hàn:

$$\tau = \frac{N}{(l_1 + l_2)\delta\cos 45^\circ} \leq [\tau_h] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_1 + l_2 \geq \frac{N}{\delta\cos 45^\circ.[\tau_h]} = \frac{60}{0,5.0,7.9} = 19 \text{ cm.}$$

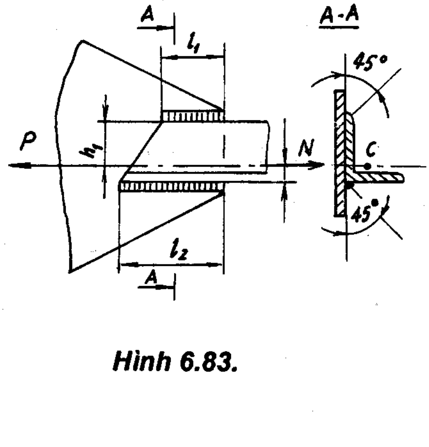
Để đảm bảo điều kiện làm việc như nhau của cả hai mối hàn, ta phải có:

$\frac{l_1}{l_2} = \frac{h_2}{h_1}$ với thép này h_2 = 1,4 cm, h_1 = 3,6 cm.

Do đó:

$$\frac{h}{l_2} = \frac{1,4}{3,6} = 0,4 \Rightarrow l_2 = 13,5 \text{ cm,}$$

$l_1 = 19 - 13,5 = 5,5$ cm.



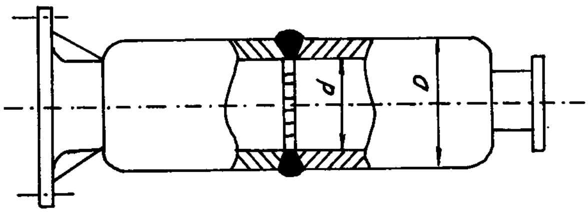
Hình 6.83.

BÀI 84

Một bình hơi áp suất cao hình 6.84 làm bằng thép có $[\sigma]_K = 190$ N/mm^2 đường kính ngoài của bình D = 200 mm, đường kính trong d = 170 mm. Người ta liên kết hai phần bình lại bằng mối hàn đối đầu. Hãy kiểm tra bền cho mối hàn?

Khi dùng phương pháp hàn bán tự động dưới lớp thuốc hàn.

Áp suất làm việc $p = 30\ N/mm^2$.



Hình 6.84.

GIẢI

Lực tác dụng lên mối hàn là áp lực tác dụng theo hướng đáy bình (đối với mối hàn lực tác dụng vuông góc).

$$P = p\,.\,\frac{\pi d^2}{4} = 30 \times \frac{3{,}14 \times 170^2}{4} = 682.040\,N$$

Ứng suất tại mối hàn:

$$\sigma_K = \frac{P}{\dfrac{\pi.(D^2 - d^2)}{4}} = \frac{680.040}{\dfrac{3{,}14 \times (200^2 - 170^2)}{4}} = 78\ N/mm^2$$

Ứng suất cho phép của mối hàn trong trường hợp này theo đề bài là:

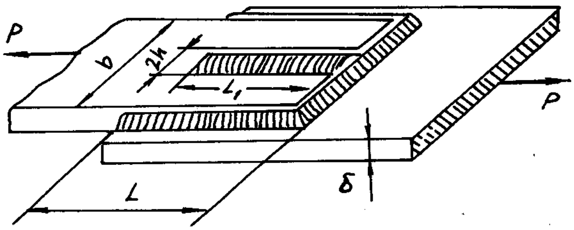
$$[\sigma]_K = 190\ N/mm^2$$

Như vậy mối hàn bảo đảm bền.

BÀI 85

Xác định lực P có thể đặt vào các tấm ghép của mối ghép hàn như hình 6.85 từ điều kiện bền.

Biết: Vật liệu các tấm ghép AC3 chiều cao mối hàn h = 8 mm, chiều dày tấm δ = 10 mm; $l = 5\delta$; $\frac{l}{b} = 0,4$; l_1 = 45 mm. Hàn bằng que hàn Э34.



Hình 6.85.

GIẢI

Với tấm ghép bằng AC3 có $[\sigma]_K$ = 1640 daN/cm². Hàn bằng que hàn Э34 có $[\tau] = 0,5 . [\sigma]_K$ = 820 daN/cm².

Khả năng chịu lực của tấm ghép:

$$p \le b.\ \delta.\ [\sigma]_K = \frac{l}{0,4} \times 1 \times 1640 = 36900 \text{ daN}$$

Khả năng chịu lực của mối hàn được xác định theo điều kiện bền cắt:

$$p \le F\ [\tau']$$

trong đó F – diện tích tiết diện bị phá hỏng theo cắt của mối hàn.

$$F = 2 \times 0,7.h.l + 0,7.h.b + 2h.l_1$$

$$= h\ .(1,4.l + 0,7.b + 2l_1)$$

l = 50 mm

$$b = \frac{l}{0,4} = \frac{50}{0,4} = 125 \text{ mm}$$

$$F = 0{,}8 \times (1{,}4 \times 5 + 0{,}7 \times 123{,}5 + 2 \times 4{,}5) = 19{,}8 \text{ cm}^2$$

$$P \leq 19{,}8 \times 820 = 16250 \text{ daN}$$

Lực P có thể đặt vào các tấm ghép là P = 16250 daN.

BÀI 86

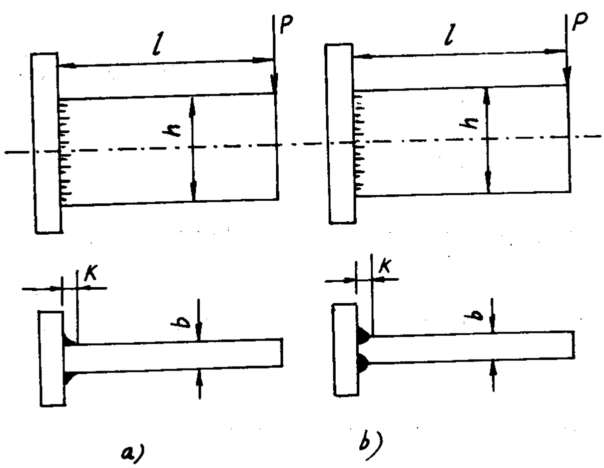
Xác định lực có thể đặt vào đầu dầm côngxôn của mối ghép hàn góc (hình 6.86a) với vật liệu dầm có ứng suất kéo cho phép $[\sigma]_K = 140$ N/mm^2. Hàn bằng tay que hàn Э42. Cho biết: $l = 600$ mm; h = 60 mm; b = 10 mm, k = 6 mm.

GIẢI

Đối với mối hàn góc (hình 6.86a) được tính toán theo điều kiện bền cắt.

Ứng suất cho phép của mối hàn:

$$[\tau] = 0{,}6\,[\sigma]_K = 0{,}6 \times 140 = 84 \text{ N/mm}^2$$



Hình 6.86.

Tại mối hàn chịu hai thành phần lực (khi chuyển P về mối hàn):

Lực tác dụng dọc theo mối hàn Q = P và ngẫu lực uốn M = P.l.

Tại một điểm bất kỳ trên bề mặt phá hỏng của mối hàn (mặt phá hỏng theo đường phân giác của tiết diện mối hàn) nói chung có hai thành phần ứng suất: τ_Q do lực Q và σ_M do mômen M gây ra có phương vuông góc nhau.

Điểm có ứng suất lớn nhất là những điểm tại $\pm\dfrac{h}{2}$. Do đó, một cách gần đúng ta có:

$$\tau' = \sqrt{\sigma_M^2 + \tau_Q^2} = \sqrt{\left(\frac{P.l}{\widetilde{W}}\right)^2 + \left(\frac{P}{\widetilde{F}}\right)^2} \leq [\tau']$$

trong đó: $\widetilde{W} = 2 \times 0{,}7\,\dfrac{kh^2}{6} = 14 \times \dfrac{6 \times 60^2}{6} = 5040\ \text{mm}^3$

$\widetilde{F} = 2 \times 0{,}7.\ kh = 1{,}4 \times 6 \times 60 = 504\ \text{mm}^2$

Thay vào ta có:

$$\sqrt{\left(\frac{P.600}{5040}\right)^2 + \left(\frac{P}{504}\right)^2} \leq [\tau'] = 84\ \text{N/mm}^2$$

Từ đây ta xác định được tải trọng P cho phép lớn nhất: [P] = 695 N.

Khi mối hàn được thực hiện như trên hình 6.86b, thì khi đó điều kiện bền phải được tính theo ứng suất pháp:

$$\sigma_K = \frac{M}{W} = \frac{P.l}{W} \leq [\sigma]_K \ ;\quad W = \frac{bh^2}{6}$$

Suy ra:

$$[P] \leq \frac{[\sigma]_K.W}{l} = \frac{140.10.60^2}{6.600} = 1400\ \text{N}.$$

BÀI 87

Bộ phận gối đỡ dầm cầu chạy có cấu tạo như hình 6.87a. Các đinh bulông có đường kính d = 20 mm và $[\tau] = 6000\ \text{N/cm}^2$.

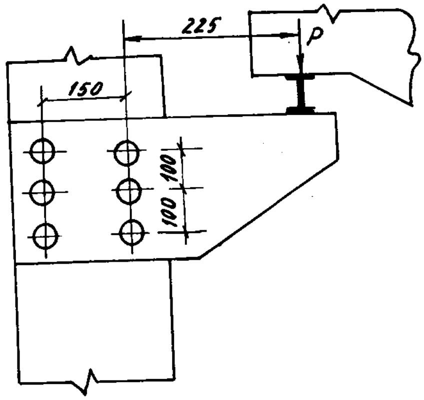
Xác định tải trọng P có thể tác dụng lên gối.

GIẢI

Tưởng tượng dời lực P về tâm phân bố "0" của hai dãy đinh (hình 6.87) ta sẽ được lực: $P_1 = P$ và một mômen M = P.c. Mômen này sẽ gây xoắn các đinh.

Giả thiết P_1 phân bố đều lên các đinh. Lực cắt trong mỗi đinh sẽ là:

$$Q = \frac{P_1}{n} = \frac{P}{6} \qquad (1)$$



Hình 6.87a

Gọi P_i là thành phần nội lực trên mỗi đinh do M gây ra. Các nội lực này tạo thành một ngẫu lực cân bằng với mômen ngoại lực M. Cụ thể là tổng mômen của các nội lực này bằng M:

$$M = P.c = \sum_{i=1}^{6} P_i \rho_i \qquad (2)$$

trong đó ρ_i là khoảng cách từ tâm O đến tâm mỗi đinh. Vì nội lực trong các đinh tỷ lệ với khoảng cách nên ta có:

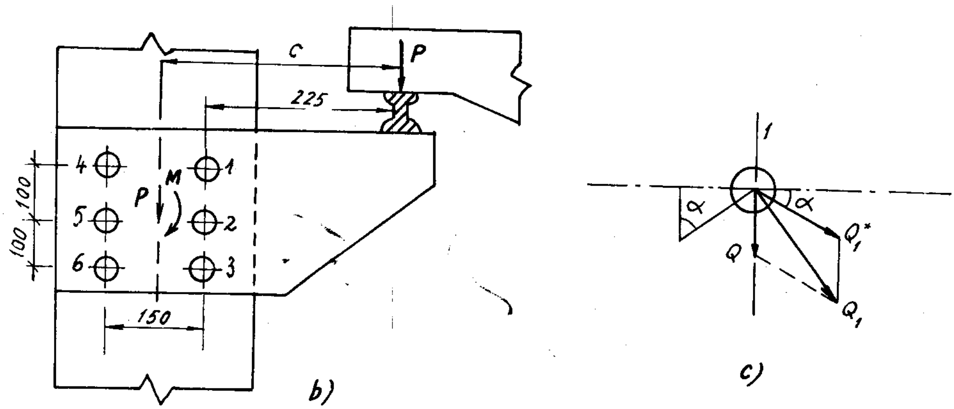
$$\frac{P_k}{\rho_k} = \frac{P_i}{\rho_i} \quad \text{hay} \quad P_i = \frac{\rho_i}{\rho_k} P_k$$

Thay giá trị P_i vào (2) ta có:

$$M = P.c = \frac{P_k}{\rho_k} \sum_{i=1}^{6} \rho_i^2 \Rightarrow P_k = \frac{M}{\sum_{i=1}^{6} \rho_i^2} \rho_k \qquad (3)$$

Từ hình 6.87c ta tính được:

$$\rho_1 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_6 = 12{,}5 \text{ cm} \; ; \; \rho_2 = \rho_5 = 7{,}5 \text{ cm} \; ; \; c = 30 \text{ cm}.$$



Hình 6.87b, c.

Công thức (3) cho thấy lực cắt $Q_k^* = P_k$ trên mỗi đinh do M gây ra chỉ phụ thuộc độ lớn ρ_k. Do đó lực cắt lớn nhất tổng cộng do P_1 và do M gây ra cho các đinh 1 và 3 là (hình 6.87c):

$$\vec{Q}_1 = \vec{P}_1 + \vec{Q}_1^* \;\Rightarrow\; Q_1 = \sqrt{Q^2 + 2\cos\left(Q_1, Q_1^*\right)Q_1Q_1^* + Q_1^{*2}} \;\Rightarrow$$

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{P}{6}\right)^2 + 2\frac{P^2}{6}.0{,}508\sin\alpha + \left(0{,}508\,P\right)^2} = 0{,}622\text{ P}.$$

Lực P có thể được phép truyền lên gối đỡ dầm là:

$$Q_1 = 0{,}622\,[P] \le \frac{\pi d^2}{4}\,[\tau] \;\Rightarrow\; [P] \le \frac{3{,}14.2^2}{4.0{,}622}\,6000 = 30{,}2\text{ kN}.$$

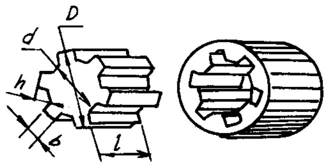
BÀI 88

Một trục truyền một mômen xoắn M_z = 2700 daN.m bằng mối ghép then hoa (hình 6.88). Biết D = 80 mm, d = 68 mm, h = 6 mm, b = 12 mm, l = 100 mm, số then hoa i = 6. Xác định ứng suất cắt và ép mặt mà then phải chịu?

GIẢI

Giả thiết tất cả các then hoa đều chịu tải như nhau, ta có nội lực mà một then hoa phải chịu là:

$$P_1 = \frac{M_z}{\frac{d}{2}i} = \frac{2 \times 270000}{6,8 \times 6} =$$



Hình 6.88.

$= 13235$ daN

Ứng suất cắt:

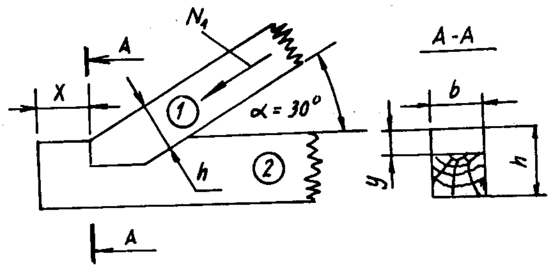
$$\tau = \frac{P_1}{b.l} = \frac{13235}{1,2.10} = 1102,5 \text{ daN/cm}^2$$

Ứng suất ép mặt:

$$\sigma_{ep} = \frac{P_1}{l.h} = \frac{13235}{10.0,6} = 2205 \text{ daN/cm}^2.$$

BÀI 89

Hãy thiết kế một mối nối gồm hai thanh 1 và 2 bằng gỗ thông có $[\tau] = 8$ daN/cm^2, ứng suất ép mặt cho phép $[\sigma_{ep}] = 80 \ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$, h x b = 20 x 20 cm (hình 6.89). Thanh 1 chịu lực nén $N_1 = 5000$ daN/cm^2, $\alpha = 30°$.



Hình 6.89.

GIẢI

Thanh kéo 2 chịu một lực $N_2 = N_1 \cos 30° = 5000 \times 0,866 = 4330$ daN.

Chiều dài x đầu mối nối được tìm từ điều kiện trượt:

$$\tau_{max} = \frac{N_2}{b.x} \le [\tau] \Rightarrow x \ge \frac{4330}{20.8} = 27,1 \text{ cm}$$

Diện tích chịu ép mặt cần thiết là:

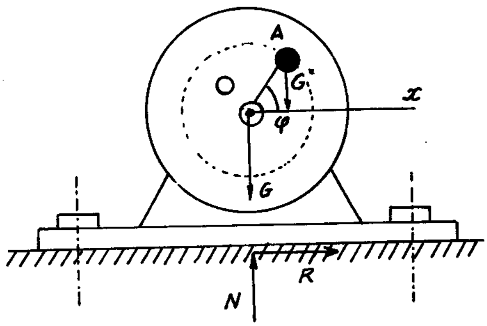
$$F_{ep} = y \times b = \frac{N_2}{[\sigma_{ep}]} = \frac{4330}{80} = 54,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow y = \frac{51,1}{20} = 2,71 \text{ cm}$$

Ta lấy cho chế tạo:

$$y = 3 \text{ cm}.$$

BÀI 90

Một động cơ điện được giữ cố định bằng 4 bulông như hình 6.90. Phần cố định của động cơ có trọng lượng G = 60 kN, phần quay có trọng lượng G^* = 15,0 kN, đặt cách trục quay một đoạn OA = e = 1 mm. Động cơ quay đều với vận tốc góc ω = 240 rad/s. Hãy xác định đường kính của bulông. Cho biết vật liệu làm bulông có [σ] = 18 kN/cm².



Hình 6.90.

GIẢI

Gọi N là phản lực mà nền tác dụng vào động cơ, R là lực mà các bulông đặt vào động cơ và W_c là gia tốc của khối tâm của toàn hệ, theo định lý chuyển động của khối tâm ta có:

$$M\vec{W}_c = \vec{G}^* + \vec{G} + \vec{N} + \vec{R} \qquad \text{(a)}$$

Hình chiếu của (a) lên phương x là:

$$\frac{G^* + G}{g}.W_x = R \qquad \text{(b)}$$

Chọn gốc tọa độ tại 0, theo định nghĩa của khối tâm ta có:

$$x_c = \frac{G^*.x_A + Gx_o}{G^* + G} = \frac{G^*.x_A}{G^* + G} = \frac{G^* e \sin\varphi + G.x_o}{G^* + G}$$

Vì $x_o = 0$, $W_x = \ddot{x}_c = -\dfrac{G^*e\omega^2\sin\omega t}{G^*+G}$

Từ (b) ta rút ra: $R = -\dfrac{G^*.e.\omega^2.\sin\omega t}{g} \Rightarrow R_{max} = \dfrac{G^*.e.\omega^2}{g}$

Giả thiết các bulông chịu lực đều như nhau, ta có lực cắt mà mỗi bulông phải chịu là: $Q = \dfrac{R_{max}}{4} = \dfrac{G^*e\omega^2}{4.g}$.

Điều kiện bền của bulông cho ta xác định đường kính d của bulông như sau:

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q}{F} = \frac{16}{3}\frac{Q}{\pi d^2} \le [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = 9\frac{kN}{cm^2} \Rightarrow d \ge \sqrt{\frac{16Q}{3\pi[\tau]}} \text{ hay}$$

$$d \ge \sqrt{\frac{16G^*e\omega^2}{3.\pi.9.4.981}} = \sqrt{\frac{16.15.0{,}1.240^2}{3.3{,}14.9.4.981}} = \sqrt{4{,}16} = 2{,}04 \text{ cm} \approx 21 \text{ mm}.$$

BÀI 91

Một dầm mặt cắt thay đổi chịu lực và liên kết cân bằng như hình 6.91a. Hãy xác định độ võng lớn nhất về trị tuyệt đối, góc xoay lớn nhất về trị tuyệt đối và vị trí của các mặt cắt đó. Biết $E = 2.10^4 \dfrac{kN}{cm^2}$, $J_1 = 9840$ cm^4, $J_2 = 19062$ cm^4, các số liệu khác được cho trên hình vẽ.

GIẢI

Để đáp ứng yêu cầu đề bài thì phương pháp tốt nhất cần sử dụng là phương pháp vạn năng. Theo công thức (6.9). Cụ thể là:

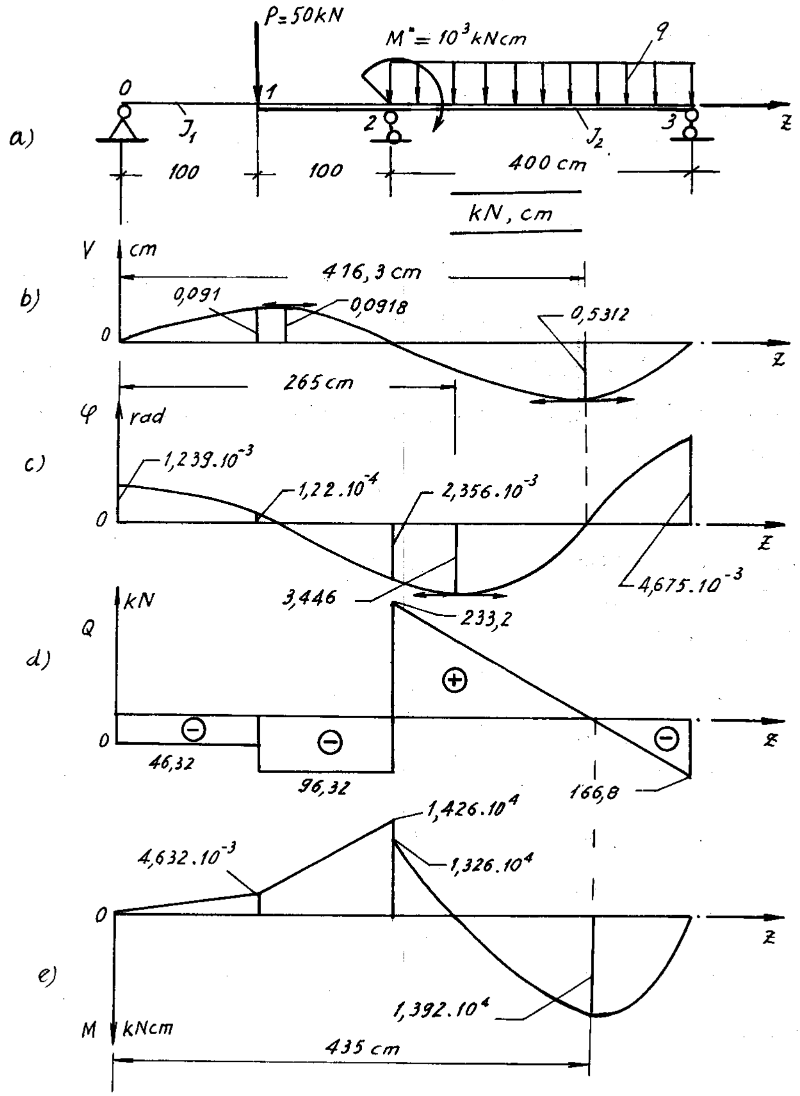
$$\bar{S}_1 = [B_1]\,\Delta\bar{S}_{01}\,;\ \bar{S}_2 = [B_2]\,[B_1^*]\,\Delta\bar{S}_{01} + [B_2]\,\Delta\bar{S}_{02}\,;$$

$$\bar{S}_3 = [B_3]\,[B_2^*]\,[B_1^*]\,\Delta\bar{S}_{01} + [B_3]\,[B_2^*]\,\Delta\bar{S}_{02} + [B_3]\,\Delta\bar{S}_{03}\,. \text{ (a)}$$

Trong đó:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1/EJ_i & \phi_2/EJ_i & \phi_3/EJ_i & \dots & \\ 0 & \phi_0 & \phi_1/EJ_i & \phi_2/EJ_i & \dots & \\ 0 & 0 & \phi_0 & \phi_1 & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \phi_0 & \phi_1 & \dots \end{bmatrix}; \quad \begin{aligned} \Delta\vec{S}_{01} &= \left(0, \Delta\varphi_{01}^{?}, 0, R_{01}^{?\dots}\right)^T; \\ \Delta\vec{S}_{02} &= (0,0,0,-P,\dots)^T \\ \Delta\vec{S}_{03} &= (0,0,M^*,R_{03}^{?},-q\dots)^T \\ \vec{S}_i(z) &= \left(V(z),\varphi(z),M(z),Q(z)\right)^T \end{aligned}$$

$(i = \overline{1,3})$.



Hình 6.91.

Các ẩn số trong (a):

$\vec{R}_{01}$, $\vec{R}_{03}$ được xác định từ hệ phương trình:

$V(z = 200\text{ cm}) = 0$, $V(z = 600\text{ cm}) = 0$, $M(z = 600\text{ cm}) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{01} = 1{,}239.10^{-3}$ rad, $R_{01} = 46{,}32$ kN, $R_{03} = 324{,}52$ kN.

Khai triển phương trình (a) với các số liệu đề bài và $\Delta\varphi_{01}$, R_{01}, R_{03} vừa tìm được ta có tường minh các hàm $V_1\varphi_1$ và dưới đây là các biểu đồ tương ứng như trên hình 6.91b, c, d, e:

$V_1(z) = -3{,}92.10^{-8}.z^3 + 1{,}299.10^{-3}.z \qquad 0 \le z_1 \le 100$ cm

$V_2(z) = -4{,}211.10^{-8}.z^3 - 6{,}074.10^{-6}.z^2$

$\qquad + 1{,}22.10^{-4}.z + 9{,}065.10^{-2}. \qquad 100 \le z_2 \le 200$ cm

$V_3(z) = -1{,}093.10^{-10} + 1{,}019.10^{-7}.z^3 - 1{,}739.10^{-5}.z^2 - 2{,}356.10^{-3}.z$

$\qquad - 4{,}547.10^{-12}, \qquad 200 \le z_3 \le 600.$

$\varphi_1(z) = -1{,}177.10^{-7}.z^2 + 1{,}299.10^{-3}, \qquad 0 \le z \le 100$ cm.

$\varphi_2(z) = -1{,}263.10^{-7}.z^2 - 1{,}215.10^{-5}.z + 1{,}22.10^{-4}, \quad 100 \le z \le 200$ cm.

$\varphi_3(z) = -4{,}372.10^{-10}.z^3 + 3{,}058.10^{-7}.z^2,$

$\qquad - 3{,}479.10^{-5}.z - 2{,}356.10^{-3}, \qquad 200 \le z \le 600$ cm.

max $|V| = |-0{,}5312$ cm$|$ tại z = 416,3 cm; max $|\varphi| = 4675.10^{-3}$ rad, tại z = 600 cm.

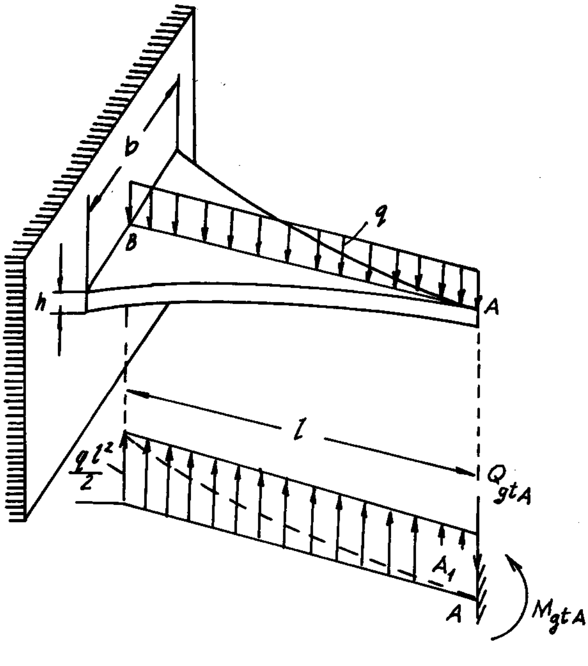
BÀI 92

Cho một dầm độ bền đều mặt cắt chữ nhật, chiều cao không đổi h và chiều rộng b(z) thay đổi theo z. Hãy tính góc xoay và độ võng tại A theo q, l, E, h cho trước (hình 6.92).

GIẢI. Mômen quán tính của mặt cắt ngang ở ngàm B có giá trị: $J_o = bh^3/12$.

$M_{max} = M_x(z = 0) = -ql^2/2$

Tính mômen dẫn xuất M_{dx}: Vì dầm độ bền đều có h = const và J_o ở vị trí M_{max} nên:



Hình 6.92.

$$M_{dx} = M_{max} = -ql^2/2$$

Lực cắt giả tạo và mômen giả tạo tại A trên dầm giả tạo hình 6.92 là:

$$Q_{gtA} = q\frac{l^2}{2}.l = q\frac{l^3}{2} \quad ; \quad M_{gtA} = q\frac{l^2}{2}.l.\frac{l}{2} = ql^4/4$$

Chuyển vị cần tính như sau:

$$\theta_A = \frac{Q_{gtA}}{EJ_o} = \frac{+ql^3}{2EJ_o} \text{ (quay thuận kim đồng hồ)}$$

$$V_A = \frac{M_{gtA}}{EJ_o} = \frac{+ql^4}{4EJ_o} \text{ (mặt cắt A đi xuống).}$$

BÀI 93

Một dầm siêu tĩnh chịu lực cân bằng như hình 6.93a. Hãy viết và vẽ (V), (M), (Q) và xác định tải trọng cho phép tác dụng lên dầm? Biết rằng mặt cắt ngang của dầm là một hình tròn rỗng có D = 1,2 cm, d = 0,8 cm, $[\sigma] = 16000$ N/cm^2, a = 1 m.

GIẢI

Viết phương trình độ võng V(z), góc xoay φ(z), mômen uốn $M_x(z)$ và lực cắt $Q_y(z)$ bằng công thức vạn năng.

Gọi M^*_{01}, R_{01} là các phản lực thừa ở ngàm O, ta có:

$$V(z) = M^*_{01}.\frac{z^2}{2!EJ_x} + R_{01}\frac{z^3}{3!EJ_x}\Bigg|_1 - \frac{P(z-a)^3}{3!EJ_x}\Bigg|_2 + \frac{2P(z-a)^3}{3!EJ_x}\Bigg|_3 \quad (1)$$

$$\varphi(z) = V'(x) = \frac{M^*_{01}z}{EJ_x} + R_{01}\frac{z^2}{2EJ_x}\Bigg|_1 - \frac{P(z-a)^2}{2EJ_x}\Bigg|_2 + \frac{2P(z-a)^2}{2EJ_x}\Bigg|_3 \quad (2)$$

$$M_x(z) = \varphi'(z)EJ_x = M^*_{01} + R_{01}z\Big|_1 - P(z-a)\Big|_2 + 2P(z-a)\Big|_3 \quad (3)$$

$$Q_y(z) = R_{01}\Big|_{1} - P\Big|_{2} + 2P\Big|_{3} \qquad (4)$$

Các phương trình xác định M^*_{01}, R_{01} là:

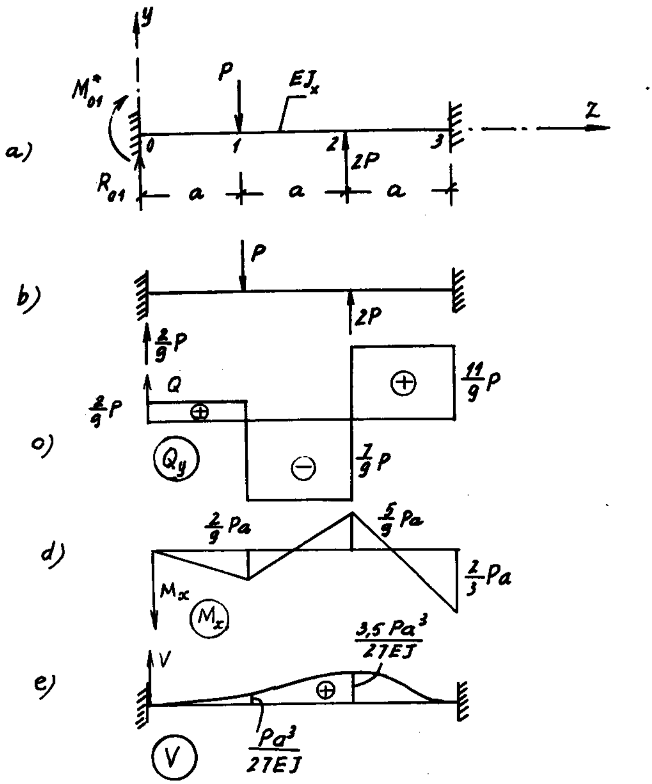
$$\left.\begin{array}{l} V(z = 3a) = 0 \\ \varphi(z = 3a) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow M^*_{01} = 0\ ,\ \ R_{01} = \frac{2P}{9}\uparrow \text{ (hình 6.93b)}$$

Thay kết quả này vào (1), (3) ta được các phương trình tường minh của $M_x(z)$, $Q(z)$ như sau:

$$M_x(z) = \frac{2P}{9}z - P(z - a) + 2P\,(z - a);$$

$$Q_y(z) = \frac{2P}{9} - P + 2P.$$

Biểu đồ (Q_y) và M_x được cho trên hình 6.93c, d.



Hình 6.93.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt "3".

$$M_{max} = \frac{2}{3}Pa.$$

Điều kiện bền:

$$\frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma] \Rightarrow [P] \leq [\sigma]\,.\,0{,}1D^3(1-\eta^4).\,\frac{3}{2a} =$$

$$= 16000.0{,}1.1{,}2^3\left(1-\frac{1}{1{,}2^4}\right)\frac{3}{2.100}. \qquad [P] \leq 33 \text{ kN}.$$

Thay $M^*_{01} = 0$, $R^*_{01} = \dfrac{2P}{9}$ vào phương trình (1), ta có phương trình đường đàn hồi như sau:

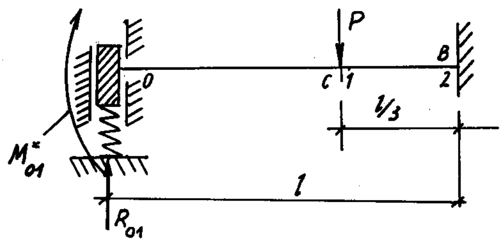
$$V(z) = \frac{\frac{2}{9}Pz^3}{6EJ_x} - \frac{P(z-a)^3}{6EJ_x} + \frac{2P(z-2a)^3}{6EJ_x}.$$

Biểu đồ V(z) cho trên hình 6.93e.

BÀI 94

Cho một dầm có sơ đồ và số liệu như bài 51, nhưng người ta hạ thấp gối tựa (tại A) để trục dầm ở trên đường thẳng nằm ngang, sau đó thay thế gối tựa bởi liên kết như trên hình 6.94. Lò xo có độ cứng $C = 3EJ_x/l^3$ ở trạng thái tự do (khi P = 0).

Hãy tính độ võng tại mặt cắt C.



Hình 6.94.

GIẢI

Ta sẽ khử siêu tĩnh của dầm này bằng công thức vạn năng:

$$EJ_xV(z) = \Delta V_{01} + \frac{M^*_{01}z^2}{2} + R_{01}\frac{z^3}{6}\Bigg|_1 - \frac{P}{6}\left(z-\frac{2}{3}l\right)^3$$

$$EJ_x\varphi(z) = M^{*}_{01}\,z + R_{01}\frac{z^2}{2}\Bigg|_{\,2} - \frac{P\left(z-\frac{2}{3}l\right)^2}{2}$$

Trong đó: $\Delta V_{01} = \dfrac{R_{01}}{C} = \dfrac{R_{01}l^3}{3EJ_x}$

M^{*}_{01} và R_{01} được tìm từ điều kiện biên sau đây:

$$V(z=l) = 0 \text{ và } \varphi(z=l) = 0 \Rightarrow R_{01} = \frac{P}{27},\ M^{*}_{01} = \frac{Pl}{54}$$

Chuyển vị thẳng đứng tại C là:

$$V_c\left(z=\frac{2l}{3}\right) = \frac{P.l^3}{27EJ_x.3} + \frac{Pl}{54EJ_x}.\frac{4l^2}{18} + \frac{P}{27EJ_x}.\frac{8l^3}{6.3^3} = 0{,}0183\,\frac{Pl^3}{EJ_x}$$

hay $\qquad V_c = 0{,}0183\,\dfrac{25{,}834.150^3}{2.10^4.4.12^2} = 0{,}138$ cm.

IV. BÀI TẬP TỔNG HỢP

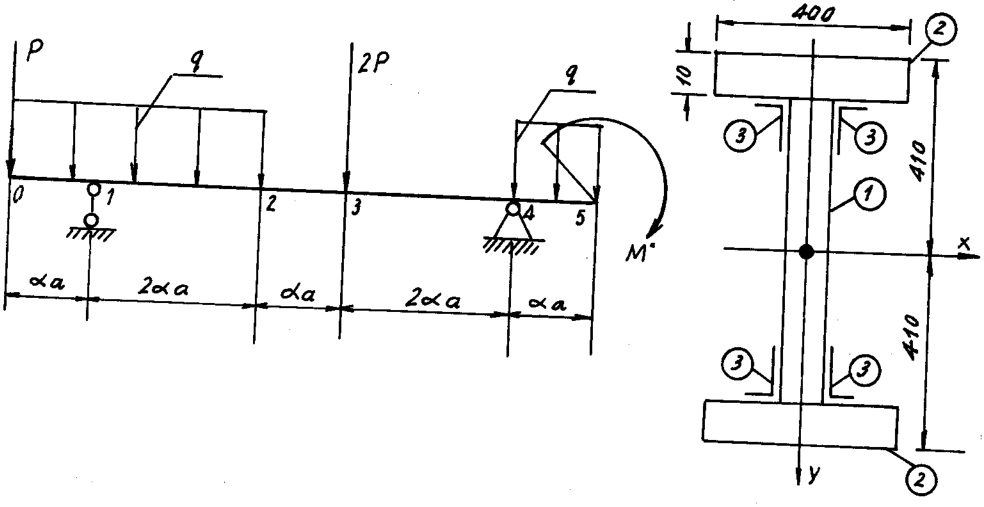
TÍNH DẦM THÉP

BÀI 95

ĐỀ SỐ 1

Cho: - Sơ đồ dầm và tải trọng

- Sơ đồ mặt cắt ngang như hình 6.95a và bảng dưới đây:

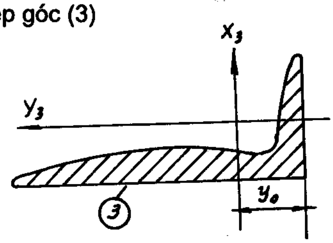


Hình 6.95a.

trong đó: - a = 120 cm, α = 2,2

- P = βqa, với β = 2,2

- M* = γqa^2, với γ = 2

Tấm thép đế (2)	400 x 10 (mm)
Tấm thép lòng (1)	800 x 12 (mm)
Thép góc (3) 	80 x 50 x 5 (mm) y_0 = 2,60 cm F_3 = 6,36 cm^2 J_{x3} = 41,6 cm^4

Nhiệm vụ

1. Xác định các phản lực liên kết.
2. Vẽ các biểu đồ nội lực: lực cắt Q và mômen uốn M bằng phương pháp mặt cắt và vạn năng.

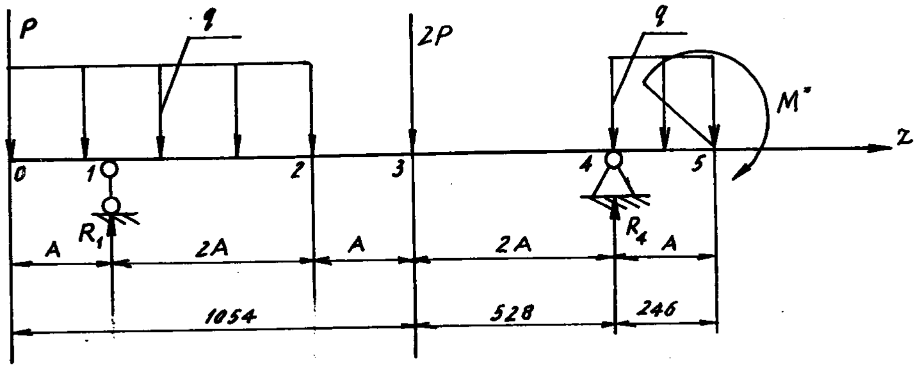
3. Tính các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang: diện tích mặt cắt ngang F, mômen tĩnh của 1/2 mặt cắt đối với trục x, mômen quán tính J_x.
4. Kiểm tra độ bền ở những mặt cắt có khả năng nguy hiểm. Biết $[\sigma] = 16$ kN/cm², q = 0,5 kN/cm.
5. Tính góc xoay của mặt cắt ngang "1", độ võng của trọng tâm mặt cắt ngang "3" và max|φ|, max|V| ứng với giá trị q = 0,5 kN/cm. Biết $E = 2.10^7$ N/cm².

Nhằm đảm bảo quá trình rút gọn được thuận tiện và tránh sai sót, ta thay thế nhóm giá trị thường lặp lại bằng một giá trị đại diện duy nhất. Cụ thể là:

$$A = \alpha a = 264 \text{ cm};\ P = \beta qa = 132 \text{ kN};\ M^* = \gamma qa^2 = 14400 \text{ kNcm}.$$

CÂU 1

Xác định phản lực theo q.



Hình6.95b.

a. Tính phản lực tại gối đỡ 4(R_4)

Tổng mômen đối với gối đỡ 1:

$$\Sigma m_1 = PA - 3Aq.0,5A - 2P.3A + R_4.5A - Aq.5,5A - M^* = 0$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{5PA + 7A^2q + M^*}{5A} = \frac{5PA + 7A^2q + M^*}{5A}$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{5\alpha\beta a^2 q + 7(\alpha a)^2 q + \gamma a^2 q}{5\alpha a} = \frac{5\alpha\beta a + 7\alpha^2 a + \gamma a}{5\alpha} q$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{5.2{,}2.2{,}2.120 + 7(2{,}2)^2.120 + 2.120}{5.2{,}2} q$$

$\Rightarrow$ **R_4 = 655,42q (kN).**

Như vậy chiều giả định ban đầu là đúng.

b. Tính phản lực tại gối đỡ 1 (R_1)

$$\Sigma m_4 = P.6A - R_1.5A + 3Aq.4{,}5A + 2P.2A - A.q.0{,}5A - M^* = 0$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{10PA + 13A^2 q - M^*}{5A} = \frac{10PA + 13A^2 q - M^*}{5A} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_1 = \frac{10\alpha\beta a^2 q + 13(\alpha a)^2 q - \gamma a^2 q}{5\alpha a} = \frac{10\alpha\beta a + 13\alpha^2 a - \gamma a}{5\alpha} q$$

$$\Leftrightarrow R_1 = \frac{10.2{,}2.2{,}2.120 + 13.2{,}2^2.120 - 2.120}{5.2{,}2} q$$

$\Rightarrow$ **R_1 = 1192,58q (kN)**

Như vậy chiều giả định ban đầu là đúng.

CÂU 2

Vẽ các biểu đồ nội lực: lực cắt Q và mômen uốn M.

A. Phương pháp mặt cắt

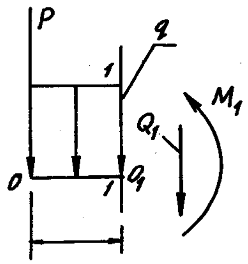
a. Khảo sát đoạn 0 – 1 với gốc lấy tại O_1:

Ta có:

$$\Sigma Y = Q_1 + P + q.z_1 = 0$$

$$\Sigma m_{01} = M_1 + P.z_1 + \frac{qz_1^2}{2} = 0$$

Do đó:



Hình6.95c.

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = -P - q.z_1 \\ M_1 = -P.z_1 - \dfrac{qz_1^2}{2} \end{array}\right\} \ 0 \le z_1 \le A$$

• Với $z_1 = 0$ ta có:

$Q_1 = -P = -\beta aq = -2{,}2.120q = -132$ (kN)

$M_1 = 0$

• Với $z_1 = A$ ta có:

$Q_1 = -P - q.A = -\beta aq - \alpha aq = -2{,}2.120q - 2{,}2.120q = -264$ (kN)

$$M_1 = -\alpha\beta a^2 q - \frac{q\alpha^2 a^2}{2} = -2{,}2^2.120^2 q - \frac{q2{,}2^2.120^2}{2} = -52270 \text{ (kNcm)}$$

b. Khảo sát đoạn 1 – 2 với góc lấy tại 0_2:

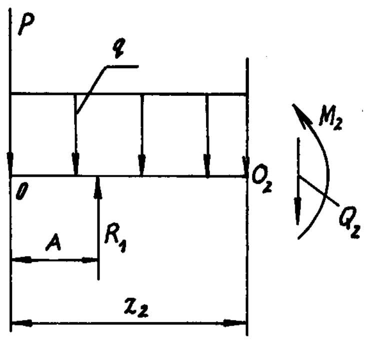
Ta có:

$\Sigma Y = Q_2 + P + q.z_2 - R_1 = 0$

$$\Sigma m_{02} = M_2 + P.z_2 + \frac{qz_2^2}{2} - R_1.(z - A) = 0$$

Do đó:

$$\left.\begin{array}{l} Q_2 = R_1 - P - q.z_2 \\ M_2 = R_1.(z_2 - A) - \\ \quad -P.z_2 - \dfrac{qz_2^2}{2} \end{array}\right\} A \le z_2 \le 3A$$



Hình 6.95d.

•Với $z_2 = A$ ta có:

$Q_2 = R_1 - P - qA = 1192{,}58q - 264q - 264q = 321{,}4$ kN

$$M_2 = -P.z_2 - \frac{qz_2^2}{2} = -2{,}2^2.120^2 q - \frac{q2{,}2^2 120^2}{2} = -52270 \text{ kNcm}$$

• Với $z_2 = 3A$ ta có:

$Q_2 = R_1 - P - 3qA = 1192{,}58q - 264q - 3.264q = 68{,}3$ kN

$$M_2 = R_1.2A - P.3A - \frac{q3^2A^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow M_2 = 1192{,}58q.2.2{,}2.120 - 3.2{,}2^2.120^2q - \frac{9q2{,}2^2.120^2}{2}$$

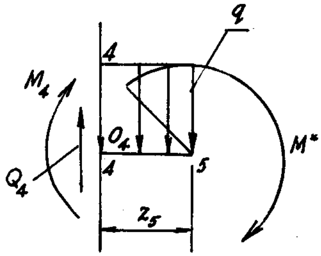
$$\Rightarrow M_2 = 53481{,}12 \text{ kNcm}$$

c. Khảo sát đoạn 5 – 4 với gốc lấy tại 5:

Ta có:

$$\Sigma Y = Q_4 - q.z_5 = 0$$

$$\Sigma m_{04} = M_4 + \frac{qz_5^2}{2} + M^* = 0$$



Hình 6.95e.

Do đó:

$$\left.\begin{aligned} Q_4 &= q.z_4 \\ M_4 &= -\frac{qz_5^2}{2} - M^* \end{aligned}\right\} 0 \le z_5 \le A$$

- Với $z_5 = 0$ ta có:

$$Q_4 = 0$$

$$M_4 = -M^* = -2.120^2q = -14400 \text{ kNcm}$$

- Với $z_5 = A$ ta có:

$$Q_4 = 264q \text{ kN}$$

$$M_4 = -\frac{q2{,}2^2120^2}{2} - 2.120^2q = -31824 \text{ kNcm}$$

d. Khảo sát đoạn 4 – 3 với gốc lấy tại 5:

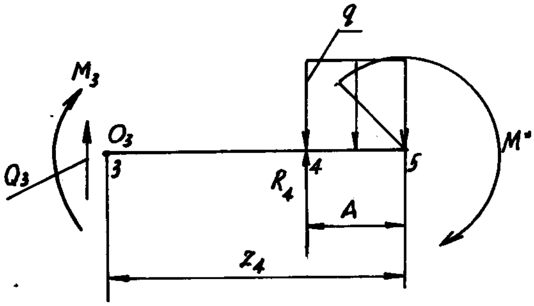
Ta có:

$$\Sigma Y = Q_3 + R_4 - qA = 0$$

$$\Sigma m_{03} = M_3 + qA\left(z_4 - \frac{A}{2}\right) + M^* - R_4(z_4 - A) = 0$$

Do đó:

$$\left.\begin{aligned}&Q_3 = qA - R_4\\&M_3 = R_4(z_4 - A) - qA\left(z_4 - \frac{A}{2}\right) - M^*\end{aligned}\right\} \; A \le z_4 \le 3A$$



Hình 6.95g.

- Với $z_4 = A$ ta có:

$Q_3 = qA - R_4 = 264q - 655{,}48q = -195{,}74$ kN

$M_3 = -0{,}5.2{,}2^2.120^2q - 29900q = -31824$ kN

- Với $z_4 = 3A$ ta có:

$Q_3 = qA - R_4 = 264q - 655{,}48q = -195{,}74$ kN

$M_3 = 655{,}42q.2.264 - 2{,}5.2{,}2^2.120^2q - 28800q = 71526{,}72$ kNcm

B. Phương pháp vạn năng

Từ công thức vạn năng (1.6) áp dụng cho lực cắt Q_Y và mômen uốn Q_X ta có các phương trình sau:

$$Q_K(z) = -264q - qz\Big|_1 + R_1\Big|_2 + q(z - 3.264)\Big|_3 - 2.264q\Big|_4$$

$$+ R_4 - q(z - 6.264)\Big|_5$$

$$M_K(z) = -264q.z - q\frac{z^2}{2}\Bigg|_1 + R_1(z - 264)\Bigg|_2 + q\frac{(z - 3.264)^2}{2}\Bigg|_3$$

$$-2.264q(z-4.264)\Big|_{4} + R_4(z-6.264) - q\frac{(z-6.264)^2}{2}\Big|_{5}$$

Ngoài phương pháp xác định các phản lực đã làm ở câu 1, phương pháp vạn năng còn cho phép xác định nhanh chóng các phản lực R_1 và R_4 từ chính hai phượng trình vạn năng trên theo điều kiện:

$$Q_5(z = 1848\text{ cm}) = 0\ ;\ M_5(z = 1848\text{ cm}) = -14400\text{ kNcm}.$$

Giải hai phương trình này ta lại thu được kết quả đã làm ở câu 1. Nghĩa là:

$$R_1 = 1192{,}58q\text{ kN}\uparrow\ ;\qquad R_4 = 655{,}42q\text{ kN}\uparrow$$

Biểu thức tường minh của $Q_y(z)$ và $M_x(z)$ theo q có dạng:

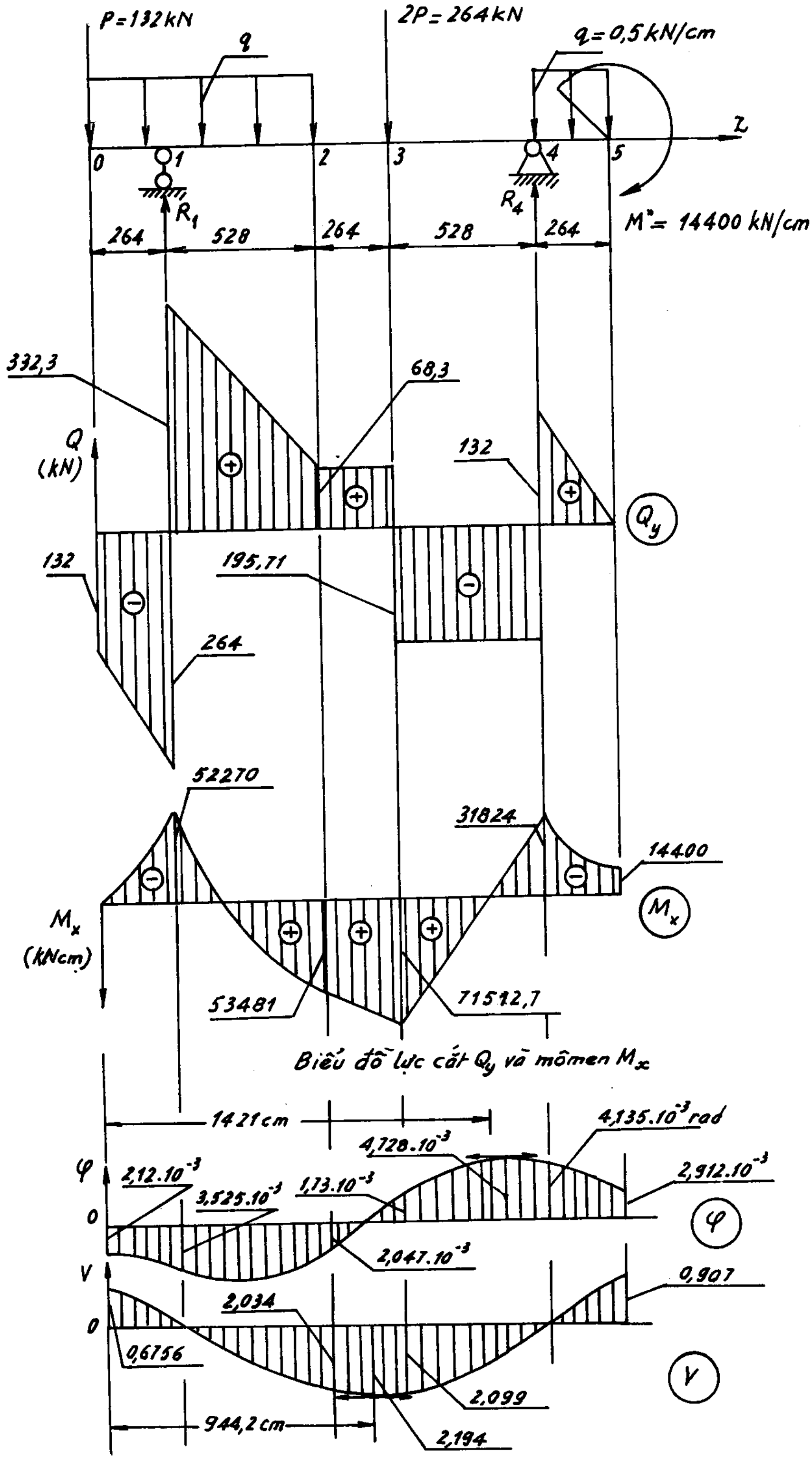
$$Q_k(z) = -264q - q.z\Big|_{1} + 1192{,}58q\Big|_{2} + q(z-3.264)\Big|_{3}$$

$$-2.264q\Big|_{4} + 655{,}42q - q(z-6.264)\Big|_{5}$$

$$\Rightarrow\quad M(z) = -264q.z - \frac{qz^2}{2}\Big|_{1} + 1192{,}58q(z-264)\Big|_{2} + \frac{q(z-3.264)^2}{2}\Big|_{3}$$

$$-2.264q(z-4.264)\Big|_{4} + 655{,}42q(z-6.264) - \frac{q(z-6.264)^2}{2}\Big|_{5}$$

Dưới đây là biểu đồ lực cắt và mômen uốn được vẽ từ cả hai phương pháp mặt cắt, vạn năng và biểu đồ độ võng, góc xoay dọc theo trục dầm (hình 6.95h).



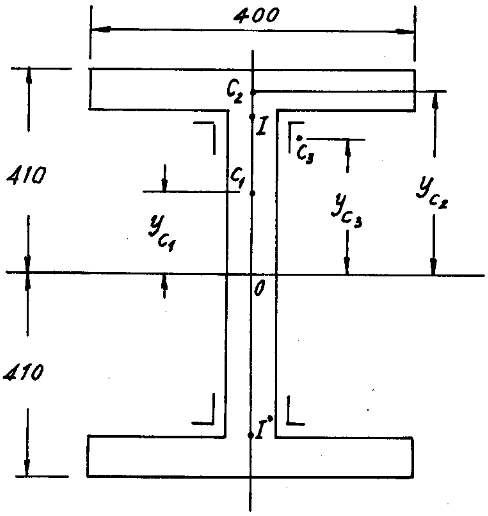
P = 132 kN
q
2P = 264 kN
q = 0,5 kN/cm
z
0
1
2
3
4
5
R1
R4
M* = 14400 kN/cm
264
528
264
528
264
332,3
68,3
Q
(kN)
132
Qy
132
195,71
264
52270
31824
14400
Mx
Mx
(kNcm)
53481
71512,7
Biểu đồ lực cắt Qy và mômen Mx
1421 cm
4,728.10-3
4,135.10-3 rad
φ
2,12.10-3
3,525.10-3
1,13.10-3
2,912.10-3
0
φ
2,047.10-3
V
0,907
2,034
0
0,6756
V
2,099
944,2 cm
2,194

Hình 6.95h.

3. Tính các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

Diện tích cắt ngang F, mômen tĩnh của 1/2 mặt cắt đối với trục x, mômen quán tính J_x :

– Tính diện tích mặt cắt ngang F



Hình 6.95i.

Ta có:

$F_1 = 80.1,2 = 96\ cm^2$

$F_2 = 40.1,0 = 40\ cm^2$

$F_3 = 6,36\ cm^2$

$\Rightarrow F = F_1 + F_2 + F_3 = 96 + 2.40 + 4.6,36 = 201,44\ cm^2$

– Tính mômen tĩnh của 1/2 mặt cắt đối với trục x

Gọi:

S_{1x}: Mômen tĩnh của tấm thép lòng 1

S_{2x}: Mômen tĩnh của tấm thép đế 2

S_{3x}: Mômen tĩnh của tấm thép góc 3.

Ta có:

$S_{1x} = F_1.y_{C1}$

$S_{2x} = F_2.y_{C2}$

$S_{3x} = F_3.y_{C3}$

Với:

$y_{C1} = 20$ cm

$y_{C2} = 40,5$ cm

$y_{C3} = 40 - 2,6 = 37,4$ cm

Do đó ta được:

$S_{1x} = 20.48 = 960$ cm^3

$S_{2x} = 40,5.40 = 1620$ cm^3

$S_{3x} = 37,4.6,36 = 237,864$ cm^3

$\Rightarrow S_{x1/2} = (960 + 1620 + 2.237,86) = 3047,5$ cm^3

– Tính mômen quán tính J_x:

Gọi: J_{1x}: mômen quán tính của tấm thép lòng 1;

J_{2x}: mômen quán tính của tấm thép đế 2;

J_{3x}: mômen quán tính của tấm thép góc 3.

Ta có:

$$J_{1x} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1,2.80^3}{12} = 5120 \text{ cm}^4$$

$$J_{2x} = J_{x2} + y_2^2.F_2 = \frac{b_2h_2^3}{12} + y_2^2.F_2 = \frac{40.1^3}{12} + 40,5^2.40 = 65613,3 \text{ cm}^4$$

$$J_{3x} = J_{x3} + y_3^2.F_3 = 41,6 + 37,4^2.6,36 = 8937,7 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$\Rightarrow J_x = J_{1x} + 2J_{2x} + 4J_{3x} = 51200 + 131226,6 + 35750,8 =$$

$$= 218177,4 \text{ (cm}^4\text{)}$$

CÂU 4

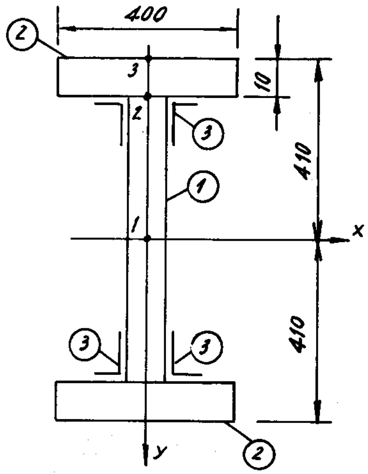
Kiểm tra độ bền ở những mặt cắt có khả năng nguy hiểm.

Từ biểu đồ mômen uốn và lực cắt, ta thấy mặt cắt "3⁺" là nguy hiểm nhất:

$$M_x^{max} = M_x^{(3)} = 71512,7 \text{ kNcm}$$

$$Q_y = 195,71 \text{ kN}.$$

Xét điểm 2 thuộc về lòng là điểm nguy hiểm:



Hình 6.95k.

- Tính ứng suất pháp:

$$\sigma_2 = \frac{M_3}{J_x} y_1 = \frac{71512,7}{218200} 40 =$$

$$= 13,12 \text{ kN/cm}^2$$

- Ứng suất tiếp tại điểm 2:

$$\tau_2 = \frac{Q_3 S_x^2}{J_x \delta_2} = \frac{195,71.1620}{218200.12} = 1,21 \text{ kN/cm}^2$$

⇨ Ứng suất tương đương:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_2^2 + 4\tau_2^2} = 15,35 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Dầm đủ bền ở điểm 2 của mặt cắt "3⁺".

- Tính ứng suất tại điểm 3 trên mặt cắt "3":

$$\sigma_3 = \frac{71512,7}{5321,95} = 13,25 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

- Ứng suất tiếp tại điểm 1 thuộc mặt cắt "1⁺":

$$\tau_{max} = \frac{321,4.3055,728}{218200 \times 1,2} = 3,75 \text{ kN/cm}^2 < \frac{[\sigma]}{2} = 8 \text{ kN/cm}^2.$$

Kết luận: Dầm làm việc hoàn toàn an toàn về bền.

CÂU 5

Tính góc xoay của mặt cắt ngang "1" và độ võng của trọng tâm mặt cắt ngang "3" ứng với giá trị $q = 0{,}5$ kN/cm.

Để giải quyết nội dung này, thuận lợi nhất là sử dụng phương pháp vạn năng.

a. Độ võng của trọng tâm mặt cắt ngang "3"

Chuyển vị thẳng của dầm với số đoạn n = 5 theo phương pháp vạn năng là:

$$V_z = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.z - \frac{264q.z^3}{3!EJ} - \frac{q.z^4}{4!EJ}\Bigg|_{1} + \frac{1192{,}58q(z-A)^3}{3!EJ}\Bigg|_{2} + q\frac{(z-3A)^4}{4!EJ}\Bigg|_{3}$$

$$-528q\frac{(z-4A)^3}{3!EJ}\Bigg|_{4} + 655{,}42q\frac{(z-6A)^3}{3!EJ} - q\frac{(z-6A)^4}{4!EJ}\Bigg|_{5} \qquad (1)$$

Nhận xét: Ta thấy tại các gối đỡ 1 và gối đỡ 4 là những gối cứng tuyệt đối nên độ võng tại đó bằng 0, do đó ta có:

$$* \; V_{(z=A)} = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.A - \frac{264q.A^3}{3!EJ} - \frac{q.A^4}{4!EJ}\Bigg|_{1} = 0 \qquad (a)$$

$$* \; V_{(z=6A)} = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.6A - \frac{264q.(6A)^3}{3!EJ} - \frac{q.(6A)^4}{4!EJ} + \frac{1192{,}58q(6A-A)^3}{3!EJ}$$

$$+\frac{(6A-3A)^4}{4!EJ}q - 528q\frac{(6A-4A)^3}{3!EJ}\Bigg|_{4} = 0 \qquad (b)$$

Giải hệ trên ta được:

$\Delta V_{01} = +0{,}6756$ cm,

$\Delta\varphi_{01} = -0{,}00212$ rad.

Độ võng tại mặt cắt "3" chính là chuyển vị thẳng đứng tại vị trí $z = 4A$ thuộc đoạn 3. Ta thay các giá trị $A = 264$ cm, $q = 0,5$ kN/cm, $E = 2.10^4$ kN/cm^2, $J_x = 218200,0$ cm^4 và $\Delta V_{01} = +0,6756$ cm, $\Delta\varphi_{01} = -0,00212$ rad vào (1) ứng với đoạn $i = 3$ và tính ta được:

$$V_z = -2,01 \text{ cm (điểm 3 đi xuống).}$$

b. Góc xoay tại mặt cắt ngang "1":

Từ biểu thức tính độ võng V_z ta suy ra được biểu thức tính góc xoay φ_z theo định nghĩa:

$\varphi_z = \dfrac{dV_z}{dz}$. Cụ thể là:

$$\varphi_z = \Delta\varphi_{01} - \frac{264q.z^2}{2.EJ} - \frac{q.z^3}{6EJ}\Big|_1 + \frac{1192,58qz^2}{2EJ}\Big|_2$$

$$+\frac{z^3}{6EJ}q\Big|_3 - 528q\frac{z^2}{2EJ}\Big|_4 + 655,42q\frac{z^2}{2EJ} - q\frac{z^3}{6EJ}\Big|_5$$

Góc xoay tại mặt cắt ngang "1" chính là góc xoay tại vị trí $z = A$ thuộc đoạn $i = 1$, nên ta có:

$$\varphi_{(z=A)} = -0,00212 - \frac{264q.A^2}{2.EJ} - \frac{q.A^3}{6EJ}\Big|_1 \qquad \text{(c)}$$

Thay vào (c) các giá trị: $A = 264$ cm, $q = 0,5$ kN/cm, $E = 2.10^4$ kN/cm^2, $J_x = 218200$ cm^4 ta nhận được:

$\varphi_1(z = 264 \text{ cm}) = -0,003525.10^{-3}$ rad (xoay thuận kim đồng hồ).

$\max|\varphi\ (z = 1421 \text{ cm})| = 4,73.10^{-3}$ rad (xoay ngược chiều kim đồng hồ).

$\max|V\ (z = 944,2 \text{ cm})| = |-2,19 \text{ cm}|$ (di chuyển xuống dưới).

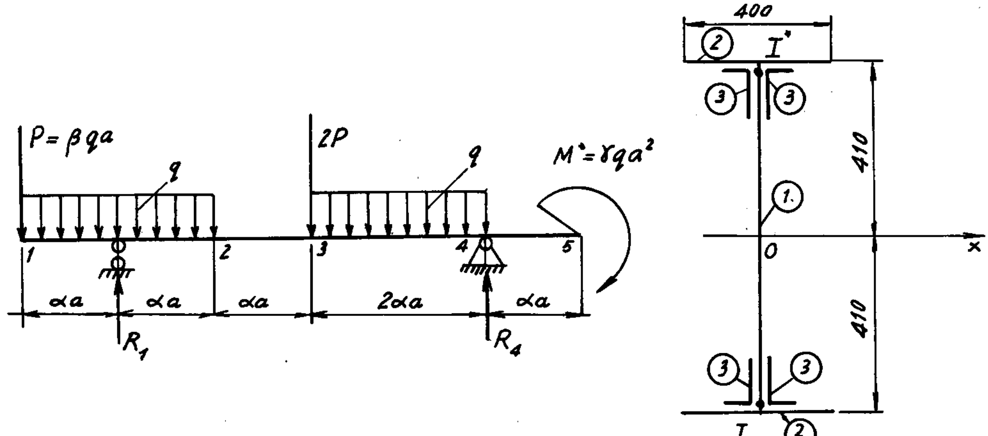
BÀI 96

ĐỀ SỐ 2

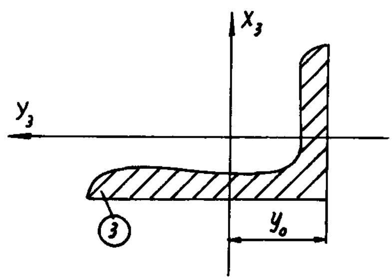
Cho: – Sơ đồ dầm, tải trọng.

– Sơ đồ mặt cắt ngang (hình 6.96a) và bảng dưới đây.

$\alpha = 1,8$, $\beta = 1,0$, $\gamma = 1,25$



Hình 6.96a.

Tấm thép đế (2)	400 x 10
Tấm thép lòng (1)	800 x 2
Thép góc (3) 	80 x 50 x 5 y_0 = 2,5 cm F_3 = 3,36 cm^2 J_{x3} = 41,6 cm^4

Nhiệm vụ:

1. Xác định các phản lực theo q
2. Vẽ các biểu đồ nội lực: lực cắt Q và mômen M
3. Tính tải trọng cho phép [q]. Kiểm tra lại độ bền ở những mặt cắt có khả năng nguy hiểm. Biết a = 1,2 cm, $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$, $E = 2.10^4\ kN/cm^2$.
4. Tính góc xoay của các mặt cắt ngang 0, 1, 4, 5 và độ võng của trọng tâm các mặt cắt ngang 0, 3, 5 ứng với giá trị [q] đã được tính toán ở câu 3.
5. Viết phương trình độ võng, góc xoay và tính $\max|V|$, $\max|\varphi|$.

GIẢI

1. Tính phản lực theo q:

Chọn gốc tọa độ O tại đầu trái của dầm.

Trục z trùng với trục của dầm và hướng sang phải.

Gọi: Phản lực liên kết tại gối đỡ 1 là R_1

Phản lực liên kết tại gối đỡ 4 là R_4.

Áp dụng phương pháp vạn năng để xây dựng phương trình và vẽ các biểu đồ mômen uốn $M_k(x)$, lực cắt $Q_k(z)$.

$$M_K(z) = \sum_{i=1}^{K=\overline{1,n}} \left[M^{*}_{oi} + P_{oi}(z - a_{i-1}) + \Delta q_{oi}\frac{(z-a_{i-1})^2}{2!} + \Delta q'_{oi}\frac{(z-a_{i-1})^3}{3!} + \dots \right]$$

$$= -Pz - \frac{qz^2}{2}\Bigg|_{1} + R_1(z-\alpha a)\Bigg|_{2} + \frac{q(z-2\alpha a)^2}{2}\Bigg|_{3} - 2P(z-3\alpha a) - \frac{q(z-3\alpha a)^2}{2}\Bigg|_{4}$$

$$+ R_4(z-5\alpha a) + \frac{q(z-5\alpha a)}{2}\Bigg|_{5} \qquad \text{(a)}$$

$$Q_K(z) = \sum_{i=1}^{K=\overline{1,n}} \left[P_{oi} + \Delta q_{oi}(z-a_{i-1}) + \Delta q'_{oi}\frac{(z-a_{i-1})^2}{2!} + \ldots \right] \quad \text{(b)}$$

$$= -P - qz\Big|_1 + R_1\Big|_2 + q(z-2\alpha a)\Big|_3 - 2P - q(z-3\alpha a)\Big|_4 + R_4 + q(z-5\alpha a)\Big|_5$$

Điều kiện để xác định R_1, R_4 là:

$$\begin{cases} M_K(z=6\alpha a) = -M^* \\ Q_K(z=6\alpha a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6P\alpha a - 18q\alpha^2a^2 + 5R_1\alpha a + 8q\alpha^2a^2 - 6P\alpha a - \\ \quad -\dfrac{9q\alpha^2a^2}{2} + R_4\alpha a + \dfrac{q\alpha^2a^2}{2} + M^* = 0 \\ -P - 6q\alpha a + R_1 + 4q\alpha a - 2P - 3q\alpha a + R_4 + q\alpha a = 0 \end{cases}$$

Thay $P = \beta qa$, $\alpha = 1{,}8$, $\beta = 1$, $\gamma = 1{,}25$ ta được:

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 6{,}58qa = 868{,}56\,\text{kN} \\ R_4 = 3{,}63qa = 479{,}16\ \text{kN} \end{cases} \quad \text{(c)}$$

Vậy chiều của R_1 và R_4 đúng như đã chọn trên hình vẽ.

2. Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x theo q

Từ các hàm (a), (b) với kết quả (c) ta dựng được các biểu đồ (Q), (M) như sau (hình 6.16b).

3. Tính tải trọng cho phép [q] kiểm tra lại độ bền ở những mặt cắt có khả năng nguy hiểm

Tính sơ bộ tải trọng cho phép [q] theo điều kiện bền đối với ứng suất pháp lớn nhất của một dầm chịu uốn như sau:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x^{max}}{W_x} \le [\sigma] \quad (1)$$

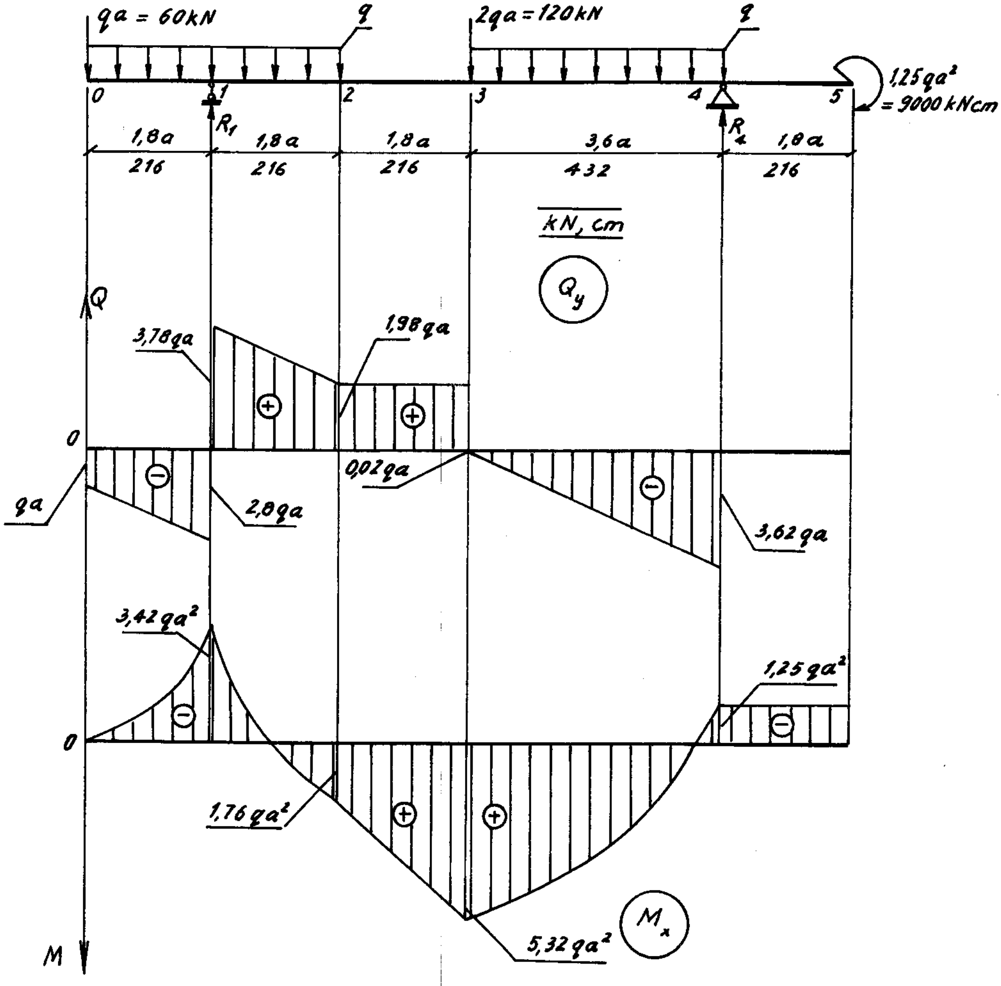
trong đó:

W_x là mômen chống uốn của mặt cắt ngang

$$W_x = \frac{J_x}{y_{max/min}} = \frac{218177,4}{41} = 5321,39 \text{ cm}^3 \qquad (2)$$

$J_x = 218177,4 \text{ cm}^4$ là mômen quán tính của mặt cắt ngang "3" đối với trục trung hoà x.

Theo biểu đồ mômen uốn M_x ta thấy mặt cắt có mômen lớn nhất là mặt cắt "3". Với:



Hình 6.96b.

$$M_x^{max} = 5{,}33qa^2 = 5{,}32q.120^2 \qquad (3)$$

Thay (2), (3) vào (1) ta có:

$$\sigma_{max} = \frac{5{,}32q.120^2}{5321{,}39} \leq [\sigma]$$

$$\Rightarrow q \leq \frac{5321{,}39.[\sigma]}{5{,}32.120^2} = \frac{5321{,}39.16}{5{,}32.120^2} = 1{,}1 \text{ kN/cm}$$

$$\Rightarrow [q] = 1{,}1 \text{ kN/cm}$$

Kiểm nghiệm độ bền:

Từ biểu đồ mômen và lực cắt ta thấy tại mặt cắt "3" lực cắt và mômen uốn đều lớn. Như vậy ta tiến hành kiểm nghiệm bền tại mặt cắt nguy hiểm này với $[q] = 1{,}1 \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}}$. Cụ thể là:

$$M_3 = 5{,}32.1{,}1.120^2 = 84427{,}2 \text{ kN/cm}$$

$$Q_3 = 1{,}98.q.a = 1{,}98.1{,}1.120 = 261{,}36 \text{ kN}$$

Ta xét điều kiện bền ở hai điểm là I, I* thuộc về lòng (hai điểm này có ứng suất tương đương bằng nhau) với ứng suất pháp và ứng suất tiếp như sau (hình 6.96a).

Ứng suất pháp:

$$\sigma_1 = \frac{M_3}{J_x}.y_1 = \frac{84427{,}2}{218177{,}4}.40 = 15{,}47 \text{ kN/cm}^2$$

Ứng suất tiếp:

$$\tau_I = \frac{261{,}36 \times 40 \times 1 \times 40{,}5}{218200 \times 1{,}2} = 1{,}617 \text{ kN/cm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{tdI} = \sqrt{\sigma_1^2 + 4\tau_1^2} = \sqrt{15{,}47^2 + 4.1{,}617^2} =$$

$$= 15{,}80 \text{ kN/cm}^2 < 16 \text{ kN/cm}^2 = [\sigma]$$

Như vậy tại điểm I và I* thuộc mặt cắt "3" thỏa mãn điều kiện bền, thanh không bị phá hủy.

4. Tính góc xoay của các mặt cắt ngang và độ võng của trọng tâm các mặt cắt ngang ứng với giá trị [q] = 1,1 kN/cm đã được tính toán ở câu 3

Để tính các chuyển vị này, tối ưu nhất là áp dụng phương pháp vạn năng cho dầm có số đoạn n = 5 như sau:

$$V(z) = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.z - \frac{Pz^3}{3!EJ} - \frac{qz^4}{4!EJ}\Bigg|_{1} + R_1\frac{(z-\alpha a)^3}{3!EJ}\Bigg|_{2} + q\frac{(z-2\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{3}$$

$$-2P\frac{(z-3\alpha a)^3}{3!EJ} - q\frac{(z-3\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{4} + R_4\frac{(z-5\alpha a)^3}{3!EJ} + q\frac{(z-5\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{5}$$

Thay các giá trị: $P = qa$; $R_1 = 6{,}58qa$; $R_4 = 3{,}62qa$ vào phương trình V(z), ta được:

$$V(z) = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.z - \frac{qa.z^3}{3!EJ} - \frac{qz^4}{4!EJ}\Bigg|_{1} + 6{,}58qa\frac{(z-\alpha a)^3}{3!EJ}\Bigg|_{2} + q\frac{(z-2\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{3}$$

$$-2qa\frac{(z-3\alpha a)^3}{3!EJ} - q\frac{(z-3\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{4} + 3{,}62qa\frac{(z-5\alpha a)^3}{3!EJ} + q\frac{(z-5\alpha a)^4}{4!EJ}\Bigg|_{5} \qquad \text{(a)}$$

Từ điều kiện biên:

$$V(z = \alpha a) = 0$$

$$V(z = 5\alpha a) = 0$$

Cụ thể là:

$$\begin{cases} V(z=\alpha a) = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.\alpha a - \dfrac{qa(\alpha a)^3}{3!EJ} - \dfrac{q(\alpha a)^4}{4!EJ} = 0 & \text{(b)} \\ V(z=5\alpha a) = \Delta V_{01} + \Delta\varphi_{01}.5\alpha a - \dfrac{qa(5\alpha a)^3}{3!EJ} - \dfrac{q(5\alpha a)^4}{4!EJ} + & \\ +6{,}58\,qa\dfrac{(4\alpha a)^3}{3!EJ} + q\dfrac{(3\alpha a)^4}{4!EJ} - 2qa.\dfrac{(2\alpha a)^3}{3!EJ} - q\dfrac{(2\alpha a)^4}{4!EJ} = 0 & \text{(c)} \end{cases}$$

Thay các giá trị: a = 120 cm; q = 1,1 kN/cm; α = 1,8; E = 2.10^4 kN/cm^2 và $J_x \approx 218200{,}0$ cm^4 vào (b), (c) và giải hệ này ta thu được:

$$\Delta V_{01} = +0{,}5233 \text{ cm} \; ; \; \Delta\varphi_{01} = 2{,}1.10^{-3} \text{ rad}.$$

Tiếp tục thay ΔV_{01}, $\Delta\varphi_{01}$ vừa nhận được vào hàm (a), ta tính được:

$$V_3(z = 648 \text{ cm}) = -1{,}315 \text{ cm (điểm 3 đi xuống)}.$$

Phương trình góc xoay tại z bất kỳ của dầm theo phương pháp vạn năng là:

$$\frac{dV}{dz} = \varphi(z) = \Delta\varphi_{01} - \frac{qa.z^2}{2EJ} - \frac{qz^3}{6EJ}\Bigg|_{1} + 6{,}58qa\frac{(z-\alpha a)^2}{2EJ}\Bigg|_{2} + q\frac{(z-2\alpha a)^3}{6EJ}\Bigg|_{3}$$

$$- 2qa\frac{(z-3\alpha a)^2}{2EJ} - q\frac{(z-3\alpha a)^3}{6EJ}\Bigg|_{4} + 3{,}62q\frac{(z-5\alpha a)^2}{2EJ} + q\frac{(z-5\alpha a)^3}{6EJ}\Bigg|_{5} \qquad \text{(d)}$$

Góc xoay tại mặt cắt "4" là góc xoay tại vị trí z = 5αa nên ta có:

$$\varphi(z=5\alpha a) = -2{,}1.10^{-3} - \frac{qa(5\alpha a)^2}{2EJ} - \frac{q(5\alpha a)^3}{6EJ} + 6{,}58qa\frac{(4\alpha a)^2}{2EJ} + q\frac{(3\alpha a)^3}{6EJ}$$

$$-2qa\frac{(2\alpha a)^2}{2EJ} - q\frac{(2\alpha a)^3}{6EJ}$$

$\varphi_4(z = 5\alpha a = 1080 \text{ cm}) = +5{,}072.10^{-3}$ rad (mặt cắt "4" quay ngược chiều kim đồng hồ).

Tương tự cách tính ở trên theo các hàm (a) và (d) ta tính được các chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị góc tại các mặt cắt chỉ định còn lại như sau:

$V_0(z = 0) = \Delta V_{01} = +0{,}5233$ cm; $V_5(z = 1296 \text{ cm}) = +1{,}047$ cm

$\varphi_0(z = 0) = -2{,}1.10^{-3}$ rad; $\varphi_1(z = 216 \text{ cm}) = -3{,}27.10^{-3}$ rad;

$\varphi_5(z = 1296 \text{ cm}) = +4{,}626.10^{-3}$ rad.

Trong bài toán này các hàm (a) và (d) còn cho phép ta xác định chuyển vị thẳng đứng và góc xoay lớn nhất về trị tuyệt đối như sau:

$|V_{max}(z = 677{,}8 \text{ cm})| = |-1{,}324|$ cm ; $\varphi_{max}(z = 1060 \text{ cm}) = +5{,}09.10^{-3}$ rad.

CHƯƠNG 7

THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Một thanh được gọi là chịu lực phức tạp nếu trên mặt cắt ngang của thanh tồn tại ít nhất hai trong sáu thành phần nội lực sau đây:

N_z, M_x, Q_y, M_y, Q_x và M_z.

trong đó: z là trục hình học của thanh.

x và y là các trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang. Trọng tâm mặt cắt ngang trùng với tâm uốn, Q_y và M_x là những nội lực tác dụng trong mặt phẳng yz, còn Q_x và M_y – trong mặt phẳng xz.

A. ỨNG SUẤT

Trong trường tổng quát, ở mỗi điểm K(x, y) bất kỳ trên mặt cắt ngang có hai loại ứng suất là ứng suất pháp tuyến σ và ứng suất tiếp tuyến τ.

1. Nhóm nội lực gây ra ứng suất pháp σ gồm:

N_z, M_x, M_y.

Tại điểm bất kỳ K(x, y) các ứng suất đó được tính:

$$\sigma_K = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} . x$$

hoặc là:

$$\sigma_K = \pm \frac{|N_z|}{F} \pm \frac{|M_x|}{J_x}|y| \pm \frac{|M_y|}{J_y}|x| \tag{7.1}$$

Trong (7.1) lấy dấu (+) nếu điểm K nằm ở vùng kéo do các nội lực tương ứng gây ra, ngược lại lấy dấu (–) .

Phương trình trục trung hoà (đường có ứng suất pháp bằng 0) được xác định bởi phương trình:

$$\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}.y + \frac{M_z}{J_y}.x = 0 \tag{7.2a}$$

hoặc là:

$$1 + \frac{M_x.y}{N_z.i_x^2} + \frac{M_y.x}{N_z.i_y^2} = 0 \tag{7.2b}$$

Khi thanh chịu một lực P nén hoặc kéo đặt ở điểm (x_P, y_P) song song với trục thanh thì phương trình (7.2b) có dạng:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \tag{7.3}$$

trong đó:

$a = -\dfrac{i_y^2}{x_P}$; $b = -\dfrac{i_x^2}{y_P}$ với i_x, i_y là bán kính quán tính của mặt cắt ngang và có giá trị là:

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} \;;\; i_x^2 = \frac{J_x}{F}.$$

Điều kiện bền trên một mặt cắt ngang:

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \pm\frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \le [\sigma]_{K/n} \tag{7.4}$$

2. Nhóm nội lực gây ra ứng suất tiếp τ gồm: Q_x, Q_y, M_z

Ứng suất tiếp τ do các nội lực này gây ra là hệ vectơ đồng phẳng và được xác định như sau:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_{Q_x} + \vec{\tau}_{Q_y} + \vec{\tau}_{M_z} \tag{7.5}$$

Các ứng suất tiếp thành phần trong (7.5) được tính theo các công thức đã cho trong các chương 5 và 6.

Điều kiện bền trên một mặt cắt ngang:

$$\tau_{max} \leq [\tau] \tag{7.6}$$

3. Trường hợp tổng quát ở một điểm nào đó trên mặt cắt ngang tồn tại đồng thời cả σ và τ thì điều kiện bền là:

$$\sigma_{td} \leq [\sigma]_K \tag{7.7}$$

Ứng suất pháp tương đương σ_{td} được tính theo một trong các thuyết bền đã giới thiệu trong chương 3.

Cần chú ý rằng không phải lúc nào cũng xác định ngay được điểm nguy hiểm nhất. Vì vậy, người tính toán phải so sánh một vài điểm trên chu vi của mặt cắt khảo sát để thấy mức độ nguy hiểm của chúng. Điểm nguy hiểm nhất là điểm trên chu vi mặt cắt, tại đó ứng suất tương đương được tính theo một thuyết bền nào đó có giá trị lớn nhất.

B. CHUYỂN VỊ TRONG HỆ ĐÀN HỒI TUYẾN TÍNH

1. Phương pháp tải trọng đơn vị giả tạo

Để tính toán chuyển vị Δ_{km} tại mặt cắt K theo một phương nào đó đối với hệ đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng ngoài phức tạp có thể sử dụng công thức tổng quát sau đây của Maxwell – Mohr:

$$\Delta_{km} = -\sum_{i}^{n} \overline{R}_{ik}\delta_{im} + \sum_{j=1} \int_{l_j} \frac{\overline{M}_k M_m}{EJ} dz + \sum_{j=1} \int_{l_j} \frac{\overline{N}_k N_m}{EF} dz +$$

$$\sum_{j=1} \int_{l_j} \frac{\gamma \overline{Q}_k Q_m}{GF} dz + \sum_{j=1} \int_{l_j} \frac{\overline{M}_{zk} M_{zm}}{GJ_p} dz + \tag{7.8}$$

$$\sum_{j=1} \int_{l_j} \overline{M}_k \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m}) dz + \sum_{j=1} \int_{l_j} \overline{N}_k \alpha t_{cm} dz$$

Công thức (7.8) chỉ đúng với các hệ thanh thẳng và thanh cong có độ cong bé, trong đó:

a. Lực $\overline{P}_k = 1$ được chọn chiều tùy ý, còn phương thì phụ thuộc vào phương chuyển vị cần tìm. Nếu kết quả tính ra $\Delta_{km} > 0$ thì chiều chuyển vị cần tính là chiều của lực $\overline{P}_k = 1$ đã chọn. Nếu $\Delta_{km} < 0$ thì chiều chuyển vị cần tính là chiều ngược với chiều $\overline{P}_k = 1$ đã chọn.

b. Dấu tổng trong số hạng thứ nhất ở vế phải được lấy theo "i" (số liên kết có chuyển vị cưỡng bức $i = \overline{1,n}$). $\overline{R}_{ik}$ là phản lực ở liên kết "i" có chuyển vị cưỡng bức do $\overline{P}_k = 1$ gây ra ở trạng thái "k". δ_{im} là chuyển vị cưỡng bức xảy ra ở liên kết "i" trong trạng thái "m" do các nguyên nhân nào đó gây ra ở trạng thái "m". Khi $\overline{R}_{ik}$ cùng chiều với δ_{im} thì $\overline{R}_{ik} > 0$.

c. Các tích phân trong (7.8) là những tích phân xác định trong đoạn thanh thứ j có chiều dài l_j, trên đó hàm dưới dấu tích phân là liên tục. Dấu tổng $\left(\sum_{j=1} \int_{l_j} \ldots\right)$ được áp dụng cho tất cả các đoạn thanh của hệ. Các đại lượng $\overline{M}_k$, $\overline{N}_k, \overline{Q}_k, \overline{M}_{zk}, M_m$, N_m, Q_m, M_{zk} lần lượt là các biểu thức của nội lực trong đoạn l_j ở trạng thái "k" và trạng thái "m".

2. Phương pháp nhân biểu đồ (thuật toán Vérechtchaguine)

Nếu độ cứng của mỗi đoạn thanh l_i là không đổi thì mỗi tích phân Maxwell–Mohr (7.8) có thể tính bằng cách nhân biểu đồ của Vérechtchagnine:

$$\Delta_{km} = \sum_{j}^{n} \frac{\Omega_j g_{cj}}{C_k}, \ (k = 1, 4) \qquad (7.9)$$

trong đó: $C_1 = EJ$, $C_2 = EF$, $C_3 = \dfrac{GF}{\gamma}$, $C_4 = GJ_P$.

Ω_j là diện tích của (M_m), (N_m), (Q_m), (M_{zm}) thuộc đoạn l_j; C_j là trọng tâm của Ω_j, g_{C_j} là trung độ của $(\overline{M}_K), (\overline{N}_K), (\overline{Q}_K), (\overline{M}_{ZK})$ ứng với hoành độ của C_j.

3. Cách tính chuyển vị theo định lý Castigliano

"Đạo hàm riêng của thế năng biến dạng đàn hồi U theo một trong các ngoại lực P_K nào đó bằng chuyển vị có vị trí và phương ứng với lực P_K".

$$\Delta_K = \frac{\partial U}{\partial P_K} = \sum \int \frac{M\partial M}{EJ\partial P_K} dS + \sum \int \frac{N\partial N}{EF\partial P_K} dS + \sum \int \frac{\gamma Q\partial Q}{GF\partial P_K} dS \qquad (7.10)$$

trong đó:

Δ_K là chuyển vị suy rộng có thể là chuyển vị thẳng hoặc chuyển vị góc tương ứng với lực suy rộng P_K hoặc M_K. Nếu muốn tính chuyển vị tại một mặt cắt nào đó theo một phương nào đó mà tại đó không có sẵn lực tập trung P_K hoặc M_K thì cần đặt vào đó một lực P_K hoặc M_K, rồi thực hiện phép tính (7.10), cuối cùng cho $P_K = 0$ hoặc $M_K = 0$. Nếu $\Delta_K > 0$ thì chiều của chuyển vị cần tìm trùng với chiều của lực suy rộng P_K và nếu $\Delta_K < 0$ thì ngược lại.

4. Phương pháp vạn năng

Đối với các thanh thẳng tĩnh định hoặc siêu tĩnh mặt cắt thay đổi, chịu tải trọng và liên kết bất kỳ thì việc xác định vị trí đường đàn hồi của thanh ở trạng thái biến dạng, tốt nhất là sử dụng phương pháp vạn năng.

Khi sử dụng phương pháp này cần phải dẫn bài toán khảo sát về các bài toán: kéo (nén), xoắn và uốn ngang phẳng trong các mặt phẳng vuông góc nhau, sau đó cộng hình học các kết quả của các bài toán thành phần. Các công thức sử dụng đã giới thiệu ở các mục 3 chương 2, mục 2.2 chương 5, mục 4 chương 6.

II. CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN

BÀI 1

Một lò xo hình trụ chịu kéo (hình 7.1a), có D = 80 mm, d = 20 mm, $\alpha = 15^o$, n = 10, $E = 2.10^6 \frac{daN}{cm^2}$, $G = 8.10^5 \frac{daN}{cm^2}$, $[\sigma] = 6000$ daN/cm^2 (hình 7.1a). Hãy tính lực kéo cho phép [P] và chuyển vị dọc trục u_o ở đầu tự do của lò xo?

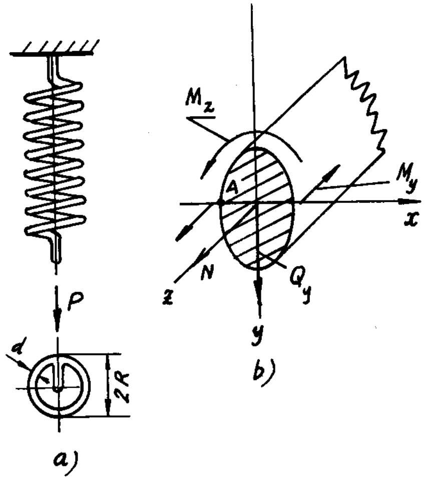
GIẢI

Theo đề bài $\alpha = 15° > 14°$ nên tại điểm A trên mặt cắt ngang (hình 7.1b) ở mặt trong của dây là điểm nguy hiểm nhất với:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{W} = \frac{16PD}{\pi d^3}\left(1 + \frac{d}{4D}\right)\sin\alpha$$

và

$$\tau = \frac{Q_y}{F} + \frac{M_z}{W_p} = \frac{8PD}{\pi d^3}\left(1 + \frac{d}{2D}\right)\cos\alpha$$



Hình 7.1.

Điều kiện bền theo thuyết bền thứ 3 là:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$= \frac{16PD}{\pi d^3}\sqrt{\left(1 + \frac{d}{4D}\right)^2 \sin^2\alpha + \left(1 + \frac{d}{2D}\right)^2 \cos^2\alpha} \le [\sigma].$$

Từ bất đẳng thức này ta rút ra:

$$P \le \frac{\pi.2^3.6000}{16.8\sqrt{(1 + \frac{2}{4.8})^2\, 0{,}067 + (1 + \frac{2}{2.8})0{,}933}} = 1050 \text{ daN}.$$

Chuyển vị dọc trục ở đầu tự do của lò xo được tính bởi công thức:

$$u = \frac{8PD^3 n}{d^4\cos\alpha}\left[2\left(1 + \frac{d^2}{4D^2}\right)\frac{\sin^2\alpha}{E} + \left(1 + \frac{d^2}{2D^2}\right)\frac{\cos^2\alpha}{G}\right] =$$

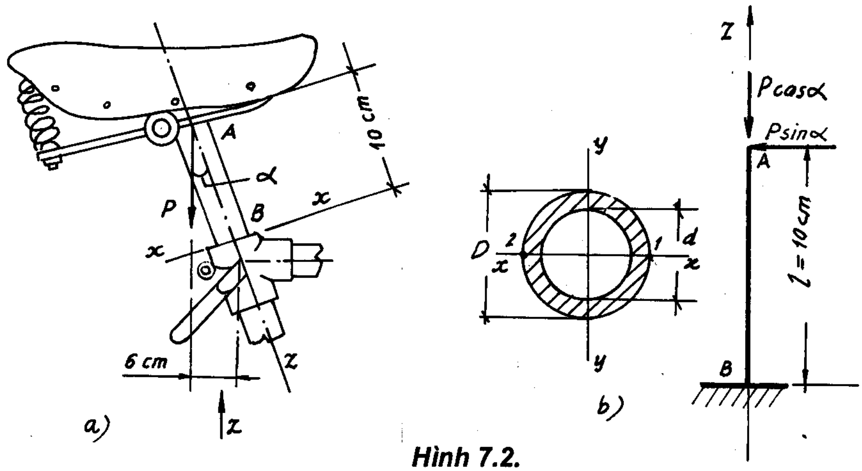
$$= \frac{8.1050.8^3.10}{2^4.0{,}966}\left[2\left(1 + \frac{2^2}{4.8^2}\right)\frac{0{,}067}{2.10^6} + \left(1 + \frac{2^2}{2.8^2}\right)\frac{0{,}933}{8.10^5}\right] = 3{,}54 \text{ cm}.$$

Nếu chỉ kể đến biến dạng xoắn thì ũ gần đúng như sau:

$$\tilde{u} = \frac{8PD^3n}{Gd^4} = \frac{8.1050.8^3.10}{8.10^5.24} = 3{,}64 \text{ cm}.$$

BÀI 2

Hãy kiểm tra bền cho một cọc yên xe đạp (hình 7.2a). Cọc yên là một ống thép có: đường kính ngoài D = 24 mm, đường kính trong d = 20 mm, [σ] = 16 kN/cm², chịu lực P = 60 daN từ yên truyền xuống.



Hình 7.2.

GIẢI

Từ kết cấu thực hình 7.2a, ta lập sơ đồ tính cọc yên như hình 7.2b. Mặt cắt nguy hiểm nhất của cọc yên khi chịu lực là mặt cắt B liên kết giữa cọc yên và khung xe. Mặt cắt này chịu một lực nén N = Pcosα, một mômen uốn $M_y = P\sin\alpha.l$ gây kéo vùng bên phải trục y và nén vùng bên trái trục y. Để yên làm việc đủ bền, ta phải có ứng suất nén lớn nhất tại điểm "2" thỏa mãn điều kiện:

$$\max|\sigma| = \left| -\frac{N}{F} - \frac{M_y}{W_y} \right| = \frac{P\cos\alpha}{\frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)} + \frac{P\sin\alpha.l}{0{,}1D^3\left(1-\eta^4\right)} \le [\sigma]$$

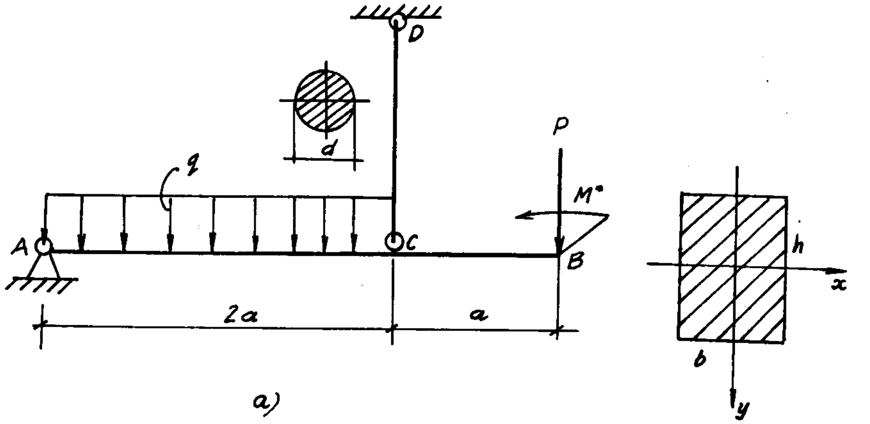
Cụ thể là:

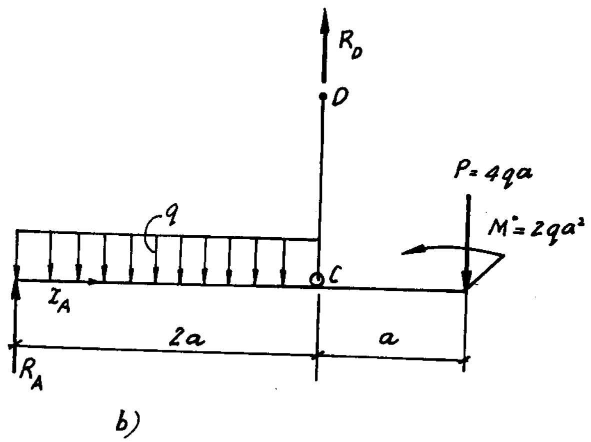
$$\frac{4.60.0,8}{\pi(2,4^2-2^2)}+\frac{60.10.0,6}{0,1.2,4^3(1-0,83^4)}=$$

$$=34,74+1559=1594\ \frac{daN}{cm^2}<[\sigma]=1600\ \frac{daN}{cm^2}.$$

BÀI 3

Cho kết cấu chịu lực như hình 7.3a. Biết P = 4qa; M* = 2qa².





Hình 7.3a, b.

1) Xác định kích thước của thanh CD theo điều kiện bền. Biết CD có mặt cắt ngang tròn, ứng suất cho phép bằng [σ].

2) Vẽ biểu đồ nội lực Q_y và M_x của thanh AB.

3) Xác định ứng suất pháp lớn nhất trên thanh AB biết thanh có mặt cắt ngang hình chữ nhật: $b = \dfrac{a}{20}$; $h = \dfrac{a}{10}$.

GIẢI

Phản lực liên kết tại A và D được tìm từ điều kiện:

$$\Sigma m_C = 0 \Rightarrow R_A = 0$$

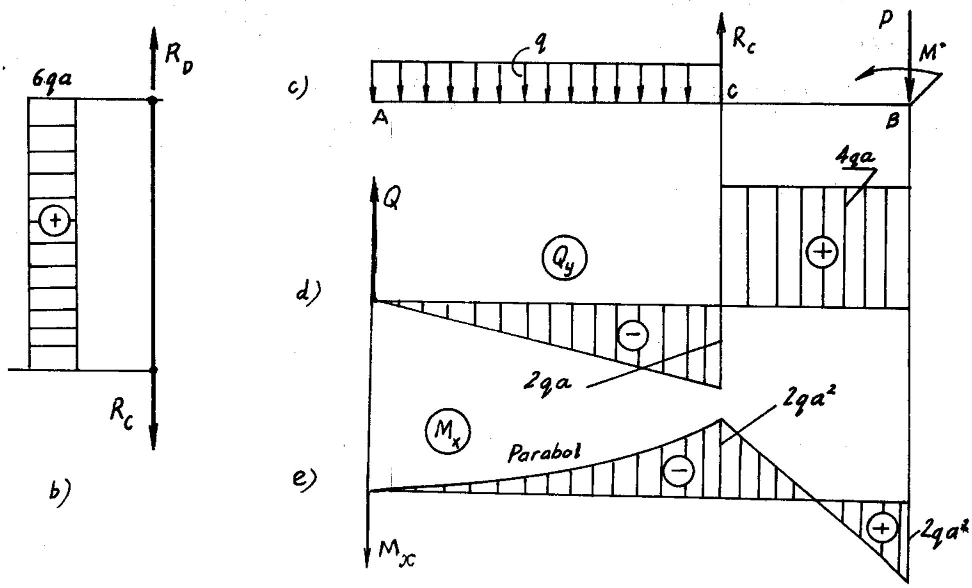
$$\Sigma m_A = 0 \Rightarrow R_D = 6qa.$$

1) Xác định kích thước thanh CD:

Theo điều kiện bền:

$$F \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$$

$$\rightarrow \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{6qa}{[\sigma]} \rightarrow [d] = \sqrt{\frac{24aq}{\pi[\sigma]}} = 2\sqrt{\frac{6aq}{[\sigma].\pi}}$$



Hình 7.3c, d, e, g.

2) Biểu đồ nội lực trong thanh AB (hình 7.3d, e, g)

3) Ứng suất pháp lớn nhất

+ Mặt cắt nguy hiểm: mặt cắt qua C và B có $M_{x\,max} = 2qa^2$

+ Ứng suất pháp lớn nhất

$$\sigma_{z\,max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2qa^2}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{12qa^2}{bh^2} = \frac{24000q}{a}.$$

BÀI 4

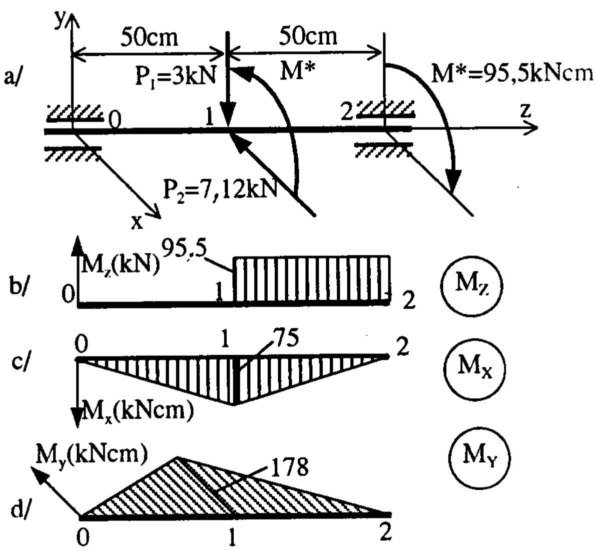
Một trục truyền được cho như hình 7.4a. Hãy vẽ biểu đồ nội lực và kiểm tra bền cho trục. Biết d = 6 cm; $[\sigma] = 12\ \frac{kN}{cm^2}$.

GIẢI

Trên hình 7.4b, c, d là các biểu đồ mômen xoắn, uốn quanh trục x và y.

Tung độ các biểu đồ này được đo bằng kNcm.

Mặt cắt nguy hiểm nhất của trục là mặt cắt "1^+", tại đó có:



Hình 7.4.

M_z = 95,5 kNcm ; M_x = 75 kNcm ; M_y = 178 kNcm.

Ứng suất tương đương lớn nhất tại mặt cắt này là:

$$\sigma_{td} = \frac{M_{td}}{W_x} = \sqrt{\frac{M_x^2 + M_y^2 + 0{,}75 M_z^2}{0{,}1 d^3}} = \sqrt{\frac{75^2 + 178^2 + 0{,}75.95{,}5^2}{0{,}1.6^3}} =$$

$$= 9{,}72 \ \frac{kN}{cm^2} < [\sigma] = 12 \ KN/cm^2.$$

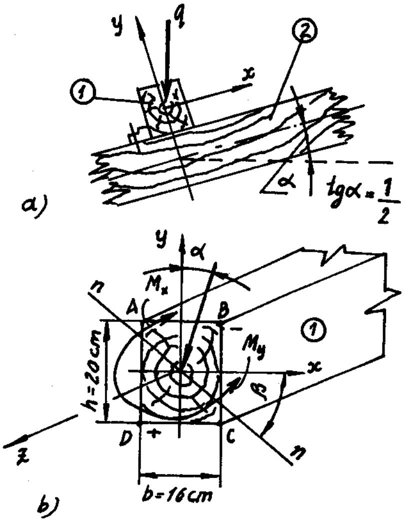
Trục đủ bền.

BÀI 5

Một xà gồ 1 (dầm) bằng gỗ mặt cắt ngang 16 x 20 cm (hình 7.5a) tựa tự do trên các dàn vì kèo 2. Khoảng cách giữa các vì kèo bằng l = 3 m. Tải trọng thẳng đứng phân bố đều q = 400 daN/m được truyền cho xà gồ.

Góc nghiêng α của cánh thượng vì kèo là tgα = 1/2.

Hãy xác định ứng suất kéo và nén lớn nhất trong xà gồ và tính độ võng toàn phần ở mặt cắt giữa xà gồ? Biết $E_{gỗ} = 10^5$ daN/cm^2.



Hình 7.5.

GIẢI

Mômen uốn lớn nhất xảy ra ở giữa xà gồ có độ lớn:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{4.300^2}{8} = 45000 \text{ daNcm.}$$

Do đó:

$M_x = M_{max}.\cos\alpha = 45000.0{,}894$ daNcm,

$M_y = M_{max}.\sin\alpha = 45000.0{,}447 = 20115$ daNcm.

Trục trung hoà n–n của mặt cắt ngang (hình 7.5b):

$$tg\beta = -\frac{J_x}{J_y}tg\alpha = -\frac{1}{2}\frac{h^2}{b^2} = -\frac{1}{2}.\frac{20^2}{16^2} = -0,7813 = -tg\ 38^o$$

Căn cứ vào chiều của M_x, M_y (hình 7.5b) hoặc đường trung hoà n–n vừa xác định ta nhận ra ngay điểm chịu kéo lớn nhất là D và nén lớn nhất là B. Cụ thể là:

$$\sigma_D = |\sigma_B| = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = 6\left(\frac{M_x}{bh^2} + \frac{M_y}{hb^2}\right) =$$

$$= -\frac{6}{16 \times 20}\left(\frac{40248}{20} + \frac{20115}{16}\right) = 61,3\ daN/cm^2.$$

Độ võng lớn nhất là ở giữa nhịp như đã biết là:

$$f = \frac{5ql^4}{384EJ} \qquad (a)$$

Với

$$q_y = q\cos\alpha = 4,00.0,894 = 3,576\ daN/cm$$

$$q_z = q\sin\alpha = 4,00.0,447 = 1,788\ daN/cm$$

Từ công thức (a) độ võng theo các phương y, z là:

$$V = -\frac{5q_y l^4}{384EJ_x} = \frac{5.3,576.300^4.12}{384.10^5.16.20^3} = -0,35\ cm\ \text{(ở phía âm trục y);}$$

$$W = -\frac{5q_z l^4}{384EJ_y} = -\frac{5.1,788.300^4.12}{384.10^5.16^3.20} = -0,28\ cm\ \text{(ở phía âm trục x).}$$

Độ võng toàn phần f là:

$$f = \sqrt{V^2 + W^2} = \sqrt{0,35^2 + 0,28^2} = 0,45\ cm.$$

Độ võng f nằm trong mặt phẳng vuông góc với đường trung hoà n–n.

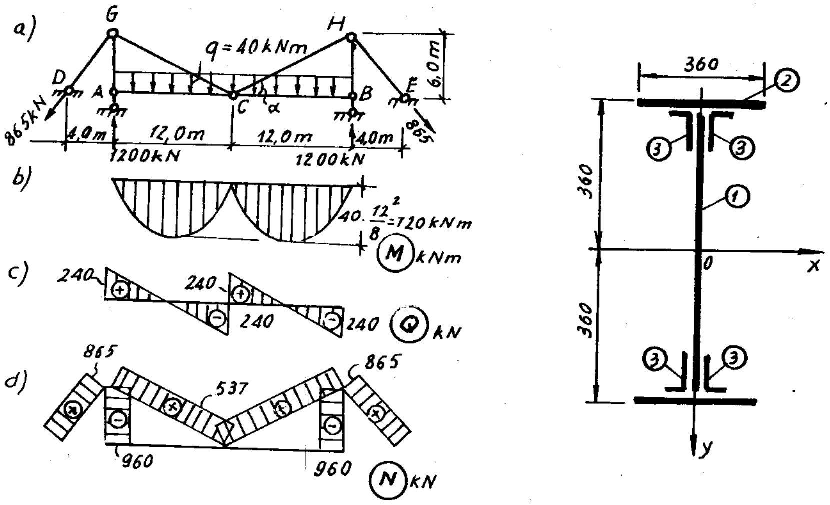
BÀI 6

Một kết cấu hỗn hợp chịu lực cân bằng như hình 7.6a.

1) Hãy chỉ ra mặt cắt nào của các cấu kiện chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp và mặt cắt nào chỉ có ứng suất tiếp lớn nhất mà không có ứng suất pháp.

2) Các cấu kiện đều làm bằng thép chữ I, hãy xác định số hiệu thép này cho từng cấu kiện?

Biết $[\sigma] = 16\ kN/cm^2$, các số liệu tính toán khác được cho trên hình 7.6a.



Hình 7.6.

GIẢI

1. Để trả lời câu hỏi 1 cần phải vẽ các biểu đồ nội lực

Phản lực tại các liên kết D, A, B, E được tìm từ điều kiện cân bằng và được cho trên hình 7.6a. Các đoạn thanh DG, GA, GC, CH, HB, HE chỉ chịu kéo và nén có biểu đồ trên hình 7.6d. Mọi mặt cắt của các thanh này chỉ có ứng suất pháp, mà không có ứng suất tiếp. Các đoạn AC, CB chịu uốn và cắt có biểu đồ mômen uốn và lực cắt như trên hình 7.6b, c. Các mặt cắt ở giữa các đoạn AC và CB có M_{max} và Q = 0, tại các mặt cắt này chỉ có $\sigma_{max/min}$ mà không có ứng suất tiếp (τ = 0). Các mặt cắt tại A, C, B thuộc dầm AB chỉ có ứng suất tiếp bằng nhau và là các ứng suất lớn nhất.

2. Xác định số hiệu thép I

Đối với các thanh DG, GA, HB và HE có N gần bằng nhau về độ lớn, ta sẽ chọn cùng một mặt cắt $F = F_1$:

$$F_1 \geq \frac{960}{16} = 60 \text{ cm}^2.$$

Theo quy cách thép cán định hình ta chọn I_{36} có $F_1 = 61{,}9 \text{ cm}^2$.

Đối với thanh GC, CH có N = 537 kN thì $F = F_2$ được chọn như sau:

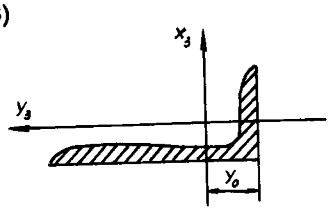
$$F_2 = \frac{537}{16} = 33{,}5625 \text{ cm}^2$$

Ta chọn I_{24} có $F_2 = 34{,}8 \text{ cm}^2$.

Đối với dầm AB chịu uốn có mặt cắt nguy hiểm nhất tại giữa các đoạn AC và CB với M_{max} = 720 kNm, theo điều kiện bền ta có:

$$W_x \geq \frac{720.10^2}{16} = 4500 \text{ cm}^3$$

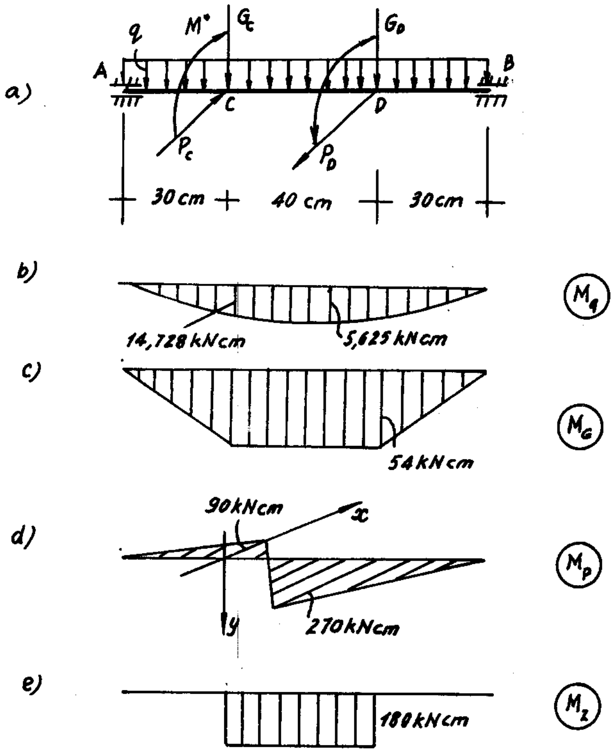
Không có thép cán sẵn loại W_x này nên cần phải thiết kế thép I từ các thép tấm và thép L được cấu tạo như hình 7.6e và bảng dưới đây:

Tấm thép đế (2)	360 x 10 mm
Tấp thép lòng (1)	360 x 12 mm
Thép góc (3) 	80 x 50 x 5 mm Y_0 = 2,60 cm $F_3 = 6{,}36 \text{ cm}^2$ $J_{x3} = 41{,}6 \text{ cm}^4$

BÀI 7

Một trục truyền AB bằng thép có sơ đồ liên kết và chịu lực như hình 7.7a. Trong đó: q = 0,45 kN/m, P_C = 6 kN, P_D = 9 kN, M^* = 1,8 kNm, [σ] = 12 kN/cm^2, G_C = G_D = 1,8 kN.

Hãy xác định đường kính trục?



Hình 7.7.

GIẢI

Biểu đồ mômen do từng loại ngoại lực q, G, P, M* gây ra được cho trên hình 7.7b, c, d, e. Từ các biểu đồ cho thấy các mặt cắt tại C và D là những mặt cắt có khả năng nguy hiểm nhất.

Mômen uốn tổng cộng tại các mặt cắt C và D là:

Tại C: $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{58{,}7^2 + 90^2} = 108{,}6$ kNcm

Tại D: $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{58{,}7^2 + 270^2} = 276{,}7$ kNcm.

Vậy mặt cắt ngang nguy hiểm là tại D.

Mômen tương đương theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất là:

$$M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{276{,}7^2 + 180^2} = 330{,}1 \text{ kNcm}$$

Đường kính của trục thanh cần tính là:

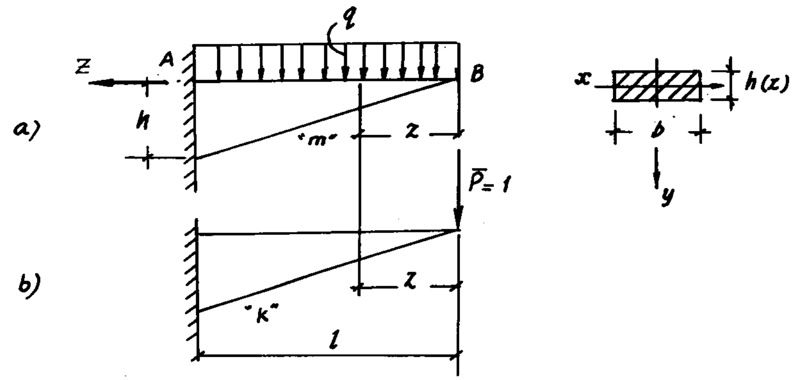
$$d = \sqrt[3]{\frac{330{,}1}{12.0{,}1}} = 6{,}5 \text{ cm}.$$

BÀI 8

Một dầm côngxôn mặt cắt thay đổi chịu lực như hình 7.8a. Mặt cắt tại ngàm có $J = bh^3/12$; $F_A = b.h$; b = const.

Hãy tính chuyển vị thẳng đứng tại đầu tự do B của dầm bằng công thức của Mo.

GIẢI



Hình 7.8.

Chọn tọa độ z hướng sang trái với gốc ở B. Ta tính: chiều cao $h(z) = \frac{h.z}{l}$, diện tích mặt cắt tại z là $F(z) = b.h(z) = b.h\,\frac{z}{l} = F_A.\,\frac{z}{l}$, $J_x(z) = \frac{bh^3(z)}{12} = \frac{bh^3}{12}.\frac{z^3}{l^3} = J_A\frac{z^3}{l^3}$. Biểu thức mômen uốn và lực cắt ở trạng thái thực "m" và trạng thái ảo "k" lần lượt là:

$$M_q = -q\,\frac{z^2}{2}\,,\ \ Q_q = q.z\,;$$

$$\overline{M}_K = -z\,,\ \overline{Q}_K = 1$$

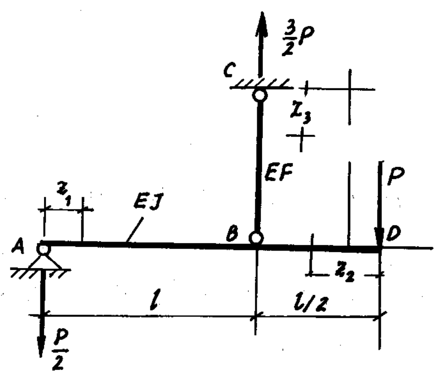
Công thức tính chuyển vị của Mo khi kể đến cả biến dạng uốn và trượt có dạng:

$$\Delta_{kp} = \sum\int_0^{li}\frac{\overline{M}_K M_q}{EJ(z)}\,dz + \sum\int_0^{li}\frac{\gamma\overline{Q}_K.Q_q}{GF(z)}\,dz = \int_0^{l_i}(-z)\left(-q\frac{z^2}{2}\right)\frac{dz}{EJ_A.\frac{z^3}{l^3}} +$$

$$+ 1/2\int_0^{l_i}\frac{1.qz\,dz}{GF_A.\frac{z}{l}} = \frac{ql^4}{2EJ_A} + \frac{6ql^2}{5GF_A} > 0 \text{ (điểm B đi xuống).}$$

BÀI 9

Một khung chịu lực như hình 7.9 . Hãy tính chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực P_0 bằng phương pháp thế năng. Trong tính toán chỉ kể đến mômen uốn và lực dọc.



Hình 7.9.

GIẢI

Theo đề bài khi bỏ qua biến dạng trượt thì biểu thức thế năng biến dạng đàn hồi có dạng:

$$U = \sum \int \frac{M^2}{2EJ} dz + \sum \int \frac{N^2}{2EF} dz \qquad \text{(a)}$$

Phản lực tại các liên kết A, C được cho trên hình vẽ.

Biểu thức thế năng biến dạng đàn hồi tường minh trong trường hợp này có dạng cụ thể như sau:

$$U = \int_0^l \frac{\left(-\frac{1}{2}Pz_1\right)^2}{2EJ} dz_1 + \int_0^{l/2} \frac{\left(\frac{1}{2}Pz_2\right)^2}{2EJ} dz_2 + \int_0^{\frac{2l}{3}} \frac{\left(\frac{3}{2}P\right)^2}{EF} dz_3 =$$

$$= \frac{P^2l^3}{24EJ} + \frac{P^2l^3}{48EJ} + \frac{3P^2l}{4EF} = \frac{P^2l^3}{16EJ} + \frac{3P^2l}{4EF}. \qquad \text{(b)}$$

Chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực P theo định lý Castigliano là:

$\Delta_D = \dfrac{\partial U}{\partial P} = \dfrac{Pl^3}{8EJ} + \dfrac{3Pl}{2EF} > 0$ (điểm D chuyển dịch xuống dưới theo chiều của P).

BÀI 10

Cho một khung không gian, chịu lực không gian như hình 7.10a. Hãy thiết kế đường kính d_o cho đoạn 4 (đoạn AB). Cho biết: $P_1 = 200$ daN, $P_2 = 100$ daN; $P_3 = 240$ daN; $l_1 = 0{,}3$ m; $l_2 = 0{,}4$ m; $l_3 = 0{,}6$ m; $l_4 = 0{,}8$ m; $[\sigma] = 10^3 \dfrac{daN}{cm^2}$.

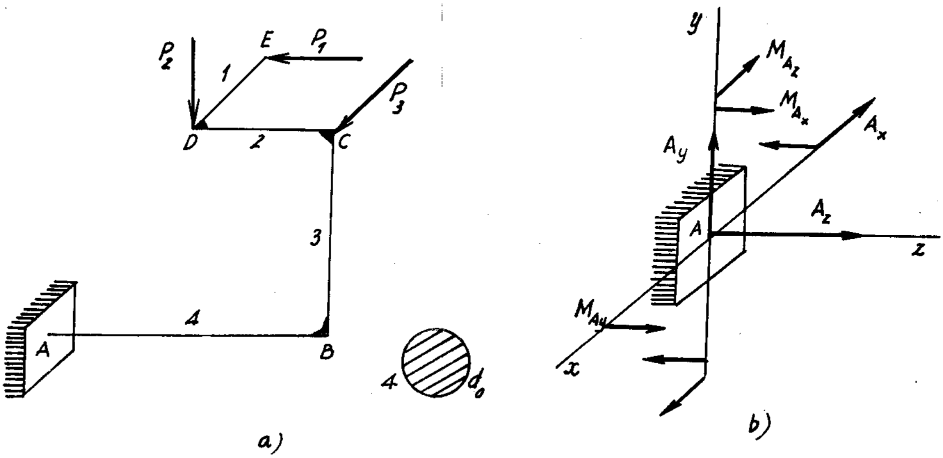
GIẢI

Trước hết ta hãy xác định phản lực liên kết tại ngàm A.

Các phản lực tại ngàm A được chỉ trên hình 7.10b. Sáu phương trình cân bằng đối với hệ lực không gian cho ta:

$\sum Z = A_z - P_1 = 0;$ $\qquad A_z = P_1 = 200$ daN

$\sum Y = A_y - P_2 = 0;$ $\qquad A_y = P_2 = 100$ daN



Hình 7.10.

$\sum X = -A_x + P_3 = 0$; $\quad A_x = P_3 = 240$ daN

$\sum M_Z = M_{A_Z} - P_3 l_3 = 0$; $\quad M_{A_Z} = P_3 l_3 = 240.0,6 = 144$ daN

$\sum M_y = M_{A_y} + P_1 l_1 - P_3 l_4 = 0;$

$M_{A_y} = P_3 l_4 - P_1 l_1 = 240.0,8 - 200.0,3 = 132$ daNm;

$\sum M_x = M_{A_x} - P_1 l_3 + P_2(l_4 + l_2) = 0;$

$M_{A_x} = P_1 l_3 - P_2(l_4 - l_2) = 200.0,6 - 100(0,8 - 0,4) = 80$ daNm.

Nội lực trong đoạn 4 (đoạn AB) được xác định thông qua các phản lực ở A vừa tìm như sau:

$N = -A_z = -200$ daN ; $M_z = M_{A_z} = 144$ daNm ; $M_y = M_{A_y} - A_x. z$

tại $\quad z = 0,\ M_y(0) = M_{A_y} = 132$ daNm;

tại $\quad z = l_4 = 0,8$ m, $M_y(l_4) = M_{A_y} - A_x.l_4 = 132 - 240 \times 0,8 = -60$ daNm.

$M_x = M_{A_x} + A_y.z;$

tại $\quad z = 0,\ M_x(0) = M_{A_x} = 80$ daNm

tại $\quad z = l/4,\ M_x\left(\frac{l}{4}\right) = 80 + 100 \,.\, 0,8 = 160$ daNm.

Mômen uốn tương đương theo thuyết bền thứ 3 là:

$$M_{td3} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{160^2 + 60^2 + 144^2} = 223 \text{ daNm}$$

$$W \approx 0,1\ d_0^3 \geq \frac{M_{td3}}{[\sigma\sigma} = \frac{223.10^2}{10^3}\ ,\ \Rightarrow\ d_0 \geq \sqrt[3]{223} \approx 6,1 \text{ cm.}$$

Đường kính d_o của đoạn 4 vừa được chọn mới kể đến tác dụng của mômen uốn và xoắn. Trong đoạn này còn có lực dọc N = 200 daN, vì vậy cần kiểm tra bền cho mặt cắt B_4 này có kể đến N.

Với d_o = 6,1 cm thì F = 29,2 cm², W_P = 44,6 cm³; W_2 = 22,3 cm³.

Mômen uốn tổng cộng:

$$M_4 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{160^2 + 60^2} \approx 171 \text{ daNm}$$

Ứng suất pháp do N và M_4 gây ra:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_u}{W} = \frac{200}{292} + \frac{171.10^2}{22,3} \approx 774 \text{ daN/cm}^2$$

Ứng suất tiếp do M_z (bỏ qua lực cắt):

$$\tau = \frac{M_z}{W_p} = \frac{144.10^2}{44,6} = 323 \text{ daN/cm}^2$$

Ứng suất tương đương theo thuyết bền thứ ba:

$$\sigma_{td3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{774^2 + 4.323^2} \approx 1008 \text{ daN/cm}^2$$

Vì σ_{td3} = 1008 > [σ] = 1000 daN/cm² nhưng không quá 1%, nên trong thiết kế này ta lấy d_o = 6,1 cm là tốt nhất.

BÀI 11

Một dầm chính đỡ sàn bằng thép có mặt cắt ngang là một hình chữ I số 33. Sơ đồ chịu lực của dầm như trên hình 7.11a. Hãy kiểm tra điều kiện bền toàn diện theo thuyết bền thứ ba. Biết:

$$q = 10 \text{ kN/m}\ ;\ P = 200 \text{ kN}\ ;\ [\sigma] = 180 \text{ MN/m}^2,$$

GIẢI

Biểu đồ nội lực của dầm như hình 7.11b, c. Mặt cắt có mômen uốn lớn nhất $M_{x\,max}$ = 45 kNm tại giữa nhịp và mặt cắt có lực cắt lớn nhất ở hai đầu cuối dầm:

$$|Q_{y\,max}| = 210 \text{ kN}$$

a) Kiểm tra điều kiện bền theo ứng suất pháp

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt có $M_{x\,max}$ và điểm nguy hiểm nhất là các điểm 1 và 9 (hình 7.11a):

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\,max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Tra sổ tay kỹ thuật ta được W_x của thép chữ I số 33: $W_x = 597 \text{ cm}^2$, do đó:

$$\sigma_{max} = \frac{45.10^3}{597.10^{-5}} = 75{,}5 \text{ kN/m}^2 < [\sigma] = 180 \text{ MN/m}^2.$$

Vậy điều kiện bền theo ứng suất pháp được thỏa mãn.

b) *Kiểm tra điều kiện bền theo ứng suất tiếp*

Phân tố chịu trạng thái ứng suất trượt thuần túy nguy hiểm nhất là các phân tố nằm trên trục trung hoà x (điểm 5 hình 7.11a). Mặt cắt có max τ_{max} là mặt cắt có $Q_{max} = 210$ kN.

Theo công thức Zuravski ứng suất này được tính:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{y\,max}.S_x^c(0)}{J_x.\delta_c(0)} \leq [\tau]$$

Tra sổ tay kỹ thuật ta thấy đối với thép chữ I số 33: $J_x = 9840 \text{ cm}^4$, $\delta_c(0) = d = 7$ mm, $S_x^c(0) = 339 \text{ cm}^3$. Do đó:

$$\tau_{max} = \frac{210.10^3 \times 339.10^{-6}}{9840.10^{-8} \times 7.10^{-3}} = 103{,}5 \text{ MN/m}^2$$

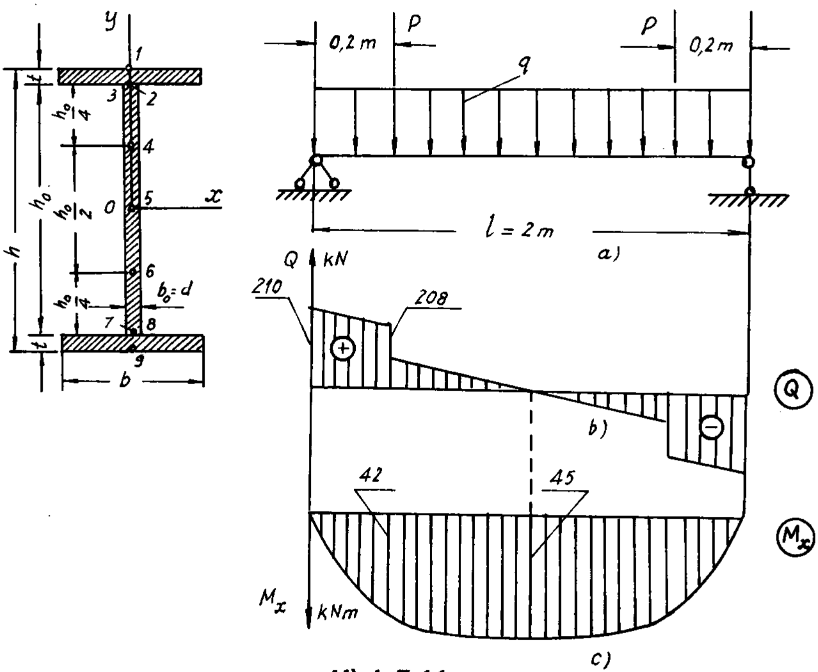
Trị số của ứng suất tiếp cho phép $[\tau]$ có thể tính theo thuyết bền thứ ba ($\sigma_{T_3} = 2\,\tau_{max} \leq [\tau]$).

$$[\tau] = \frac{[\tau]}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ MN/m}^2$$

Vậy $\tau_{max} = 103{,}5 \text{ MN/m}^2 > [\tau] = 90 \text{ MN/m}^2$ nhưng đã vượt quá 5%, cụ thể là vượt quá:

$$\frac{103{,}5 - 90}{90} 100\% = 15\%$$

nên điều kiện bền theo ứng suất tiếp không được thỏa mãn.



Hình 7.11.

c) Kiểm tra điều kiện bền theo ứng suất phức tạp

Ta phải chọn phân tố ở điểm có trị số σ và τ đều lớn. Do đó, phải kiểm tra tại mặt cắt có lực cắt Q_y và mômen uốn M_x cùng tương đối lớn. Theo biểu đồ nội lực, có thể chọn mặt cắt cách điểm tựa một đoạn a = 0,2 m, tại đây M_x = 42 kNm, Q_y = 208 kN. Đó là mặt cắt nguy hiểm. Trên mặt cắt này ta chọn điểm nguy hiểm cần được kiểm tra là các điểm 3 và 7 ở chỗ tiếp giáp giữa đế và thân chữ I. Theo sổ tay kỹ thuật, với thép chữ I số 33, các điểm đó có $\tau_3 = \tau_7$ theo công thức Zuravski và $\sigma_3 = \sigma_7$ như sau:

$$\tau_3 = \frac{Q_y}{J_x \delta_c}\left[S_x(0) - \frac{d}{2} y_3^2\right]$$

(Công thức này cũng là công thức tính ứng suất tiếp tại điểm bất kỳ trên thân chữ I khi xem 3 là điểm bất kỳ).

Sau khi thay số, ta được:

$$\tau_3 = \frac{208\left(339.10^{-6} - \frac{7}{2}10^{-3}.0{,}154^2\right)}{9840.10^{-8} \times 7.10^{-3}} = 77 \text{ MN/m}^2$$

và $$\sigma_3 = \frac{M_x}{J_x} y_3 = \frac{42.10^3}{9840}.0{,}154 = 65 \text{ MN/m}^2.$$

Thay σ_3 và τ_3 vào công thức tính ứng suất tương đương theo thuyết bền thứ 3 (ứng suất tiếp lớn nhất), ta có:

$$\sigma_{t_3} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_3^2} = \sqrt{65^2 + 4.77^2}.$$

Vậy $$\sigma_{t_3} = 167 \text{ MN/m}^2 < [\sigma] = 180 \text{ MN/m}^2.$$

Tóm lại, sau khi kiểm tra bền toàn diện, ta thấy sức bền uốn của dầm không được đảm bảo an toàn vì dầm bị phá hủy trên trục trung hòa do ứng suất tiếp.

BÀI 12

Một cột có mặt cắt hình vuông bị nén lệch tâm trên trục y. Ứng suất tại điểm A bằng +200 N/cm², tại B bằng 0. Hãy xác định tải trọng và vị trí của tải trọng tác dụng lên cột, ứng suất nén lớn nhất ở cột (hình 7.12).

GIẢI

$$\sigma_A = -\frac{P}{40^2}\left(1 + \frac{-20.12\,y_c}{40^2}\right) = 200 \text{ N/cm}^2 \ (1)$$

$$\sigma_B = -\frac{P}{40^2}\left(1 + \frac{-10.y_c.12}{40^2}\right) = 0 \ (2)$$

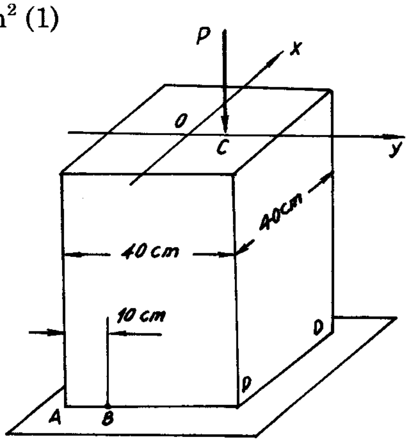
Từ phương trình (2) ta xác định được độ lệch tâm y_c của tải trọng:

$$1 + \frac{-10.y_c.12}{40^2} = 0$$

hay $$y_c = \frac{40^2}{12.10} = \frac{40}{3} \text{ cm}.$$

Thay vào (1), được:

$$-\frac{P}{40^2}\left(1 - \frac{20.40.12}{40^2.3}\right) = 200$$



Hình 7.12.

Rút ra $P = 32.10^4$ N.

Ứng suất nén lớn nhất xảy ra ở biên D–D của cột:

$$\sigma_D = -\frac{32.10^4}{40^2}\left(1+\frac{20.40.12}{40^2.3}\right) = -600\ \text{N/cm}^2.$$

BÀI 13

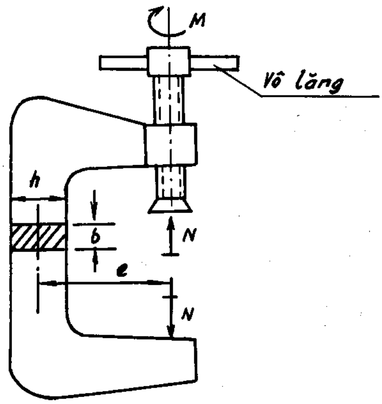
Một dụng cụ để kẹp có dạng như hình 7.13. Cho: h = 15 mm, b = 5 mm, e = 50 mm. Tính mômen của ngẫu lực có thể đặt vào vô lăng để cho ứng suất lớn nhất ở thân giá không vượt quá ứng suất cho phép.

Cho $[\sigma] = 160\ \text{MN/m}^2$. Bước của ren vít $\lambda = 1$ mm. Giả thiết bỏ qua các ảnh hưởng ma sát.

GIẢI

Quan hệ giữa mômen ngẫu lực đặt vào vô lăng và lực nén tác dụng vào chi tiết có thể xác định bằng nguyên lý công khả dĩ:

$$N = \frac{2\pi}{\lambda} M.$$



Hình 7.13.

Ứng suất ở thân chi tiết:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{bh}\left(1+\frac{6e}{h}\right) = \frac{2\pi M}{\lambda bh}\left(1+\frac{6e}{h}\right) \le [\sigma]$$

hay
$$M \le \frac{[\sigma]\lambda bh}{2\pi\left(1+\dfrac{6e}{h}\right)}$$

$$M \le \frac{16000.0{,}1.0{,}5.1{,}5}{2.3{,}14\left(1+\dfrac{6.5}{1{,}5}\right)} = 9{,}1\ \text{Ncm}$$

BÀI 14

Một dầm côngxôn có mặt cắt thay đổi chịu lực như trên hình 7.14a. Biết $P_1 = 1{,}63P$ và $h = 2b$. Xác định giá trị và phương của độ võng ở đầu tự do.

GIẢI

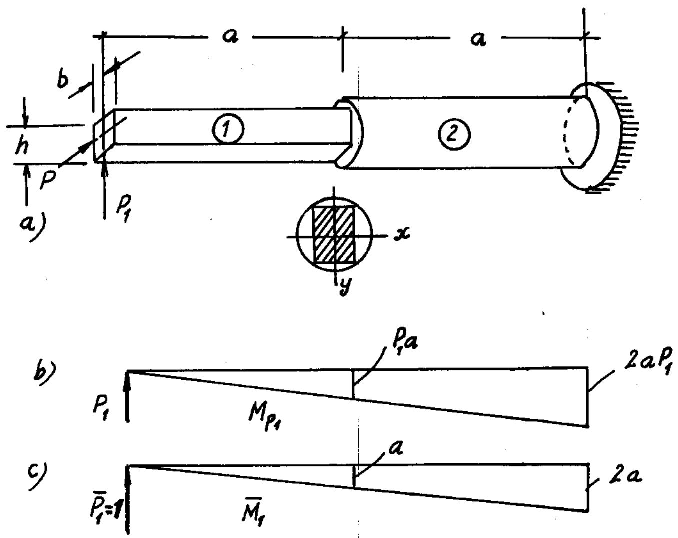
Dầm có mặt cắt thay đổi nên độ võng toàn phần bằng tổng độ võng trong từng đoạn. Gọi J_{x1}, J_{y1} là các mômen quán tính của phần dầm có mặt cắt hình chữ nhật, J_{x2}, J_{y2} là mômen quán tính của phần dầm có mặt cắt hình tròn.

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2b^4}{3}$$

$$J_{y1} = \frac{hb^3}{12} = \frac{b^4}{6}$$

$$J_{x2} = J_{y2} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi(b\sqrt{5})^4}{64} = \frac{25\pi.b^4}{64}$$

Theo phương pháp Mo – Vêrêsaghin ta có:



Hình 7.14.

$$\Delta_{1P_1} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\Omega_i g_{ci}}{E_i J_{xi}} = \frac{P_1 a^3}{3EJ_{x1}} + \frac{4P_1 a^3}{3EJ_{x1}}.$$ Tương tự đối với P ta có:

$$\Delta_{1P} = \sum_{1}^{2} (M_P)(\overline{M}_1)/E_i J_{xi} = Pa^3/3EJ_{x2} + \frac{4Pa^3}{3EJ_{x2}} \Rightarrow \Delta_{max} = \sqrt{\Delta_{1P_1}^2 + \Delta_{1P}^2}.$$

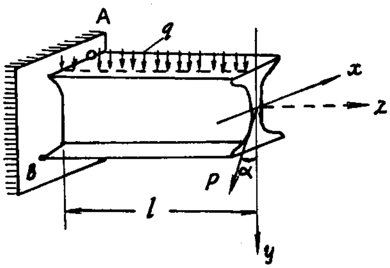
Thay các giá trị mômen quán tính vừa tìm được ở trên và P_1 = 1,63P vào biểu thức của Δ_{max} ta có:

$$\Delta_{max} = 5,5\ \frac{Pa^3}{Eb^4}.$$

BÀI 15

Một dầm thép côngxôn chịu lực và liên kết như hình 7.15. Cho p = 2400 N, q = 4000 N/m, l = 2 m; $\alpha = 30^o$; E = 2.10^7 N/cm^2; $[\sigma]$ = 16 000 N/cm^2.

Xác định số hiệu mặt cắt dầm thép hình chữ I?



Hình 7.15.

GIẢI

Mômen uốn cực đại ở ngàm

$$M_{ymax} = Pl\sin\alpha = 240.2\ \frac{1}{2}$$

$$= 2400 \text{ Nm}$$

$$M_{xmax} = \frac{Pl^2}{2} + Pl\cos\alpha = \frac{400.4}{2} + 240.2.0,866 = 12160 \text{ Nm}$$

Thử lần thứ nhất, đặt $k = \frac{W_x}{W_y} = 8$. Từ điều kiện bền ta có thể rút ra công thức mômen chống uốn như sau.

$$W_x = \frac{M_x + kM_y}{[\sigma]} = \frac{1216 + 8.240}{1600} 100 = 196 \text{ cm}^3.$$

Ta chọn mặt cắt dầm thép chữ I_{20} có giá trị mômen chống uốn nhỏ hơn và gần nhất:

$$W_x = 184 \text{ cm}^3, W_y = 23{,}1 \text{ cm}^3.$$

Tại điểm A và B ở mặt cắt ngàm ta có $|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$ do đó:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} + \frac{M_{y\max}}{W_y} = \frac{121600}{184} + \frac{24000}{23{,}1} \approx 17000 \text{ N/cm}^2$$

Vì

$$\frac{\sigma_{max} - [\sigma]}{[\sigma]} 100 = \frac{1700 - 1600}{1600} 1000 \approx 6{,}2\% > 5\%$$

do đó ta lấy mặt cắt số I_{20a} với $W_x = 203 \text{ cm}^3$, $W_y = 28{,}2 \text{ cm}^3$ khi đó:

$$\sigma_{max} = \frac{121600}{203} + \frac{24000}{28{,}2} = 14500 \text{ N/cm}^2$$

Ứng suất σ_{max} này nhỏ hơn $[\sigma]$ cỡ:

$$\frac{1600 - 1450}{1600} 100 = 9{,}4\%$$

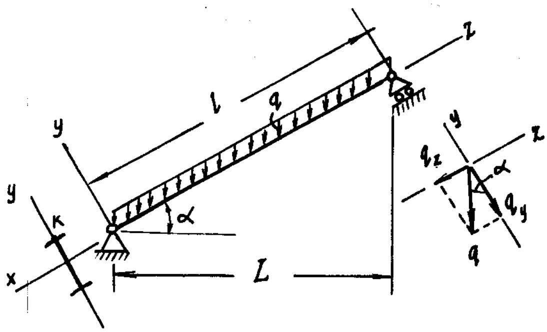
BÀI 16

Cho q = 6 kN/m; L = 6 m; $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$, $\alpha = 30°$ (hình 7.16). Chọn số hiệu mặt cắt dầm thép chữ I.

GIẢI

Hình chiếu của tải trọng q lên trục z và trục y (hình 7.16):

$$q_z = q\sin\alpha \; ; \; q_y = q\cos\alpha$$



Hình 7.16.

Thành phần q_z phân bố đều trên chiều dài *l* tạo ra biến dạng nén. Thành phần q_y làm dầm bị uốn ngang. Mômen uốn cực đại ở mặt cắt giữa nhịp dầm:

$$M_{max} = q_y l^2/8 = qL^2/8\cos\alpha$$

Ta lấy giá trị này để thử chọn mặt cắt lần thứ nhất. Khi đó:

$$W_x = \frac{M_{max}}{|\sigma|} = \frac{qL^2}{8[\sigma]\cos\alpha} = \frac{6000.36}{8.14.10^7.0{,}866} = 2{,}23.10^{-4}\ m^3 = 223\ cm^3$$

Mặt cắt chữ I số 22 có mômen chống uốn lớn hơn và gần nhất với giá trị này: $W_x = 232\ cm^3$; $F = 30{,}6\ cm^2$.

Ở mặt cắt có M_{max} tác dụng lực nén dọc trục z bằng:

$$N_Z = \frac{L}{2} = -\frac{q_z l}{2} = \frac{qL}{2}.\ tg\alpha$$

Ta kiểm tra mặt cắt đã chọn ở trên khi có xét thêm lực dọc:

$$\sigma_{max} = \frac{|N_z|}{F} + \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{6000.6}{2.30{,}6.10^{-4}\sqrt{3}} + \frac{6000.36}{8.232.10^{-6}.0{,}866} =$$

$$= 137{,}8.10^6\ N/m^2 = 137{,}8\ MN/m^2.$$

Ứng suất σ_{max} nhỏ hơn $[\sigma]$ cỡ:

$$\frac{[\sigma] - |\sigma_{max}|}{[\sigma]} 100 = \frac{2{,}2}{140} 100 = 1{,}6\%$$

Có thể chỉ ra rằng mặt cắt nguy hiểm nhất cách mặt cắt giữa nhịp một đoạn khá bé, do đó ảnh hưởng không đáng kể. Thật vậy, đối với một mặt cắt bất kỳ ta có:

$$|\sigma_{max}| = \frac{1}{W}\left(\frac{qlz}{2}\cos\alpha - \frac{qz^2}{2}\cos\alpha\right) + \frac{q(l-z)}{F}\sin\alpha$$

Vì $$\frac{d|\sigma|_{max}}{dz} = \frac{ql}{2W}\cos\alpha - \frac{qz}{W}\cos\alpha - \frac{q}{F}\sin\alpha = 0,$$

nên mặt cắt nguy hiểm ở cách gối trái một đoạn z_o bằng:

$$z_o = \frac{l}{2} - \frac{W}{F}\,tg\alpha = \frac{6.2}{2\sqrt{3}} - \frac{232.10^{-6}}{30{,}6.10^{-4}\sqrt{3}} = 3{,}420\text{ m},$$

Ở mặt cắt này (z_o = 3,420 m)

$$|\sigma|_{max} = \frac{1}{232.10^{-6}}\left(\frac{6000.6}{2}\,3{,}420 - \frac{6000}{2}\,3{,}420^2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{6000.3{,}508}{30{,}6.10^{-4}.2} =$$

$$= 137{,}85.10^6\text{ N/m}^2 = 137{,}85\text{ MN/m}^2$$

tức là lớn hơn ứng suất ở mặt cắt giữa nhịp gần 0,05%.

Vậy mặt cắt chữ I cần chọn là I_{22}.

BÀI 17

Vẽ biểu đồ nội lực của thanh gẫy khúc không gian. Xác định mặt cắt nguy hiểm, tính giá trị tải trọng cho phép. Cho biết a = 1 m, mặt cắt thanh hình vuông 6 x 6 cm, $[\sigma]$ = 16 kN/cm². Khi tính bỏ qua tác dụng của lực cắt và dùng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (hình 7.17a).

GIẢI

Các biểu đồ nội lực của thanh cho trên hình 7.17b.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt A (hoặc B). Ta tính tải trọng cho phép từ điều kiện bền ở điểm 1 và điểm 2 của các mặt cắt này. Các biểu đồ ứng suất dọc theo các cạnh của mặt cắt nghi nguy hiểm được cho trên hình 7.17c.

Tại điểm 1

$$\sigma = |\sigma_N| + |\sigma_{u1}| + |\sigma_{u2}| = \frac{qa}{F} + \frac{\frac{qa^2}{2}}{W} + \frac{qa^2}{W} \le [\sigma]$$

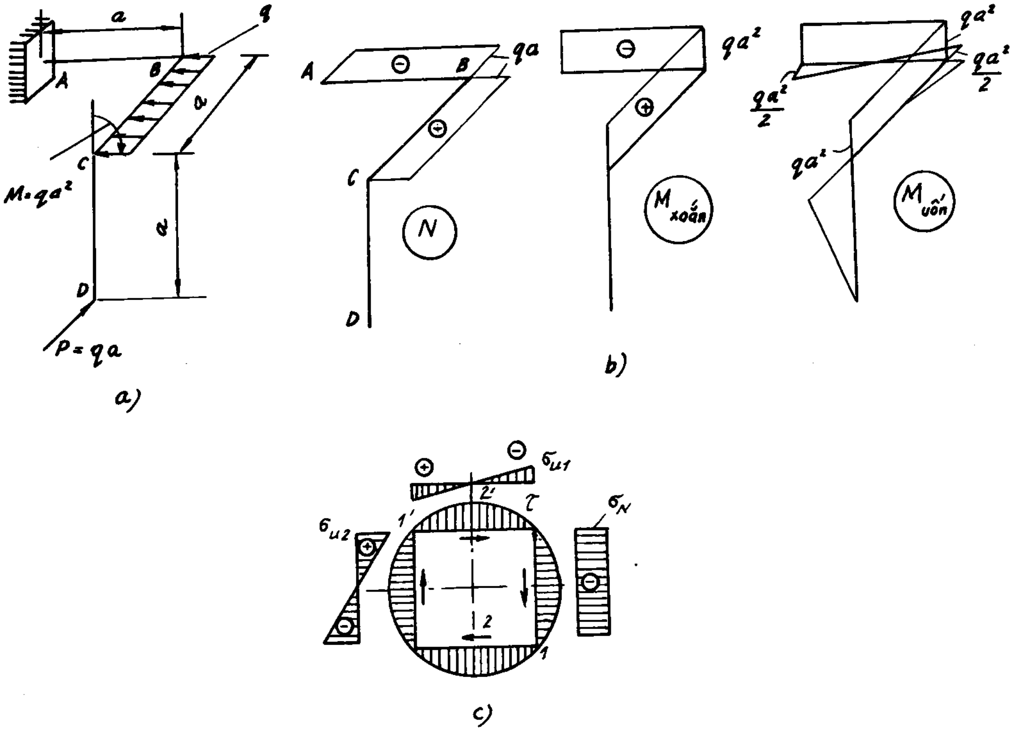
Thay a = 100 cm, F = 6 x 6 = 36 cm², W = $6^3/6$ = 36 cm³.

Ta được $\frac{100}{36} + \frac{10000q}{2.36} + \frac{10000q}{36} \le 16$. Rút ra q ≤ 0,0382 kN/cm.

Tại điểm 2:

$$\sigma = |\sigma_N| + |\sigma_{u2}| = \frac{qa}{F} + \frac{qa^2}{W} = \frac{100q}{36} + \frac{10000q}{36} = \frac{10100q}{36}$$

$$\tau = \frac{M_{xoắn}}{\alpha.6^3} = \frac{qa^2}{0,208.6^3} = \frac{10000q}{45}$$



Hình 7.17.

Thay vào công thức kiểm tra bền:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$$

ta rút ra $q \le 0,0305$ kN/cm.

So sánh hai kết quả, ta chọn tải trọng cho phép [q] = 30,5 N/cm.

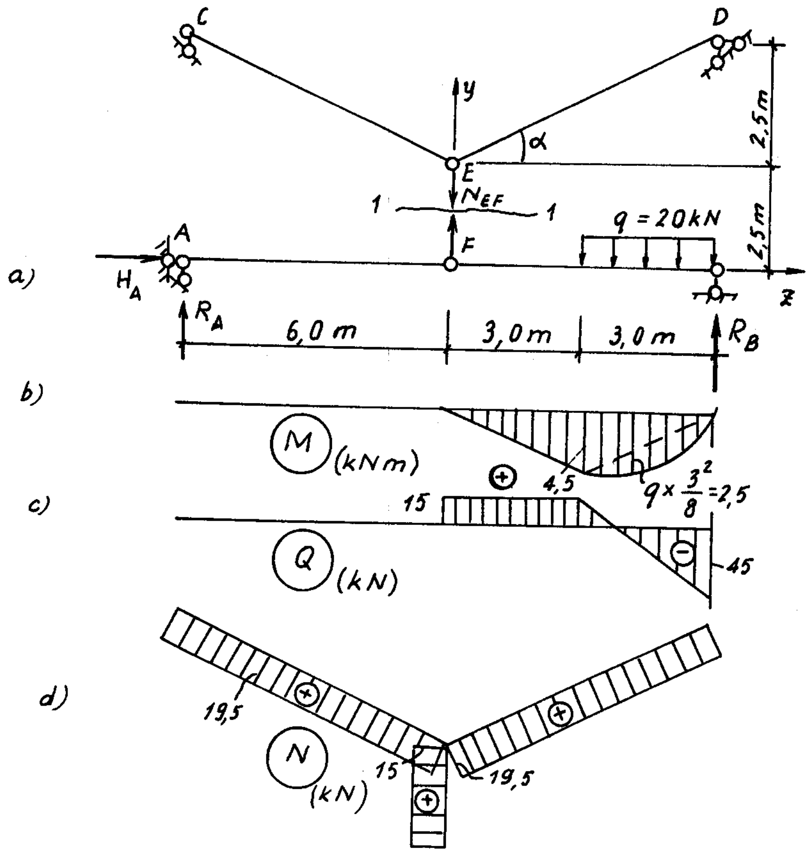
BÀI 18

Một hệ treo chịu lực như hình 7.18a. Hãy vẽ biểu đồ nội lực trong hệ.

GIẢI

Tưởng tượng cắt thanh EF bằng mặt cắt 1–1 (hình 7.18a). Xét cân bằng của phần AF với các phương trình:

$\Sigma z = 0$ và $\Sigma m_F(\vec{P}) = 0$



Hình 7.18.

Suy ra:

$$H_A = 0 \; ; \; R_A = 0$$

Xét cân bằng phần FB với phương trình:

$$\sum m_F(\overline{P}) = 0 \Rightarrow R_B = 45 \text{ kN}\uparrow$$

Đoạn AF không có ngoại lực tác dụng nên không có nội lực.

Biểu thức mômen uốn và lực cắt trong đoạn FB với gốc tọa độ Z tại F ta có:

$$M(z) = N_{EF}z \Big|_{1} - q\frac{(z-3)^2}{2} \; ; \qquad \text{(a)}$$

Tại B $\quad M(z = 6 \text{ m}) = 0 \Rightarrow N_{EF} = 15 \text{ kN} > 0$

$$Q(z) = N_{EF}\Big|_{1} - q(z-3)\Big|_{2} \qquad \text{(b)}$$

Thay N_{EF} vào (a), (b) và vẽ các biểu đồ M và Q như hình 7.18b, c.

Xét điều kiện cân bằng nút E, từ tính đối xứng qua đường EF của phần CED và phương trình hình chiếu lên phương y, ta có:

$$\sum y = 0 \Rightarrow N_{EC} = N_{ED} = 19{,}5 \text{ kN} > 0$$

Biểu đồ lực dọc trong hệ cho trên hình 7.18d.

BÀI 19

Xác định tải trọng cho phép [q] tác dụng lên thanh chịu lực như hình 7.19a. Số liệu tính toán cho như sau:

$$P_1 = 20 \text{ qa} \; ; \; P_2 = 3{,}75 \text{ qa}$$

$$M_z^* = 25 \text{ qa}^2$$

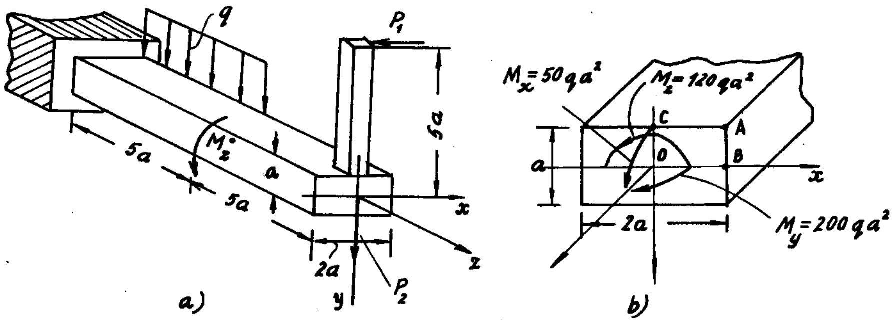
GIẢI

Ta nhận thấy theo sơ đồ dầm và tải trọng thì mặt cắt tại ngàm là mặt cắt nguy hiểm nhất. Các thành phần nội lực trên mặt cắt đó được biểu diễn như trên hình 7.19b. Các trị số được tính như sau:

$$M_z = -25qa^2 + 5qa^2 - 20qa,5a = -120qa^2$$

$$M_x = -q5a\,\frac{5a}{2} - 3{,}75.qa.10a = -50qa^2$$

$$M_y = 200qa^2.$$



Hình 7.19.

Các điểm nguy hiểm trên mặt cắt là A, B, C. Ta bắt đầu từ điểm A để xác định trị số tải trọng cho phép. Tại đó ta chỉ có ứng suất pháp với điều kiện bền là:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$$

Thay số vào ta có:

$$\sigma_{max} = \frac{50qa^2.6}{2a.a^2} + \frac{20qa^2.6}{a(2a)^2} \leq [\sigma]$$

Từ đó ta rút ra được:

$$450\,\frac{[q]}{a} = [\sigma] \qquad \text{(a)}$$

Đối với điểm C: Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng ta có:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\left(\frac{M_x}{W_x}\right)^2 + 3\left(\frac{M_z}{W_d}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Hay

$$\sigma_{td} = \sqrt{\left(\frac{50.qa^2.6}{2a.a^2}\right)^2 + 3\left(\frac{120.qa^2}{0{,}2462\,aa^2}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Ta rút ra:

$$449\,\frac{[q]}{a} = [\sigma] \qquad \text{(b)}$$

Đối với điểm B ta có cũng theo thuyết trên:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\left(\frac{200.qa^2.6}{a(2a)^2}\right)^2 + 3\left(0{,}796.\frac{120qa^2}{0{,}2462a.a^2}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Do đó:

$$451\,\frac{[q]}{a} = [\sigma] \qquad \text{(c)}$$

Từ các kết quả (a), (b), (c) ta thấy điểm nguy hiểm là tại B. Vậy ta lấy:

$$[q] = \frac{a[\sigma]}{451} = 2{,}65\ \text{kN/m}.$$

BÀI 20

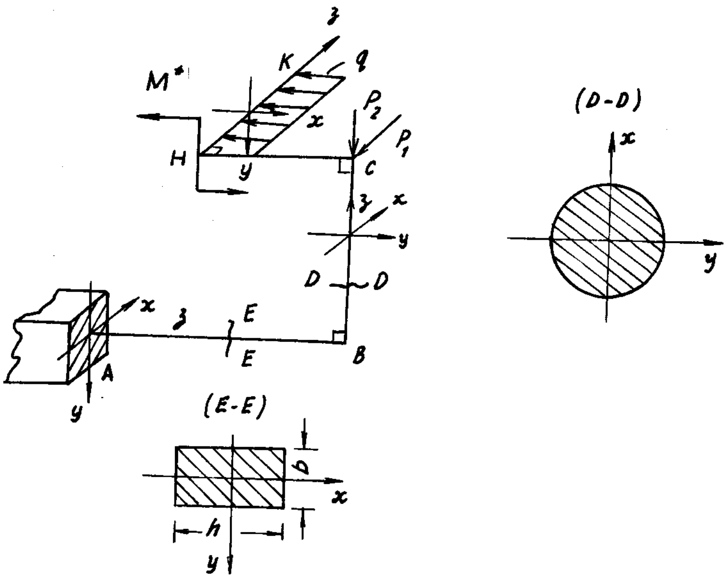
Cho một khung không gian chịu lực như hình 7.20a. Xác định mặt cắt ngang nguy hiểm của khung và chọn kích thước mặt cắt ngang trong các đoạn AB và BC, biết rằng: trong đoạn AB thanh có mặt cắt hình chữ nhật với chiều cao h = 2b, trong đoạn BC mặt cắt ngang là hình tròn. Các số liệu tính toán cho trước như sau:

$M^* = 10000$ Ncm; $P_1 = 5000$ N; $P_2 = 2000$ N; $q = 1000$ N/cm

AB = 90 cm ; BC = 60 cm ; CH = 50 cm ; HK = 35 cm.

GIẢI

Hệ trục tọa độ chọn cho mỗi đoạn thanh được biểu diễn trên hình 7.20a. Các biểu đồ nội lực được biểu diễn như trên hình 7.20b.



Hình 7.20a.

a) Chọn đường kính cho thanh BC

Mặt cắt nguy hiểm của đoạn thanh BC là mặt cắt ngang sát tại B. Trên mặt cắt đó ta có các nội lực như sau:

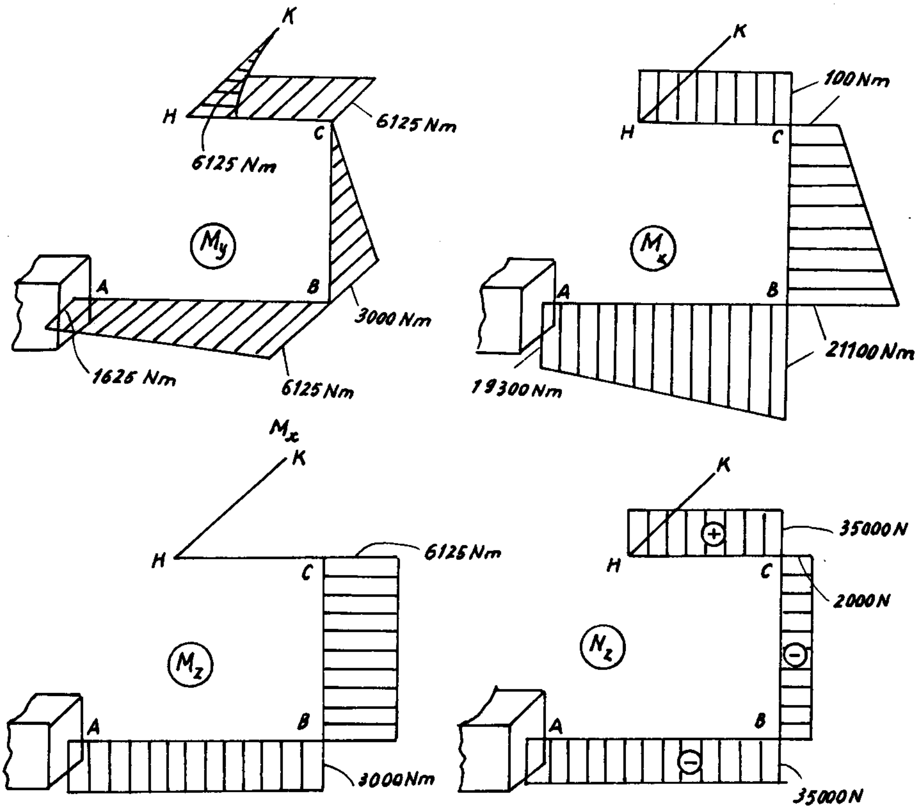
$$N_z = -2000 \text{ N} \; ; \; M_z = 6125 \text{ Nm};$$

$$M_y = 3000 \text{ Nm} \; ; \; M_x = 21\,100 \text{ Nm}.$$

Chiều các nội lực được biểu diễn trên hình 7.20c.

Điểm nguy hiểm là điểm có ứng suất nén lớn nhất. Trị số ứng suất pháp tại đó là:

$$\sigma_{min} = -\left(\frac{M_u}{W_u} + \frac{N_z}{F}\right) = -\frac{\sqrt{21{,}1^2.10^6 + 3^2.10^6}}{0{,}1d^3} - \frac{2000.4}{3{,}14d^2} =$$



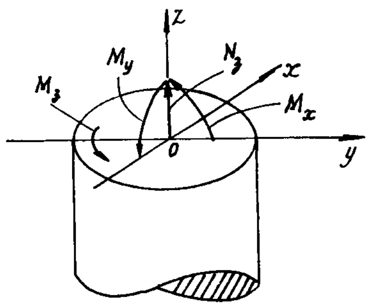
Hình 7.20b.

$$\sigma_{min} = \frac{21,31.10^3}{0,1d^3} - \frac{2000}{0,785d^2}$$

Trị số ứng suất tiếp là:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{6125}{0,2d^3}$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng, điều kiện bền của phân tố là:



Hình 7.20c.

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau} = \sqrt{\left(\frac{21{,}31.10^3}{0{,}1d^3} + \frac{2000}{0{,}785d^2}\right)^2 + 3\left(\frac{6125}{0{,}2d^3}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Thay trị số [σ] vào đây và rút gọn ta được phương trình:

$$d^6 - 0{,}065.10^{-8}\,d^2 - 1{,}09.10^{-7}d - 4{,}82.10^{-6} = 0$$

Giải phương trình này ta có: d = 0,13 m.

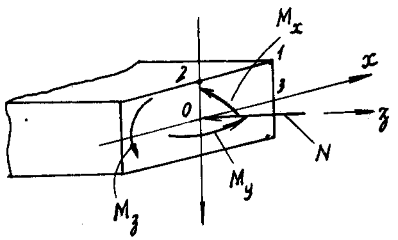
b) Chọn kích thước cho thanh AB

Mặt cắt nguy hiểm của đoạn thanh AB cũng là mặt cắt ngang sát tại B. Trị số nội lực trên mặt cắt đó là:

$N_z = -35000$ N ; $M_z = 3000$ Nm;

$M_x = 21100$ Nm ; $M_y = 6125$ Nm.

Chiều các thành phần nội lực được biểu diễn như hình 7.20d.



Hình 7.20d.

Các điểm nguy hiểm trên mặt cắt là 1, 2, 3. Ta chọn kích thước mặt cắt ngang từ điều kiện bền của ba điểm đó:

Điểm 1: Trị số ứng suất nén lớn nhất tại đó là:

$$\sigma_{min} = -\left(\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{N_z}{F}\right) = -\left(\frac{21{,}1.10^3.6}{2b.b^2} + \frac{6.125.10^3.6}{b(2b)^2} + \frac{35000}{b(2b)}\right)$$

Điều kiện bền của phân tố là:

$$\left|\frac{21{,}1.10^3.6}{2b^3} + \frac{6.125.10^3.6}{4b^3} + \frac{35000}{2b^2}\right| \leq [\sigma]$$

Thay trị số [σ] vào, ta đi đến phương trình:

$$b^3 - 1{,}75.10^{-4}b - 725.10^{-5} = 0$$

Giải phương trình này cho ta b ≈ 0,091 m.

Điểm 2: Ứng suất pháp tại đây có trị số là:

$$\sigma = -\left(\frac{M_x}{W_x} + \frac{N_z}{F}\right) = -\left(\frac{21{,}1.10^3.6}{2b.b^2} + \frac{35000}{2b.b}\right)$$

Ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{3.10^3}{0{,}246.2bb^2}$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng điều kiện bền của phân tố là:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{21{,}1.10^5.6}{2bb^2} + \frac{35000}{2bb}\right)^2 + 3\left(\frac{3.10^5}{0{,}2462bb^2}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Thay trị số của [σ] vào và rút gọn ta được phương trình:

$$b^6 - 3{,}06.10^{-8}\,b^2 - 2{,}2.10^{-7}b - 40{,}8.10^{-8} = 0$$

Nghiệm phương trình này là:

$$b \approx 0{,}086 \text{ m.}$$

Điểm 3: Ứng suất pháp tại điểm này là:

$$\sigma = -\left(\frac{M_y}{W_y} + \frac{N_z}{F}\right) = -\left(\frac{6125.6}{4b^3} + \frac{35000}{2b^2}\right)$$

Trị số ứng suất tiếp tại đây là:

$$\tau = \gamma\tau_{max} = 0{,}786\,\frac{3000}{0{,}246.2bb^2}$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng, điều kiện bền của phân tố là:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{6125.6}{4b^3} + \frac{35000}{2b^2}\right)^2 + 3\left(0{,}786\,\frac{3.10^3}{0{,}246.2b^3}\right)^2}$$

$\leq [\sigma] = 10$ kN/cm^2.

Rút gọn lại ta được phương trình:

$$b^6 - 3{,}06.10^{-8}b^2 - 321.10^{-10}b - 155.10^{-10} = 0$$

Giải phương trình ta có:

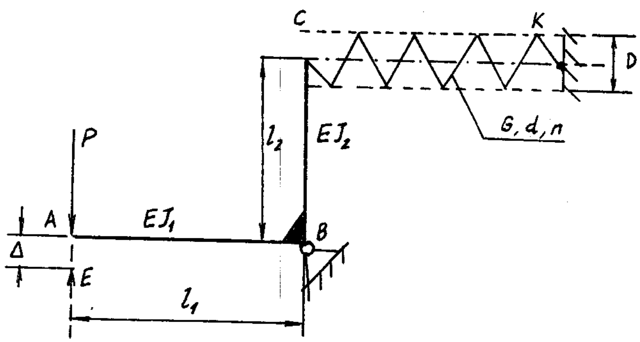
$$b \approx 0{,}075 \text{ m.}$$

Như vậy để thỏa mãn điều kiện bền ở cả ba điểm ta phải chọn b = 9,1 cm, h = 2b = 18,2 cm.

Kinh nghiệm thiết kế cho thấy trong bài toán chọn kích thước của mặt cắt ngang khi thanh chịu lực phức tạp, ta thường gặp phải các phương trình bậc 6 hay bậc 3. Vì vậy để đơn giản,thường người ta sơ bộ chọn trước kích thước của mặt cắt với giả thiết là trên mặt cắt không có lực dọc N_z. Sau khi sơ bộ chọn kích thước, người ta kiểm tra lại độ bền của thanh, khi có cả lực dọc N_z tác dụng. Nếu điều kiện bền không thỏa mãn thì ra tăng kích thước của mặt cắt. Cách giải quyết bài toán như vậy tránh được việc giải các phương trình bậc 6 hay bậc 3 khá phức tạp.

BÀI 21

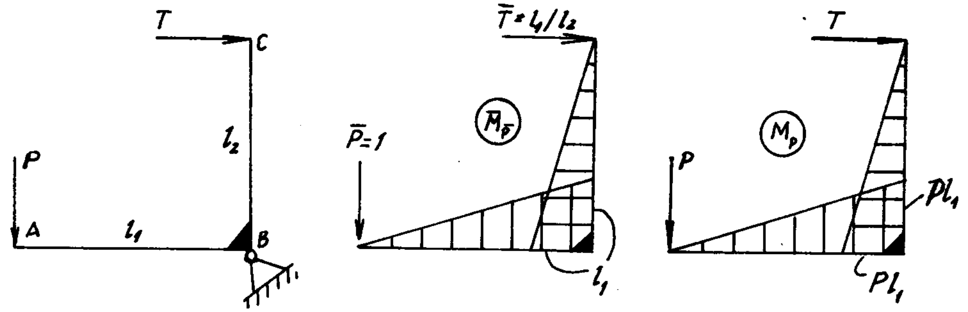
Một đòn bẩy kiểu tiếp xúc có dạng như hình 7.21a. Lò xo CK có số vòng là n, đường kính dây lò xo là d, đường kính trung bình của vòng lò xo là D. Hãy xác định giá trị lực P để chuyển vị thẳng đứng đầu cuối A của đòn bẩy vừa bằng khe hở ban đầu Δ giữa A và E? Giả thiết góc nâng của các vòng dây là rất bé.



Hình 7.21a.

GIẢI

1) Xác định chuyển vị thẳng đứng tại A do biến dạng của thanh ABC: Δ_1?



Hình 7.21b.

Gọi T là lực lò xo đặt vào thanh ABC tại C (hình 7.21b), ta có:

$$\Sigma m_B(\bar{F}_K) = 0 \Rightarrow T = P\,\frac{l_1}{l_2} \ldots \qquad \text{(a)}$$

Biểu đồ mômen do lực P và $\overline{P} = 1$ gây ra trong thanh ABC được cho trên hình 7.21b.

$$\Delta_1 = \frac{Pl_1^2}{2EJ_1}.\frac{2}{3}\,l_1 + \frac{Pl_2l_2}{2EJ_2}.\frac{2}{3}\,l_1 = \frac{pl_1^2}{3}\left(\frac{l_1}{EJ_1} + \frac{l_2}{EJ_2}\right) \ldots \qquad \text{(b)}$$

2) Biến dạng của lò xo gây ra chuyển vị thẳng đứng tại A là Δ_2?

Mômen xoắn trong lò xo do T và $\overline{T}$ gây ra là:

$$M_z = T\,\frac{D}{2} = \frac{P.D}{2}\,\frac{l_1}{l_2} \qquad \text{(c)}$$

$$\overline{M}_z = 1\,.\,\frac{D}{2}\,\frac{l_1}{l_2}$$

Gọi S là chiều dài dây lò xo $S = \pi.D.n$, ta có:

$$\Delta_2 = \int_S \frac{M_z\overline{M}_z dS}{GJ_p} = \int_S \frac{PD}{2}\frac{l_1}{l_2}.\frac{D}{2}\frac{l_1}{l_2}dS = \frac{PD^2}{4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2\frac{\pi Dn}{GJ_p} =$$

$$= \frac{8\pi D^3 nP}{G\pi d^4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \frac{8D^3Pn}{Gd^4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

(có thể tính Δ_2 theo tỷ lệ:

$$\frac{\Delta_2}{\lambda} = \frac{l_1}{l_2} \quad (\lambda = \frac{8TD^3n}{Gd^4}$$ – độ giãn của lò xo do lực T).

$$\Delta_2 = \lambda\left(\frac{l_1}{l_2}\right) = \frac{8PD^3n}{Gd^4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2.$$

3) Xác định lực P cần thiết

Chuyển vị thẳng đứng tại A do biến dạng của lò xo và của thanh ABC là tổng các biến dạng thành phần:

$$\Delta_A = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{Pl_1^2}{3}\left(\frac{l_1}{EJ_1} + \frac{l_2}{EJ_2}\right) + \frac{8PD^3n}{Gd^4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

Lực P cần thiết để điểm A vừa chạm điểm C là:

$$P = \frac{\Delta}{\frac{l_1^2}{3}\left(\frac{l_1}{EJ_1} + \frac{l_2}{EJ_2}\right) + \frac{8D^3n}{Gd^4}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2}.$$

BÀI 22

Một cột chịu lực phức tạp như hình 7.22a.

Hãy tính σ_{max}, σ_{min} và vị trí trục trung hoà trên mặt cắt đó.

Cho biết:

$q = 200$ daN/m, $P_o = 24000$ daN, $P_1 = 16000$ daN, $P_2 = 400$ daN, $b = 12$ cm, $h = 16$ cm, $l = 2$ m.

GIẢI

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt ở chân cột, tại đó:

$$N_z = -P_0 - P_1 = -40.10^3 \text{ daN}$$

$$M_y = P_1\frac{b}{2} + P_2\, l/2 = 136.10^3 \text{ daNcm}$$

$$M_x = -P_1\,\frac{h}{2} - \frac{ql^2}{2} = -168.10^3 \text{ daNcm.}$$

Các vectơ nội lực gây ra ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm nhất được mô tả trên hình 7.22b. Dấu của các ứng suất trên các góc phần tư của mặt cắt này do các nội lực tương ứng gây ra được cho trên hình 7.22b.

Ta thấy điểm B có 3 lần chịu nén, còn điểm A có 2 lần chịu kéo. Do đó không cần xác định trục trung hoà ta có thể tính ngay được $\sigma_{max/min}$:

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = \pm\frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \approx \left| \begin{array}{l} *475\dfrac{daN}{cm^2} \\ *-891\dfrac{daN}{cm^2} \end{array} \right.$$

Đường trung hoà:

Phương trình đường trung hoà cho bài toán này:

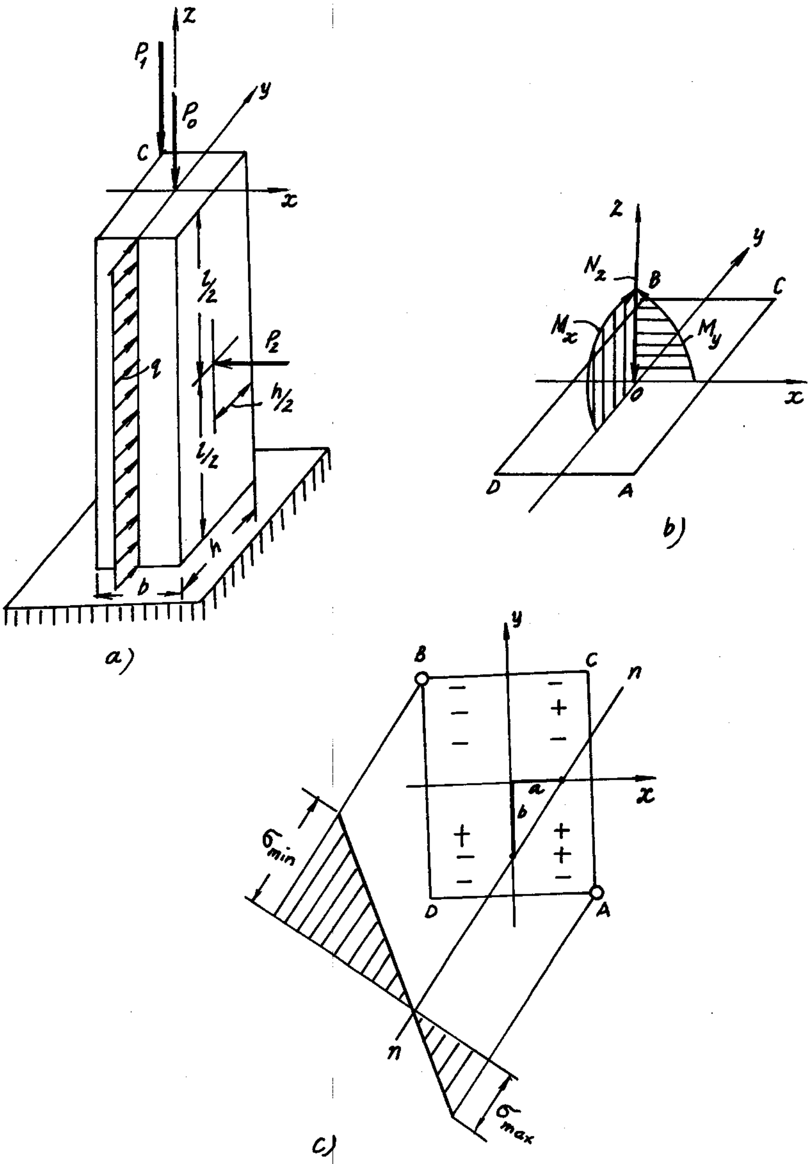
$$1 + \frac{M_x.y}{N_z.i_x^2} + \frac{M_y.x}{N_z.i_y^2} = 0 \qquad \text{(a)}$$

Tương ứng với phương trình (a), dấu các nội lực trong mặt cắt này là:

$$N_z < 0, \qquad M_x < 0, \qquad M_y > 0$$

$$i_y^2 = \frac{b^2}{12} = 12 \text{ cm}^2 \;;\; i_x^2 = \frac{h^2}{12} = 21{,}3 \text{ cm}^2$$

Do đó, vị trí trục trung hoà được tìm từ (a). Cụ thể là:



Hình 7.22.

$$a = -\frac{i_x^2}{y_c} = -\frac{N.i_y^2}{M_y} = \frac{40.10^3.12}{136.10^3} \approx 3{,}53 \text{ cm}.$$

$$b = -\frac{i_y^2}{x_c} = -\frac{N.i_x^2}{M_x} = -\frac{40.10^3.21,3}{168.10^3} = -5,07 \text{ cm}.$$

Đường trung hoà n–n và biểu đồ ứng suất pháp được cho trên hình 7.22c.

BÀI 23

Cho một cột có mặt cắt ngang hình chữ nhật chịu nén lệch tâm, có liên kết như hình 7.23a. Điểm O là trọng tâm của mặt cắt ngang.

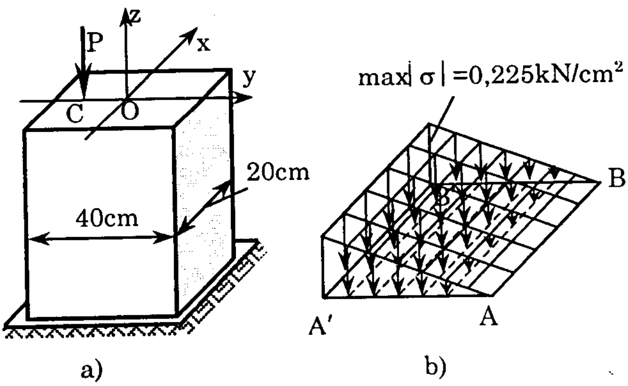
1. Tìm vị trí của điểm đặt lực $C(x_c, y_c)$ để ứng suất trên cạnh AB bằng 0.

2. Tính giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất, nếu $P = 9.10^4$ N đặt tại C vừa tìm.

GIẢI

Trong trường hợp tổng quát ứng suất tại K(x, y) trên mặt cắt ngang của thanh chịu kéo lệch tâm là:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{N}{F} = \frac{N}{F}\left(1 + \frac{y_c y}{i_x^2} + \frac{x_c x}{i_y^2}\right)$$



Hình 7.23.

Ở đây các đại lượng M_x, M_y, y, x, N đều được giả thiết là dương và các bán kính quán tính i_x^2, y_y^2 lần lượt có giá trị:

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} \;;\; i_y^2 = \frac{J_y}{F}.$$

Theo định nghĩa đường trung hoà ta có:

$$1 + \frac{y_c y}{i_x^2} + \frac{x_c x}{i_y^2} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{y}{a} + \frac{x}{b} = 1 \qquad (1)$$

trong đó:

$$a = -\frac{i_x^2}{y_c} \;;\; b = -\frac{i_y^2}{x_c} \qquad (2)$$

Bây giờ phương trình (1) có dạng:

$$y = a - \frac{x}{b}a$$

Vì AB là đường trung hoà nên:

$$y = 20 \text{ cm} = a - \frac{xa}{b} \Rightarrow a = 20 \text{ cm}.$$

Quan hệ (2) cho ta:

$$y_c = -\frac{i_x^2}{a} = -\frac{40^3 \times 20}{12 \times 40 \times 20 \times 20} = -6{,}666 \text{ cm}.$$

Điểm đặt lực "C" nằm trên trục Oy cách gốc tọa độ về phía âm một đoạn $y_c = -6{,}6\,(6)$ cm (hình 7.23a). Ứng suất lớn nhất về trị tuyệt đối xảy ra trên cạnh đối diện với cạnh AB là (hình 7.23b):

$$\max|\sigma| = \left|\frac{N}{F}\right| + \left|\frac{M_x}{W_x}\right| = \frac{90}{40 \times 20} + \frac{90 \times 6{,}6(6)}{20 \times 40^2} \times 6 = 0{,}225 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

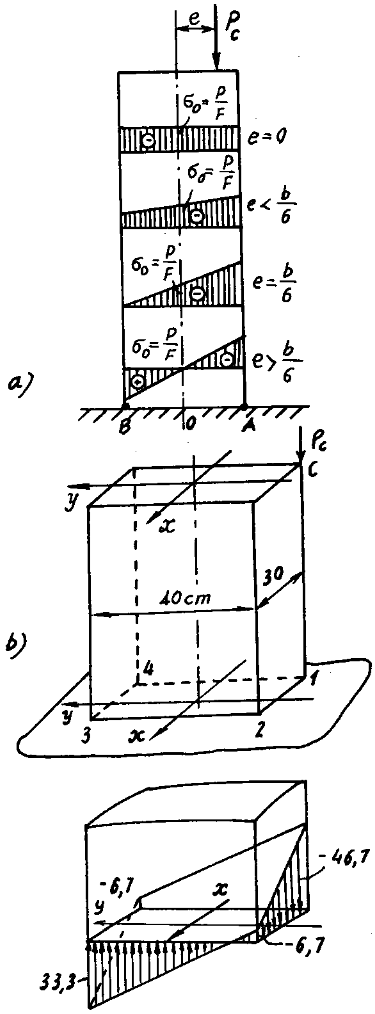
BÀI 24

Một cột chịu nén lệch tâm bởi lực $P_c = 8000$ daN đặt ở điểm C đầu cột có tọa độ x_c, y_c. Mặt cắt ngang của cột là một hình chữ nhật cạnh $b = 30$ cm, $h = 40$ cm.

Yêu cầu:

1) Xác định quan hệ giữa độ lệch tâm $e = y_c$ với b để trên mặt cắt ngang của cột không có ứng suất pháp kéo, khi $x_c = 0$.

2) Vẽ biểu đồ ứng suất pháp trên các mặt cắt ngang của cột nếu $x_c = -15$ cm, $y_c = -20$ cm.



Hình 7.24.

GIẢI

1) Trường hợp này lực P_c đặt trên trục y với $y_c = e$ (hình 7.24a). Ứng suất pháp ở các điểm trên biên A, B là:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \mp \frac{M_x}{W_x} =$$

$$= -\frac{P}{F} \mp \frac{Pe}{\left(\dfrac{ab^2}{6}\right)} =$$

$$= -\frac{P}{F}\left(1 \pm \frac{6e}{b}\right)$$

Công thức này cho thấy:

Khi $e = 0$ thì $\sigma_0 = -\dfrac{P}{b \times h} = \text{const}$.

Nếu $e \le b/6$ thì σ có một dấu. Nếu $e = \dfrac{b}{6}$ thì σ trên các điểm biên A và B lần lượt là:

$$\sigma = -\frac{2P}{F} \;\; ; \;\; \sigma = 0$$

Khi $e > \dfrac{b}{6}$ thì trên mặt cắt có hai loại ứng suất kéo $\sigma > 0$ và nén $\sigma < 0$.

Biểu đồ (σ) trong các trường hợp trên được cho trên hình 7.24a.

2) Trường hợp này độ lệch tâm theo đề bài $x_c = -15$ cm, $y_c = -20$ cm.

Ta tính:

$$M_x = 8000.20 = 160000 \text{ daNcm}$$

$$M_y = 8000.15 = 120000 \text{ daNcm}.$$

Tính các đặc trưng hình học:

$$F = b \times a = 40.30 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$W_x = \frac{30.40^2}{6} = 8000 \text{ cm}^3 \text{ ; } W_y = \frac{40.30^2}{6} = 6000 \text{ cm}^3.$$

Ta tính ứng suất ở bốn điểm góc của các mặt cắt:

$$\sigma_1 = -\frac{8000}{1200} - \frac{160000}{80000} - \frac{120000}{6000} = -6{,}7 - 20 - 20 = -46{,}7 \text{ daN/cm}^2,$$

$$\sigma_2 = -6{,}7 - 20 + 20 = -6{,}7 \text{ daN/cm}^2,$$

$$\sigma_3 = -6{,}7 + 20 + 20 = 33{,}3 \text{ daN/cm}^2,$$

$$\sigma_4 = -6{,}7 + 20 - 20 = -6{,}7 \text{ daN/cm}^2.$$

Theo các kết quả này biểu đồ (σ) được cho trên hình 7.24b.

BÀI 25

Hãy kiểm tra bền cho cột chịu lực như trên hình 7.25a.

Cho biết: $P_0 = 40T$, $P_1 = 8T$, $P_2 = 4T$, $P_3 = 2T$

$l = 1$ m, $h = 24$ cm, $b = 8$cm, $[\sigma] = 1400$ daN/cm^2.

GIẢI

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm, ở đó có các nội lực sau đây:

$$N_z = P_0 + P_1 = 48T; \; M_x = P_1.\frac{h}{2} + P_2.l = 496 \text{ T.cm} = 496000 \text{ daNcm}$$

$M_y = 132$ T.cm; $M_z = P_3 . \dfrac{h}{2} = 24$ T.cm $= 24000$ daNcm

$Q_y = 4T$; $Q_x = 2T$.

Trên hình 7.25b là biểu đồ của các loại ứng suất do cả sáu thành phần nội lực gây ra trên mặt cắt nguy hiểm này là:

Tại A:

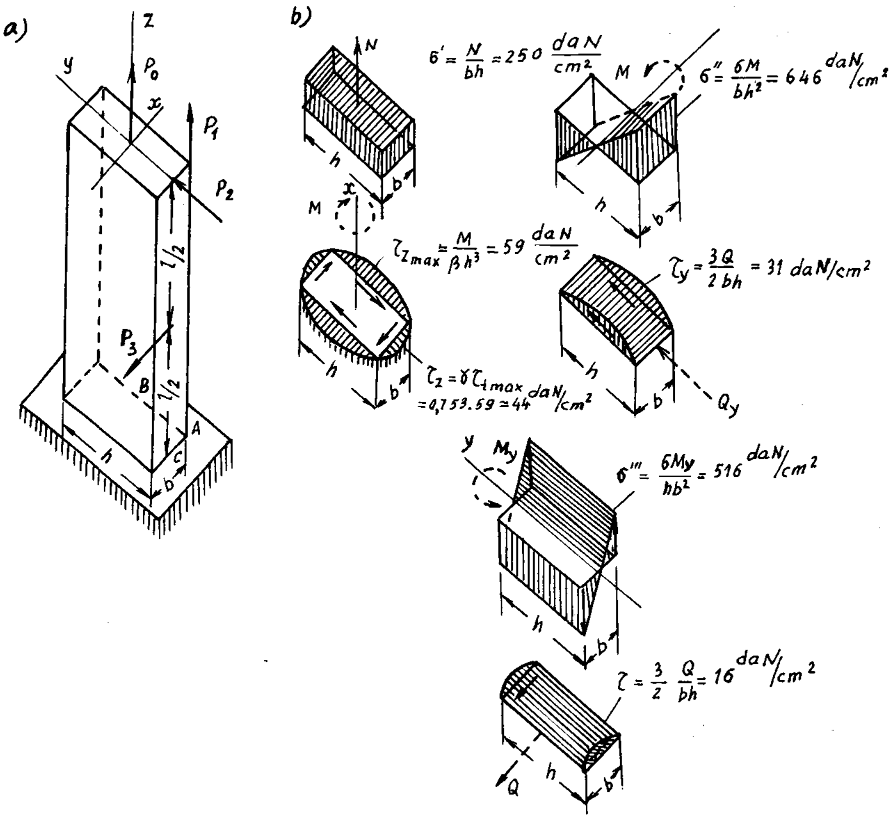
$$\sigma_{td\,A} = \sigma_{max} = \sigma' + \sigma'' + \sigma''' = 250 + 646 + 516 = 1412 \text{ daN/cm}^2$$

Tại B:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = 776 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau = \tau_{z\,max} - \tau_y = 59 - 31 = 28 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{td\,B} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{766^2 + 4.28^2} = 768 \text{ daN/cm}^2.$$



Hình 7.25.

Tại C:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = 896 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau = \tau_z + \tau_x = 60 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{td\,B} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{896^2 + 4.60^2} = 904 \text{ daN/cm}^2$$

Ứng suất tương đương tại điểm A là lớn nhất, tuy lớn hơn [σ] cỡ 1% nhưng cột vẫn làm việc an toàn.

BÀI 26

Một cột chịu lực như hình 7.26a. Cho P = 3,14 kN, d = 10 cm, [σ] = 16 kN/cm^2. Hãy vẽ các biểu đồ nội lực và kiểm tra bền cho cột, bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt?

GIẢI

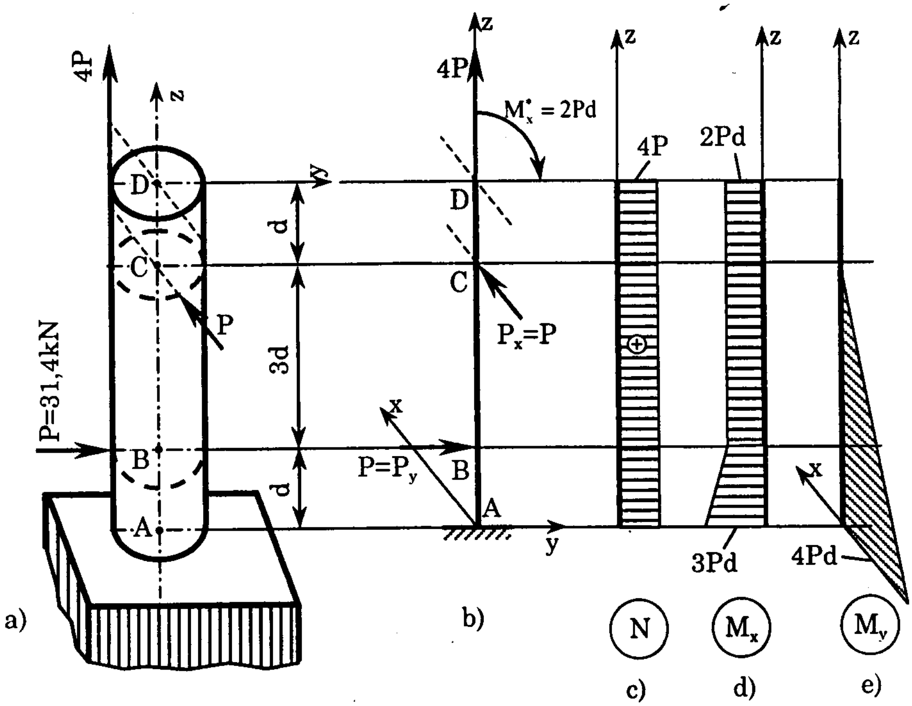
Từ sơ đồ thực, bằng cách rời lực về tâm cột ta có sơ đồ tính như hình 7.26b. Các biểu đồ N, M_x, M_y có dạng đơn giản và được cho trên các hình 7.26c, d, e.

Từ các biểu đồ cho thấy các nội lực tại ngàm A có giá trị lớn nhất. Mặt cắt ngang tròn không đổi, cho nên điểm nguy hiểm nhất là một điểm chịu kéo trên chu vi ngàm A.

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} + \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_{x1}} = \frac{40\pi}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{500\pi}{0{,}1.D^3.\pi} = \frac{160}{d^2} + \frac{500}{0{,}1.10^3} =$$

$$= \frac{160}{10^2} + \frac{500}{10^2} = 6{,}6 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cột thừa bền.



Hình 7.26.

BÀI 27

Cho thanh AB ngàm tại A có mặt cắt ngang tròn chịu lực như hình 7.27a.

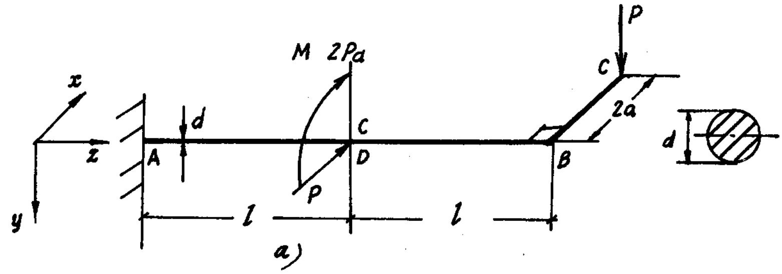
1) Vẽ các biểu đồ M_x, M_y, M_z.

2) Xác định đường kính d của trục AB để đảm bảo điều kiện bền theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

Biết $[\sigma] = 24$ kN/cm^2, a = 10 cm, l = 40 cm, P = 600 N. Thanh BC chịu lực P tại đầu C được coi là tuyệt đối cứng.

GIẢI

Sơ đồ tính và các biểu đồ mômen M_x, M_y, M_z được cho trên các hình 7.27b, c, d, e.



Các biểu đồ mômen cho thấy mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm A với: $M_x = 2Pl = 48$ kNcm; $M_y = Pl = 24$ kNcm, $M_z = 4Pa = 24$ kNcm. Các M_{td}^A, σ_{max} và đường kính d được tính như sau:

$$M_{td}^A = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$= \sqrt{(2Pl)^2 + (Pl)^2 + (4Pa)^2}$$

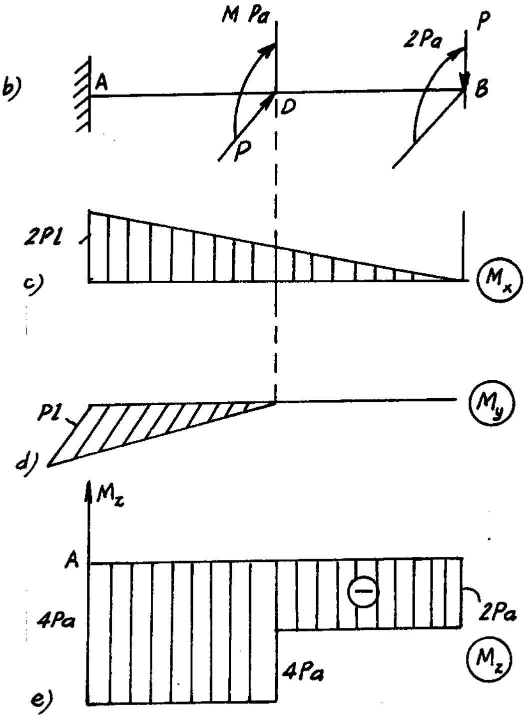
$$= \sqrt{(48)^2 + (24)^2 + (24)^2}$$

$$\sigma_{z\,max} = \frac{M_{td}^A}{0{,}1d^3} \leq [\sigma]$$

$$W_x = 0{,}1\, d^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{td}^A}{0{,}1[\sigma]}} = 2{,}9 \text{ (cm)}$$

Chọn [d] = 3 cm.

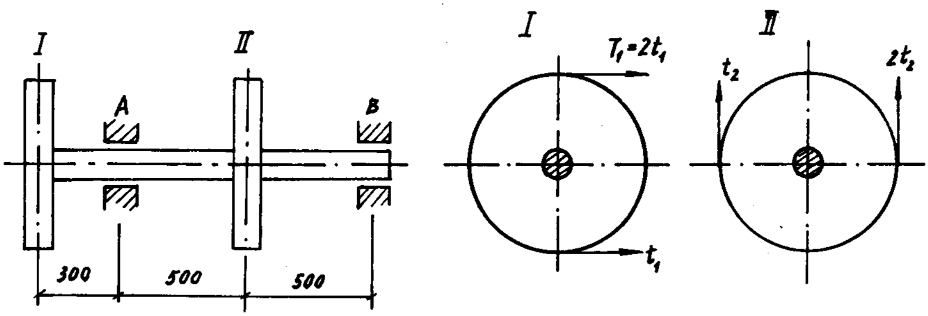


Hình 7.27.

BÀI 28

Một trục truyền mang hai puli I và II (hình 7.28a). Puli I được kéo bởi một động cơ có công suất W = 7 kW và số vòng quay n = 200 vg/ph.

Đường kính puli D = 400 mm. Dựa vào thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, xác định đường kính trục, biết rằng ứng suất cho phép của vật liệu làm trục [σ] = 8 kN/cm². Bỏ qua lực ma sát ở các ổ đỡ, trọng lượng bản thân trục và puli.



Hình 7.28a.

GIẢI

Mômen xoắn tác dụng vào trục:

$$M = \frac{W}{\omega} = \frac{7}{21} = 0{,}3333 \text{ kNm} = 33{,}33 \text{ kNcm}$$

trong đó:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14.200}{30} = 21 \text{ rad/s}$$

Theo điều kiện cân bằng của mômen xoắn:

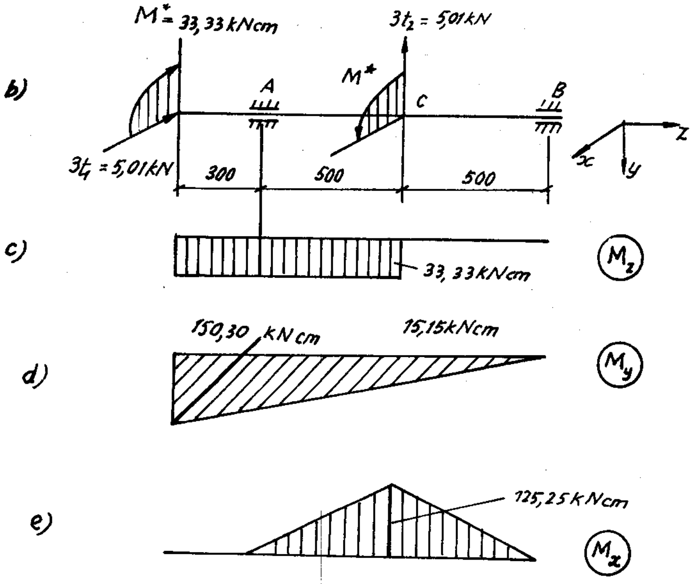
$$M = 2t_1\frac{D}{2} - t_1\frac{D}{2} = 2t_2\frac{D}{2} - t_2\frac{D}{2}$$

Rút ra:

$$t_1 = t_2 = \frac{2M}{D} = \frac{2.33{,}33}{40} = 1{,}67 \text{ kN}$$

Sơ đồ tính và các biểu đồ M_z, M_y, M_x được cho trên hình 7.28b, c, d, e.

Các mặt cắt ngang ở A và C là các mặt cắt ngang có khả năng nguy hiểm.



Hình 7.28b, c, d, e.

Nội lực trên mặt cắt ngang ở C là:

$$M_x = 125{,}25 \text{ kNcm}$$

$$M_y = 75{,}15 \text{ kNcm}$$

$$M_z = 33{,}33 \text{ kNcm}$$

Mômen tương đương tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất bằng:

$$M_{td} = \sqrt{125{,}25^2 + 75{,}15^2 + 33{,}33^2} \approx 150 \text{ kNcm}$$

Nội lực trên mặt cắt ngang ở A:

$$M_x = 0$$

$$M_y = 150{,}30 \text{ kNcm}$$

$$M_z = 33{,}33 \text{ kNcm}$$

Mômen tương đương bằng:

$$M_{td} = \sqrt{150{,}30^2 + 33{,}33^2} \approx 154 \text{ kNcm}$$

So sánh hai giá trị của mômen tương đương, chúng ta kết luận rằng: mặt cắt ngang ở A là mặt cắt ngang nguy hiểm. Từ điều kiện bền:

$$\sigma_{td} = \frac{M_{td}}{W_x} \le [\sigma]$$

hay:

$$\frac{154}{0{,}1d^3} \le 8$$

Ta rút ra:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{154}{0{,}18}} \approx 5{,}76 \text{ cm}$$

Chọn đường kính trục d = 5,8 cm.

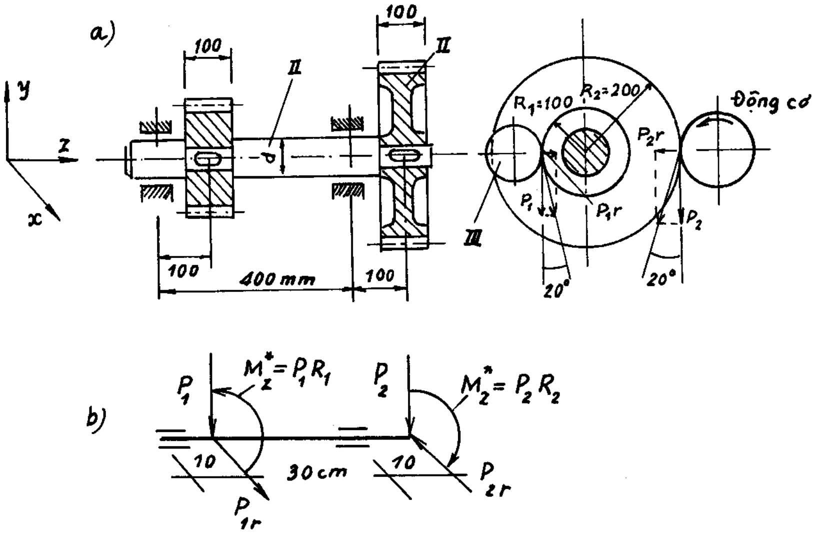
BÀI 29

Trục truyền (II) có bánh răng hình trụ răng thẳng truyền công suất W = 10 mã lực từ động cơ (I) quay với tốc độ n = 100 vòng/phút đến bánh xe (III). Phương các lực tác dụng ghi trên hình 7.29a. Ứng suất cho phép của vật liệu chế tạo trục là $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

Xác định kích thước cần thiết của trục truyền theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng và thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Xét hai trường hợp: có kể đến thành phần lực hướng tâm và không kể đến. Khi tính bỏ qua trọng lượng trục và sự mất mát lực trong quá trình truyền chuyển động giữa các bánh răng và ổ trục.

GIẢI

Trên cơ sở hệ tọa độ xyz ta lập được sơ đồ tính như hình 7.29b.



Hình 7.29a, b.

Mômen xoắn tác dụng vào trục được quy đổi theo công thức:

$$M_z = 716200\,\frac{W}{n} = 716200\,\frac{10}{100} = 71620 \text{ Ncm.}$$

Trường hợp 1 (không kể ảnh hưởng của lực hướng tâm P_{1r}, P_{2r}).

Tính các lực gây uốn P_1 và P_2:

$$P_1 = \frac{M_z^*}{R_1} = \frac{71620}{10} = 7162 \text{ N} \; ; \; P_2 = \frac{M_z^*}{R_2} = \frac{71620}{20} = 3581 \text{ N}$$

Biểu đồ mômen xoắn M_z được cho trên hình 7.29c.

Biểu đồ mômen uốn M_x và lực cắt Q_y do các lực tác dụng trong mặt phẳng yz được thể hiện trên hình 7.29d.

Biểu đồ mômen uốn M_y và lực cắt Q_x do các ngoại lực tác dụng trong mặt phẳng xz được mô tả trên hình 7.29e.

Từ biểu đồ mômen uốn M_x ta có:

$$M_{x\,max} = 447 \text{ Nm}$$

Đường kính tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{x\max}^2 + M_z^2}}{0{,}1[\sigma]}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\sqrt{44700^2 + 71620^2}}{0{,}1.10000}} \approx$$

$\approx 4{,}38$ cm

Trường hợp 2 (có kể đến lực hướng tâm)

Ngoài mômen uốn M_x, trục còn bị uốn do mômen uốn M_y.

Thành phần lực hướng tâm:

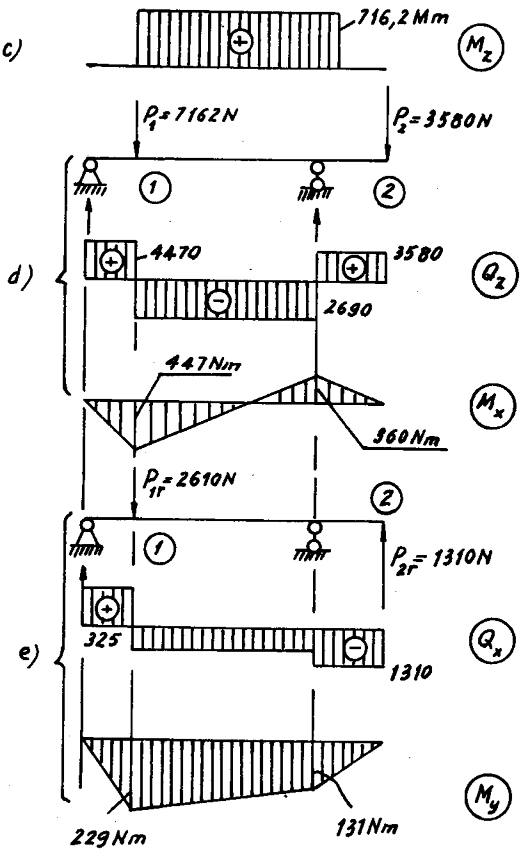
$P_{1r} = P_1.tg20^\circ = 7162.0{,}364 =$

$= 2610$ N

$P_{2r} = P_2.tg20^\circ = 3581.0{,}364 =$

$= 1305$ N.

Biểu đồ mômen uốn M_y có M_{ymax} = 229 Nm ở cùng mặt cắt với M_{xmax}.



Hình 7.29c, d, e.

Mômen tương đương tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$M_{t3} = \sqrt{M_{x\max}^2 + M_{y\max}^2 + M_z^2} = \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 71620^2} =$$

$$= 87475{,}27 \text{ Ncm}$$

Đường kính trục

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{t3}}{0{,}1.[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{87475{,}3}{0{,}1.10000}} \approx 4{,}39 \text{ cm}$$

Mômen tương đương tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng lớn nhất:

$$M_{t4} = \sqrt{M^2_{x\max} + M^2_{y\max} + 0{,}75M^2_z} = \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 0{,}75.71620^2}$$

$$= 79809{,}57 \text{ Ncm}$$

Đường kính trục:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{t4}}{0{,}1.[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{79809{,}57}{0{,}1.10000}} \approx 4{,}3 \text{ cm.}$$

BÀI 30

Tính chuyển vị thẳng đứng tại A của hệ như hình 7.30a và tính ứng suất tương đương lớn nhất tại ngàm C.

Biết: d, q, a, l, E, G.

GIẢI

1. Tính chuyển vị thẳng đứng tại A

Biểu đồ mômen uốn và xoắn do tải trọng đơn vị và tải trọng ngoài gây ra được cho trên các hình 7.30c, d.

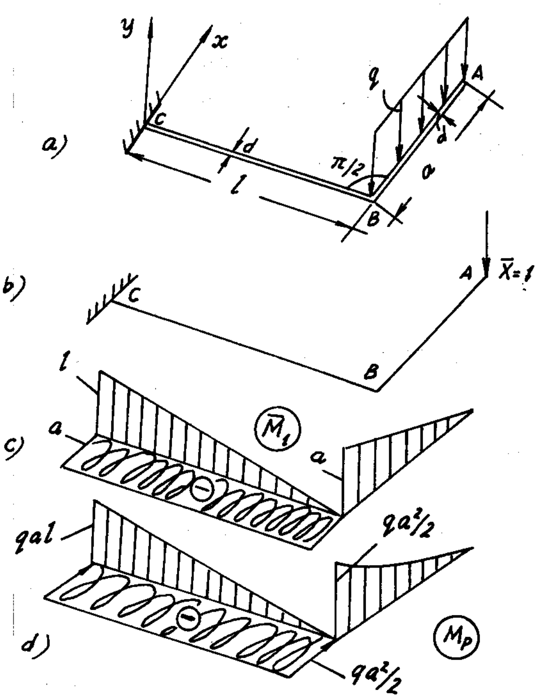
Thuật toán Vêrêsaghin cho ta:

$$\Delta_{1P} = (\overline{M}_u)(M_{uP}) + (\overline{M}_{1x})(M_{Px})$$

$$= \frac{1}{EJ}\frac{qa^3}{6}.\frac{3}{4}a + \frac{1}{EJ}\frac{1}{2}qal^2.$$

$$x\frac{2}{3}l + \frac{1}{GJ_p}\frac{qa^2}{2}la =$$

$$= \frac{qa}{EJ}\left(\frac{a^3}{8} + \frac{l^3}{3}\right) + \frac{qa^3l}{2GJ_p}.$$



Hình 7.30.

2. Tính σ_{tdmax} tại ngàm C

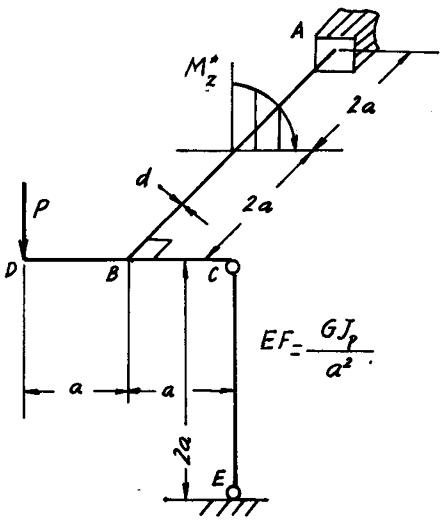
$$\sigma_{tdmax} = \sqrt{\left(\frac{M_u}{W_u}\right)^2 + 4\left(\frac{M_z}{W_p}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{qal}{0{,}1d^3}\right)^2 + 4\left(\frac{qa}{2.0{,}2d^3}\right)^2} \Rightarrow \sigma_{tdmax} = \frac{qa}{0{,}1d^3}\sqrt{l^2 + a^2}\,.$$

BÀI 31

Trục AB ngàm tại A, đầu B hàn cứng với thanh CD, liên kết với thanh chống CE như hình 7.31a. Đường kính của trục AB bằng d, vật liệu có môđun trượt bằng G. Vật liệu trên thanh CE có E = 2,5G.

1. Tính quan hệ giữa lực P và mômen xoắn M_z^* sao cho chuyển vị thẳng đứng tại C bằng 0.



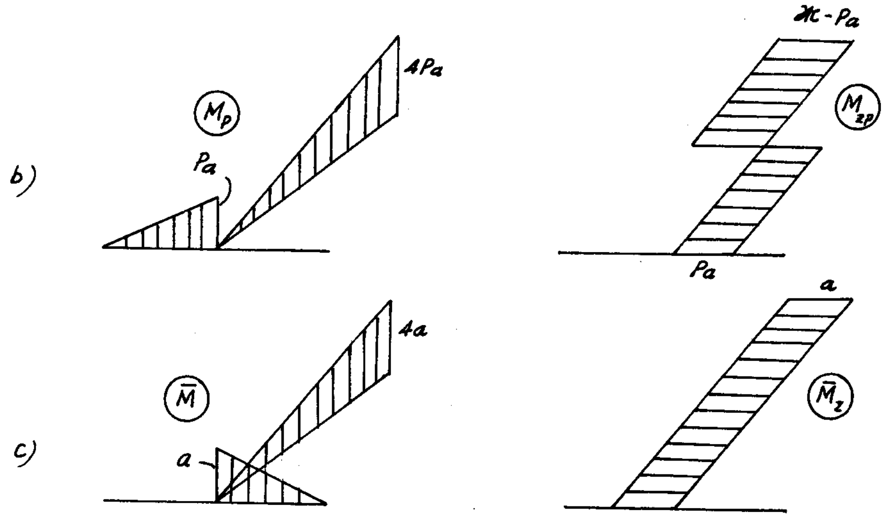
Hình 7.31a.

2. Với P và M_z^* tính được ở câu 1, tính ứng suất lớn nhất của AB theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

GIẢI

Để thanh CE không có nội lực, chuyển vị thẳng đứng của điểm C của hệ phải bằng không ($\Delta_c = 0$).

Biểu đồ nội lực: mômen uốn và mômen xoắn của hệ ABCD do ngoại lực M_z^* và P và do lực đơn vị $\overline{P} = 1$ đặt tại C vẽ trên (hình 7.31 b,c).



Hình 7.31b, c.

Thực hiện phép nhân biểu đồ và điều kiện đề bài ta có:

$$\Delta_C = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{1}{2}.4Pa.4a.\frac{2}{3}.4a\right) + \frac{1}{EJ_P}\left[-Pa.2a\left(M_z^* - Pa\right).2a.a\right] = 0 \quad \text{(a)}$$

trong đó:

EJ_x độ cứng khi uốn của mặt cắt ngang;

GJ_p độ cứng khi xoắn của mặt cắt ngang.

Với hình tròn $J_p = 2J_x$, giải phương trình (a) ta được:

$$M_z^* = -6Pa.$$

Như vậy một trong hai ngoại lực M_z^* hoặc P phải ngược chiều với hình 7.31a.

Ứng suất lớn nhất trên thanh AB với M_z^* và P vừa tìm được là:

$$\sigma_{td}(AB) = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\frac{(4Pa)^2 + (7{,}5Pa)^2}{W_x}} = \frac{8{,}5\,Pa}{0{,}1\,d^3}$$

BÀI 32

Thanh AB có mặt cắt ngang hình chữ nhật b = 12 cm, h = 20 cm. Vật liệu làm thanh có môđun đàn hồi $E = 2.10^4$ kN/cm^2, $[\sigma] = 16$ kN/cm^2. Một dây mềm treo vật nặng P vắt qua ròng rọc C và D. Bằng dụng cụ đo biến dạng, người ta đo biến dạng ở mặt trên của thanh dọc theo phương song song với trục thanh, trên suốt đoạn BD thấy trị số biến dạng không thay đổi và bằng $\varepsilon = -2,5.10^{-5}$. Cho a = 1 m (đoạn dây nối vào tường gối B song song với trục thanh). Bỏ qua ma sát giữa dây và ròng rọc.

Yêu cầu:

1) Không tính toán mà bằng nhận xét cho biết trạng thái ứng suất tại các điểm trên đoạn BD là trạng thái ứng suất gì? Giải thích.

2) Vẽ biểu đồ nội lực của thanh AB theo P và a.

3) Xác định lực P = ?

4) Xác định ứng suất chính tại các điểm trên trục thanh của đoạn AC (theo P và a).

5) Kiểm tra bền cho thanh (theo ứng suất pháp).

GIẢI

1) Biến dạng dọc trên mặt đoạn thanh BD không thay đổi chỉ có thể xẩy ra 2 khả năng:

- Đoạn thanh chịu nén đơn;
- Đoạn thanh chịu uốn thuần túy.

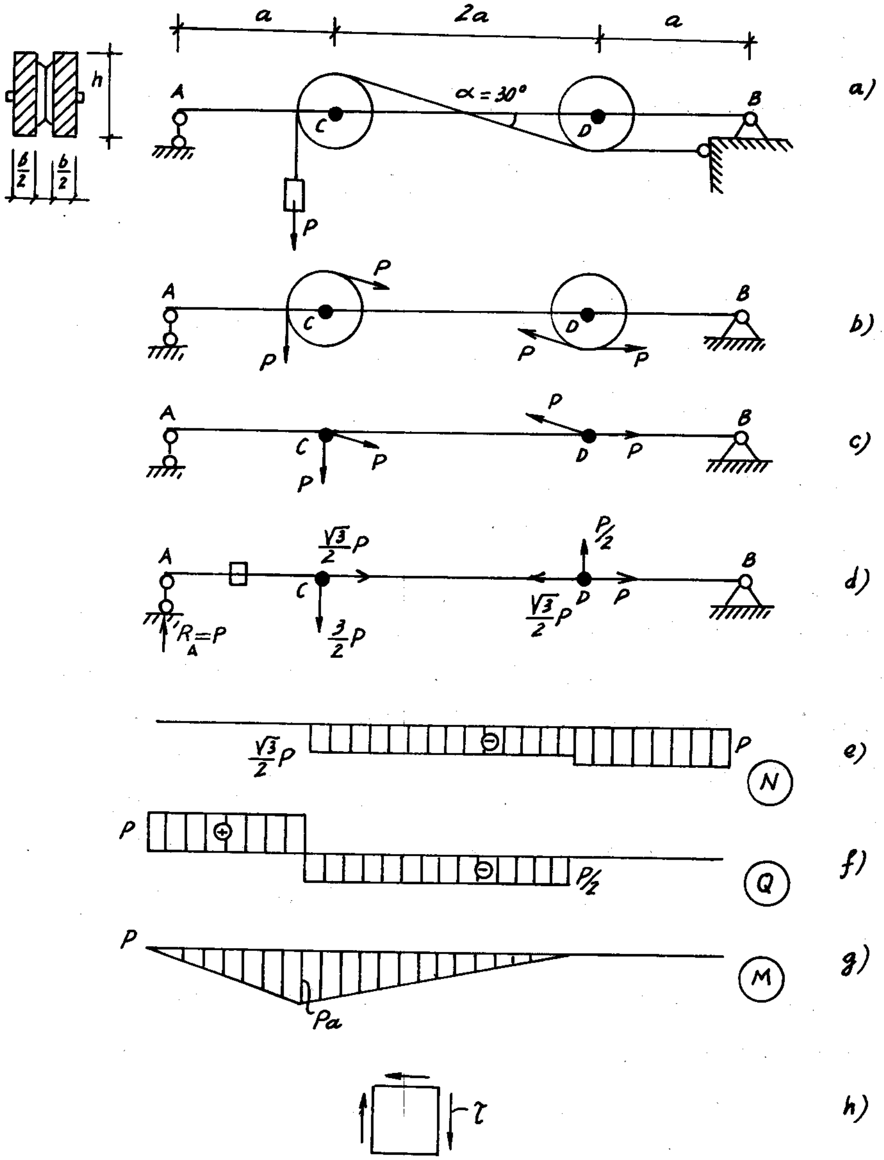
Trong trường hợp này không thể xẩy ra uốn thuần túy vì tại gối B chỉ có thể có phản lực ngang mà không có mômen, nên đoạn BD chỉ là chịu nén, do đó các điểm ở trong đoạn này ở trạng thái ứng suất đơn.

2) Do đoạn thanh BD chịu nén đơn nên $R_B = 0$, do đó $H_A = P$. Bỏ qua ma sát giữa dây và ròng rọc nên lực tác dụng lên dầm như trên hình 7.32b, c, d. Biểu đồ nội lực như trên hình 7.32e, f, g,

3) Đoạn BD chỉ chịu nén với lực dọc N = P nên:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{P}{F} = E\varepsilon \Rightarrow P = EF\varepsilon = 2.10^4.12.20.2,5.10^{-5} = 120 \text{ kN}$$

4. Trên đoạn AC có Q = P. Tách phân tố có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ bao quanh điểm bất kỳ trên trục thanh thuộc đoạn



Hình 7.32.

AC như trên hình 7.32h (những điểm này trên trục đoạn AC là những điểm trên trục trung hoà). Phân tố này là phân tố trượt thuần túy. Do đó có:

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \tau = \frac{3}{2}\frac{Q}{F} = \frac{3}{2}\frac{120}{12.20} = 0,75\ \text{kN/cm}^2$$

5) Kiểm tra bền cho dầm:

Mặt cắt nguy hiểm: Mặt cắt phải của C. Tại mặt cắt này có:

$$N = -\frac{\sqrt{3}\,P}{2} \quad ; \quad M = Pa$$

$$\max|\sigma| = \left|\frac{N}{F}\right| + \left|\frac{M}{W}\right| = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}120}{12.20} + \frac{120.100}{12.20^2} = 15,433\ \text{kN/cm}^2 < [\sigma] =$$

$$= 16\ \text{kN/cm}^2$$

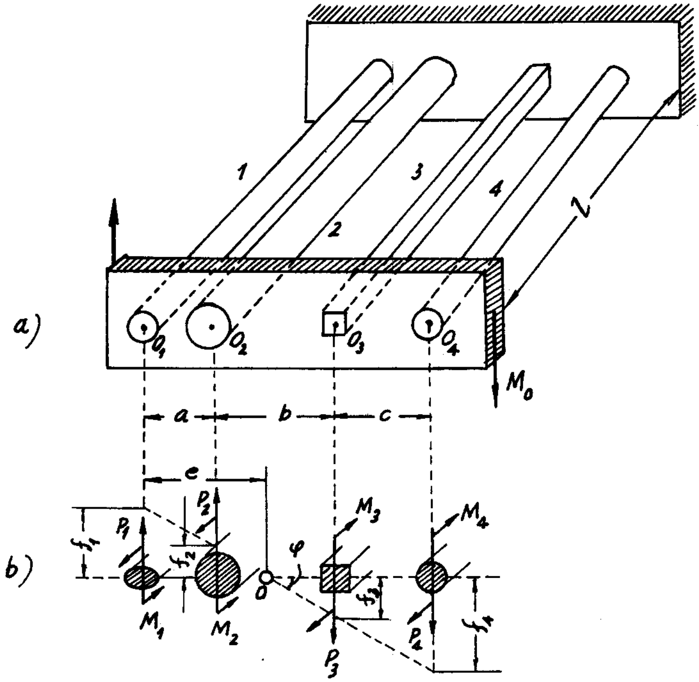
Như vậy dầm an toàn.

BÀI 33

Cho một hệ phẳng gồm 4 thanh cùng chiều dài l. Hệ có liên kết ngàm cứng ở một đầu còn đầu kia các thanh được liên kết cứng với nhau qua một tấm cứng tuyệt đối chịu tác dụng của ngẫu lực có mômen M_o trong mặt phẳng tấm. Hãy tính góc xoay của tấm? Trong tính toán thừa nhận rằng, khi làm việc tấm luôn luôn ở vị trí thẳng đứng và đường thẳng nằm ngang $O_1 O_4$ đi qua trọng tâm các mặt cắt đầu các thanh trùng với phương của một trong các trục quán tính chính trung tâm của các thanh.

Khoảng cách giữa các thanh là a, b, c, độ cứng xoắn và uốn của các thanh lần lượt là:

C_1, C_2, C_3, C_4; B_1, B_2, B_3, B_4 (hình 7.33a).



Hình 7.33.

GIẢI

Theo đề bài thì tấm cứng sẽ bị xoay một góc φ trong mặt phẳng của nó quanh một điểm "O" nào đó (hình 7.33b). Góc φ này mô tả chuyển vị tương đối khi xoắn của mỗi thanh và có giá trị là:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi = \frac{M_{iz}}{C_i}, \qquad (i = \overline{1,4}) \qquad \text{(a)}$$

Do đó, ta rút ra:

$$M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + M_{4z} = (C_1 + C_2 + C_3 + C_4)\,\varphi \qquad \text{(b)}$$

Chú ý là: $C_i = \dfrac{G_i J_{pi}}{l_i}$.

Từ quan hệ hình học trên hình 7.33b, ta tính được:

$$f_1 = e\varphi = \frac{1}{B_1}\left(P_1 - \frac{3}{2l}M_1\right)\ ;\ f_2 = (e-a)\,\varphi = \frac{1}{B_2}\left(P_2 - \frac{3}{2l}M_2\right);$$

$$f_3 = (a+b-e)\,\varphi = \frac{1}{B_3}\left(P_3 - \frac{3}{2l}M_3\right) \text{ và} \qquad \text{(c)}$$

$$f_4 = (a+b+c-e)\,\varphi = \frac{1}{B_4}\left(P_4 - \frac{3}{2l}M_4\right).$$

Trong các quan hệ này, P_1, P_2, P_3, P_4 và M_1, M_2, M_3, M_4 là những lực, mômen uốn đặt ở cuối của mỗi thanh tương ứng và các độ cứng chống uốn của các thanh là $B_i = \frac{3E_iJ_i}{l_i}$, $(i = \overline{1,4}\ )$. Vì tấm luôn thẳng đứng và liên kết cứng với các thanh nên góc xoay do uốn $\theta_i = 0$. Cụ thể là:

$$\left.\begin{aligned}
&\theta_1 = \frac{1}{B_1}\left(\frac{3}{3l}P_1 - \frac{3}{l^2}\right)M_1 = 0\ ;\ \theta_2 = \frac{1}{B_2}\left(\frac{3}{2l}P_2 - \frac{3}{l^2}M_2\right) = 0\\
&\theta_3 = \frac{1}{B_3}\left(\frac{3}{2l}P_3 - \frac{3}{l^2}\right)M_3 = 0\ ;\ \theta_4 = \frac{1}{B_4}\left(\frac{3}{2l}P_4 - \frac{3}{l^2}M_4\right) = 0
\end{aligned}\right\}\ \text{(d)}$$

Từ hệ (d), suy ra là:

$$M_i = \frac{P_i l}{2}\ ,\quad (i = \overline{1,4}) \qquad \text{(e)}$$

Thay các M_i trong (e) vào hệ (c) và giải chúng, ta có lực gây uốn tác dụng ở các đầu thanh:

$$P_1 = 4B_1e\varphi\ ;\ P_2 = 4B_2\,(e-a)\,\varphi\ ;\ P_3 = 4B_3\,(a+b-e)\,\varphi;$$

$$P_4 = 4B_4(a+b+c-e)\,\varphi \qquad \text{(g)}$$

Điều kiện tĩnh cho ta:

$$P_1 + P_2 = P_3 + P_4 \Rightarrow B_1e\varphi + B_2(e-a)\varphi = B_3(a+b-e)\varphi + B_4(a+b+c-e)\varphi$$

Từ quan hệ này vị trí của tâm quay O được xác định bởi:

$$e = \frac{B_2a + B_3(a+b) + B_4(a+b+c)}{B_1 + B_2 + B_3 + B_4} \qquad \text{(h)}$$

Điều kiện cân bằng tĩnh $\sum m_0(\vec{P}_i) = M_0$, cho ta:

$$M_{z1} + M_{z2} + M_{z3} + M_{z4} + P_1.e + P_2(e-a) + P_3(a+b-e) +$$
$$+ P_4(a+b+c-e) = M_0 \qquad \text{(i)}$$

Chú ý đến các quan hệ (b) và (g) ta viết phương trình (i) như sau:

$$\varphi(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) + 4\varphi B_1 e^2 + 4\varphi B_2(e-a)^2 + 4\varphi B_3(a+b-e)^2$$
$$+ 4\varphi B_4(a+b+c-e)^2 = M_0 \qquad \text{(k)}$$

Từ (k) rút ra φ:

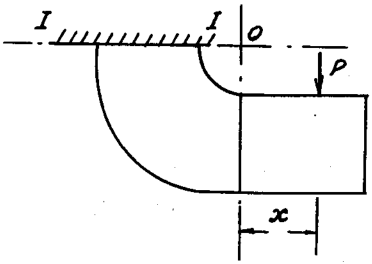
$$\varphi = \frac{M_0}{\sum_{i=1}^{4} C_i + 4\left[B_1 e^2 + B_2\left(e-a^2\right) + B_3(a+b-e)^2 + B_4(a+b+c-e)^2\right]} \qquad \text{(l)}$$

Với các giá trị e và φ vừa xác định, ta có thể tính được M_{zi} từ (a), P_i từ (g) và M_i từ (e).

Như vậy mặt cắt ngang của mỗi thanh đều chịu ba loại nội lực: mômen uốn, mômen xoắn và lực cắt. Việc kiểm tra bền phải được thực hiện theo một trong các thuyết về trạng thái giới hạn của vật liệu (các thuyết bền).

BÀI 34

Một dầm cong có độ cong lớn như hình 7.34 với O là tâm cong của trục dầm. Hãy xác định khoảng cách x giữa đường tác dụng của lực P và tâm O để trục trung hoà của mặt cắt ngang I–I tại ngàm đi qua trọng tâm của mặt cắt này.



Hình 7.34.

GIẢI

Ứng suất uốn trong dầm có độ cong lớn được xác định theo công thức:

$$\sigma_u = -\frac{M}{Fe(r+y)} \qquad \text{(a)}$$

Ở đây r là khoảng cách từ tâm cong đến trục trung hoà, còn e là khoảng cách từ trục trung hoà đến trọng tâm mặt cắt.

Trong trường hợp này mômen uốn M = P(r + e + x). Khi y = e, nghĩa là tại trọng tâm thì ứng suất (a) sẽ là:

$$\sigma_u = -\frac{P(r+e+x).e}{F.e(r+e)} \qquad \text{(b)}$$

Trên mặt cắt ngàm vừa có mômen uốn M và vừa có lực kéo N = P, do đó điều kiện để trục trung hoà trên mặt cắt I–I đi qua trọng tâm của nó, ta phải có:

$$-\frac{P(r+e+x).e}{F.e(r+e)} + \frac{P}{F} = 0$$

Từ phương trình này rút ra:

$$x = 0.$$

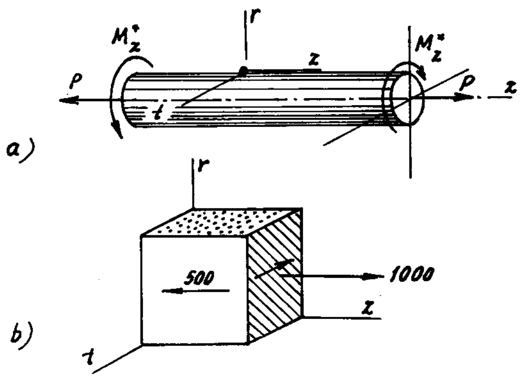
BÀI 35

Một thanh tròn bằng đuara chịu xoắn và kéo như hình 7.35a. Hãy xác định hệ số an toàn theo điều kiện dẻo và phá hủy. Biết: $M_z^* = 800$ daNcm, P = 3140 daN, d = 20 mm, $\sigma_b^k = 4200\ \frac{daN}{cm^2}$, $\sigma_{ch}^k = 2400\ \frac{daN}{cm^2}$,

$$k_{ch} = \frac{\sigma_{ch}^k}{\sigma_{ch}^n} = 1{,}0;\ \frac{\sigma_b^k}{\sigma_b^n} = 0{,}57 = k_i.$$

GIẢI

Mọi mặt cắt ngang của thanh trong bài toán này đồng khả năng nguy hiểm và trên mỗi mặt cắt những điểm trên chu vi là nguy hiểm nhất. Một trong những điểm như thế có trạng thái ứng suất như hình 7.35b.



Hình 7.35.

Trong đó:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{4P}{\pi d^2} = \frac{3140}{3,14} = 1000 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z^*.16}{\pi d^3} = \frac{800}{1,6} = 500 \text{ daN/cm}^2.$$

Xác định hệ số an toàn theo điều kiện chảy n_{ch}:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma + 4\tau^2} = \sqrt{1000^2 + 4.500^2} = 1410 \text{ daN/cm}^2$$

Do đó:

$$n_{ch} = \frac{\sigma_{ch}}{\sigma_{td}} = \frac{2400}{1410} = 1,70.$$

Xác định hệ số an toàn theo trạng thái phá hủy n_B:

Theo thuyết bền Mo, ứng suất tương đương được tính:

$$\sigma_{td} = \frac{1-k_b}{2}\sigma + \frac{1+k_b}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} =$$

$$= \frac{1-0,57}{2}.1000 + \frac{1+0,57}{2}\sqrt{1000^2 + 4.500^2} = 1320 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

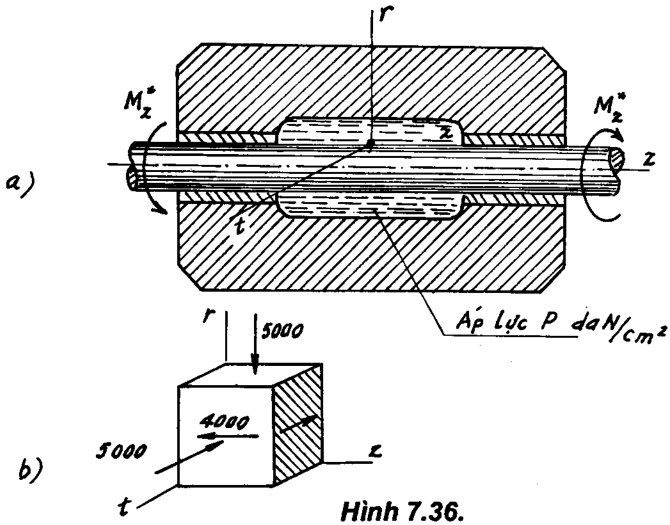
Do đó, hệ số an toàn theo trạng thái phá hủy là:

$$n_B = \frac{\sigma_b^k}{\sigma} = \frac{4200}{1320} = 3,18.$$

BÀI 36

Một trục tròn đặc đường kính d = 10 mm làm bằng thép có $\sigma_{BK} = 21000 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$, $\sigma_{Bn} = 51219,51 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$. Trục được đặt trong một buồng chịu áp lực cao p = 5000 daN/cm² và truyền mômen xoắn $M_z^* = 800$ daNcm (hình 7.36a).

Hãy xác định hệ số an toàn n_o so với trạng thái phá hủy?



Hình 7.36.

GIẢI

Điểm có trạng thái ứng suất nguy hiểm nhất đối với trục là điểm K bất kỳ trên mặt trục trong buồng chịu áp lực. Tại K trục chịu các ứng suất sau:

$$\tau_{zt} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z^*}{0{,}3d^3}\ \frac{800}{0{,}2d^3} = 4000\ \text{daN/cm}^2$$

$$\sigma_r = \sigma_t = -p = -5000\ \text{daN/cm}^2$$

Các ứng suất chính:

$\sigma' = -p = -5000\ \text{daN/cm}^2$;

$$\sigma'' = \frac{\sigma_z + \sigma_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_t}{2}\right)^2 + \tau_{zt}^2} = \frac{-5000}{2} + \sqrt{\left(\frac{5000}{2}\right)^2 + 4000^2} =$$

$$= +2220\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\ ;$$

$$\sigma''' = \frac{\sigma_z + \sigma_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_t}{2}\right)^2 + \tau_{zt}^2} = \frac{-5000}{2} - 4720 = -7220\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}.$$

Do đó, theo phân loại ứng suất chính ta có:

$$\sigma_1 = 2220\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\ ;\ \sigma_2 = -5000\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\ ;\ \sigma_3 = -7220\ \text{daN/cm}^2.$$

Ứng suất tương đương theo thuyết bền cxủa Mohr:

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - k\sigma_3 = 2220 - 0,41.7220 = 5180 \text{ daN/cm}^2$$

Hệ số an toàn so với trạng thái phá hủy theo định nghĩa là:

$$n_o = \frac{\sigma_{BK}}{\sigma_{td}} = \frac{21000}{5180} = 4,05$$

BÀI 37

Một thiết bị bù (tự lựa) hình lò xo xoắn ốc (hình 7.37a) được làm bằng thép có σ_{ch} = 4500 daN/cm^2. Dây lò xo có: đường kính ngoài d_1 = 10 mm, đường kính trong d_2 = 2 mm, đường kính của ống bù D = 400 mm. Thiết bị truyền một lực q = 2000 daN/cm^2 và chịu kéo bởi một lực P = 20 daN. Hãy tính hệ số an toàn khi thiết bị hoạt động?

GIẢI

Ống của thiết bị bù chịu xoắn với mômen xoắn trên mặt cắt ngang là:

$$M_z = \frac{PD}{2} = \frac{20 \times 40}{2} = 400 \text{ daNcm.}$$

Ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt ngoài của ống bằng:

$$\tau_1 = \tau_{max} = \frac{M_z}{0,2 d_1^3 (1 - n^4)} \approx \frac{M_z}{0,2d^3} = \frac{400}{0,2} = 2000 \text{ daN/cm}^2.$$

Còn trên mặt trong của ống là:

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{d_2}{d_1} = 2000.\frac{2}{10} = 400 \text{ daN/cm}^2.$$

Với sự có mặt của áp lực trong q = 2000 daN/cm^2, trong ống sẽ tồn tại các ứng suất vòng σ_t, dọc trục σ_z, hướng kính σ_r. Biểu đồ phân bố của các ứng suất này và ứng suất tiếp τ_{zt} dọc theo chiều dày ống được cho trên hình 7.37b.

Ứng suất vòng tại điểm 1 và 2 tương ứng là:

$$\sigma_{t_1} = +q\frac{2d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} = 2000\ \frac{2.0,2^2}{1 - 0,2^2} = 166\ \text{daN/cm}^2,$$

$$\sigma_{t_2} = +q\frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} = 2170\ \text{daN/cm}^2.$$

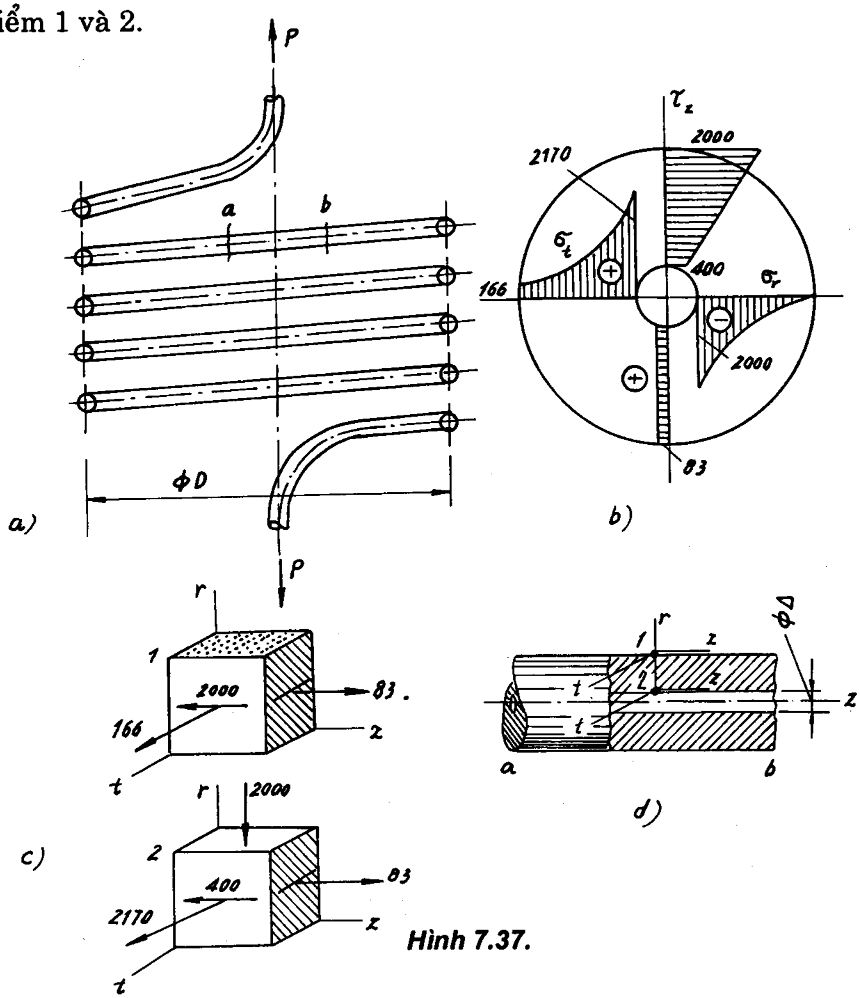
Ứng suất dọc trục trên mặt cắt ngang của ống:

$$\sigma_z = +q\ \frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} = 83\ \text{daN/cm}^2.$$

Ứng suất hướng kính tại điểm 1 và 2 tương ứng bằng:

$$\sigma_{r1} = 0\ ;\ \sigma_{r2} = -p = -2000\ \text{daN/cm}^2.$$

Trên hình 7.37c là các phân tố chịu ứng suất được tách ra quanh điểm 1 và 2.



Hình 7.37.

Ứng suất chính trên phân tố 1 và 2:

Trên phân tố 1:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_t}{2}\right)^2 + \tau_1^2} =$$

$$= \frac{83+166}{2} + \sqrt{\left(\frac{83-166}{2}\right)^2 + 2000^2} = 2130\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma_2 = 0$;

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z + \sigma_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_t}{2}\right)^2 + \tau_1^2} = -1875\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\ ;$$

Trên phân tố 2:

$$\sigma_1 = \frac{83+2170}{2} + \sqrt{\left(\frac{83-2170}{2}\right)^2 + 400^2} = 2250\ \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2};$$

$\sigma_2 = +10\ \text{daN/cm}^2$;

$\sigma_3 = -2000\ \text{daN/cm}^2$.

Ứng suất tương đương đối với các phân tố 1 và 2 là:

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng:

$$\sigma_{td1} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{2130^2 + 1880^2 + 2130.1880} = 3470\ \text{daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{td2} = \sqrt{2250^2 + 2000^2 + 2250.2000} = 3680\ \text{daN/cm}^2.$$

Hệ số an toàn theo giới hạn chảy sẽ là:

$$n_{ch} = \frac{\sigma_{ch}}{\sigma_{td2}} = \frac{4500}{3680} = 1{,}22.$$

Theo thuyết bền Mohr:

$$\sigma_{td1} = \sigma_1 - k\sigma_3 = 2130 + 1880 = 4010\ \text{daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{td2} = 2250 + 2000 = 4250\ \text{daN/cm}^2.$$

Hệ số an toàn chảy theo thuyết này là:

$$n_{ch} = \frac{4500}{4250} = 1,06.$$

Cả hai thuyết bền đều chỉ ra điểm nguy hiểm nhất là những điểm ở mặt trong của ống. Sự khác nhau giữa hai thuyết bền trong trường hợp này chỉ là:

$$\frac{1,22 - 1,06}{2} = 9,8\%.$$

BÀI 38

Một trục chậm hộp giảm tốc truyền động nhờ cặp bánh răng hình trụ răng nghiêng (hình 7.38a). Hãy chọn đường kính theo điều kiện bền tĩnh cho trục. Biết rằng: c = 4,1 cm, b = a = 6,6 cm, lực vòng P_V = 4,53 kN, lực hướng tâm P_r = 2,12 kN, lực dọc trục P_z = 1,01 kN, d_1 = 33,2 cm, Q_K = 3,5 kN.

Giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 30\ \frac{kN}{cm^2}$ hệ số an toàn n_{ch} = 6,8. Trong tính toán được phép bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt.

GIẢI

1) Xác định mặt cắt nguy hiểm nhất

Để biết được điều này cần phải lập sơ đồ tính từ sơ đồ chịu lực đã cho. Cụ thể là:

a) Dẫn ngoại lực tác dụng lên hệ về trục hình học của trục trong ba mặt phẳng yz, xz và xy (hình 7.38b).

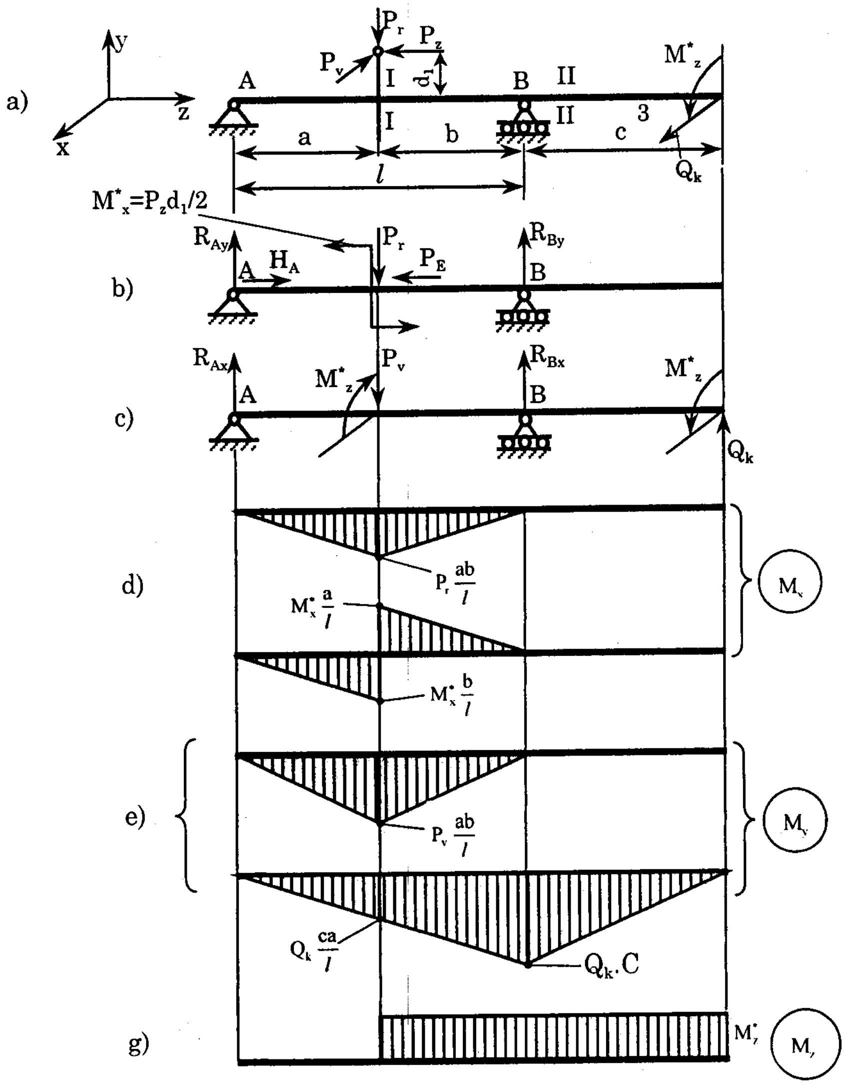
b) Vẽ các biểu đồ mômen uốn M_x, M_y và mômen xoắn M_z bằng các phương pháp đã biết ở chương I. Các biểu đồ này được cho trên hình 7.38c, d, e.

Qua các biểu đồ cho thấy mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt I–I chỗ lắp bánh răng hình trụ răng nghiêng. Tại đó có:

$$M_x = P_r\,\frac{ab}{l} - P_z.\frac{d_1}{2}\,\frac{a}{l} = \frac{2{,}12 \times 6{,}6^2}{13{,}2} - \frac{1{,}01.33{,}2.6{,}6}{2.13{,}2} = 14 \text{ kNcm}$$

$$M_y = P_v\,\frac{ab}{l} + \frac{Q_K.a.c}{l} = \frac{4{,}53.6{,}6^2}{13{,}2} + \frac{3{,}5.6{,}6.4{,}1}{13{,}2} = 22{,}12 \text{ kNcm}$$

$$M_z = M_z^* = P_v.\frac{d_1}{2} = \frac{4{,}53 \times 33{,}2}{2} = 752 \text{ kNcm.}$$



Hình 7.38.

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{1{,}4^2 + 22{,}12^2 + 752^2} = 752{,}33 \text{ kNcm}$$

Đường kính trục cần chọn là:

$$d \geq \sqrt[3]{M_{td}/0{,}1[\sigma]} = \sqrt[3]{\frac{752{,}33}{0{,}1.30}.68} = 11{,}95 \text{ cm}$$

Chọn d = 12 cm.

BÀI 39

Có một ống thép hình 7.39 mặt cắt hình vành khăn mỏng chịu uốn thuần túy, kéo – nén, xoắn. Người ta đo biến dạng dọc thớ tại các điểm A, B, C cách nhau 120° trên một mặt cắt ngang. Các kết quả thu được như sau:

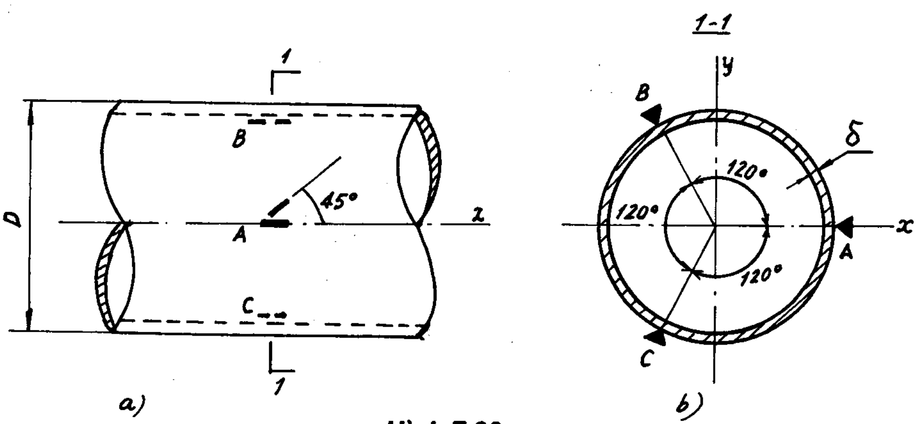
$$\varepsilon_A = 1.10^{-5}, \ \varepsilon_B = 0{,}8.10^{-5}, \ \varepsilon_C = -1{,}8.10^{-5}$$

Tại A người ta còn đo biến dạng theo phương xiên góc 45° với trục thanh và được $\varepsilon_{45^\circ} = 0{,}65.10^{-5}$.

Giả thiết các thớ dọc không có tác dụng tương hỗ với nhau.

1/ Hãy tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang tại các điểm A, B, C.

2/ Tính giá trị của lực dọc và các mômen uốn trên mặt cắt ngang.



Hình 7.39.

3/ Tính ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang tại A và giá trị của mômen xoắn.

4/ Tính ứng suất lớn nhất theo thuyết bền thứ tư.

Cho biết: $D = 20$ cm; $\delta = 1$ cm; $E = 2.10^6$ daN/cm^2; $\mu = 0,3$ và $W_x = 3,14\,D^2\,\delta/4$; $W_p = 3,14D^2\,\delta/2$.

GIẢI

1/ Do các thớ dọc không có tác dụng tương hỗ nhau, nên ta có:

$$\sigma_A = E\varepsilon_A = 2.10^6.1.10^{-5} = 20 \text{ daN/cm}^2,$$

$$\sigma_B = E\varepsilon_B = 2.10^6.0,8.10^{-5} = 16 \text{ daN/cm}^2,$$

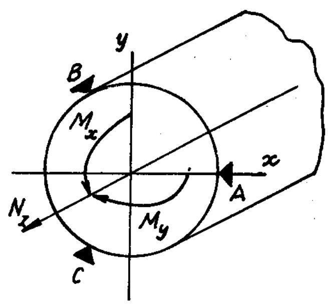
$$\sigma_C = E\varepsilon_C = -2.10^6.1,8.10^{-5} = -36 \text{ daN/cm}^2.$$

2/ Vectơ các nội lực như ở hình bên, ta tính các ứng suất pháp tại A, B, C như sau:

$$\sigma_A = \frac{N_z}{F} + \frac{M_y}{W_y} = 20 \qquad \text{(a)}$$

$$\sigma_B = \frac{N_z}{F} - \frac{1}{2}\frac{M_y}{W_y} + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{M_x}{W_x} = 16 \qquad \text{(b)}$$

$$\sigma_C = \frac{N_3}{F} - \frac{1}{2}\frac{M_y}{W_y} - \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{M_x}{W_x} = -36 \qquad \text{(c)}$$



Giải hệ a, b, c ta đi đến:

$$M_y = 20\,W_y = 20.3,14.20^2.1/4 = 6280 \text{ daNcm}.$$

$$M_x = \frac{52}{\sqrt{3}}W_x = 52.3,14.20^2.1/4.1,732 = 9427 \text{ daNcm}.$$

3/ Tính ứng suất tiếp τ_{zr} tại A:

Từ đẳng thức $\sigma_{45^\circ} + \sigma_{135^\circ} = \sigma_A = 20$

$$\rightarrow \sigma_{135^\circ} = 20 - \sigma_{45^\circ}$$

Theo định luật Húc:

$$\varepsilon_{45^o} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{45^o} - \mu\sigma_{135^o}\right) = \frac{1}{E}\left[\sigma_{45^o} - 0,3\left(20 - \sigma_{45^o}\right)\right]$$

$$E\varepsilon_{45^o} = \sigma_{45^o}\left(1 + 0,3\right) - 6$$

$$\sigma_{45^o} = \frac{E\varepsilon_{45^o} + 6}{1 + 0,3} = \frac{2.10^6.0,65.10^{-5} + 6}{1,3}$$

$\sigma_{45^o} = 14,6$ daN/cm^2.

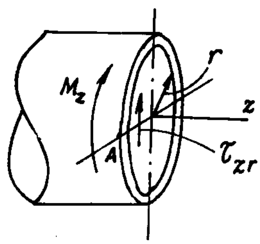
Theo công thức tính ứng suất trên mặt cắt xiên ta có:

$$\sigma_{45^o} = \frac{\sigma_A}{2} + \frac{\sigma_A}{2}\cos 2.45^o - \tau_{zr}\sin 2.45^o$$

$$= \frac{20}{2} + \frac{20}{2}.0 - \tau_{zr}.1 = 10 - \tau_{zr} \qquad \text{(a)}$$

Thay giá trị của σ_{45^o} vào (a) ta được (hình bên):

$\tau_{zr} = 10 - \sigma_{45^o} = 10 - 14,6 = -4,6$ daN/cm^2.



Mômen xoắn:

$$M_z = W_p\left|\tau_{zr}\right| = \frac{3,14.20^2.1}{2}.4,6 =$$

$= 2889$ daNcm.

4/ Tính ứng suất tương đương lớn nhất σ_{tdmax}:

$$M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{9427^2 + 6280^2}$$

$M_{td} = 11327$ daNcm.

Ứng suất pháp cực đại do uốn:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_x} = \frac{11327}{3,14.D^2\,\delta/4} = \frac{11327}{3,14.20^2.1/4}$$

$\sigma_{max} = 36,07$ daN/cm^2.

$$\sigma_{tdmax} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{zr}^2} = \sqrt{36,07^2 + 3.4,6^2}$$

$\sigma_{tdmax} = 36,94$ daN/cm^2.

BÀI 40

Một ống mỏng trụ tròn bị khoét một lỗ nhỏ chịu xoắn và chịu kéo đồng thời (hình 7.40a). Nếu ống chỉ chịu xoắn bởi mômen M_z^* thì ứng suất pháp lớn nhất σ_{max} xuất hiện ở điểm A và bằng 2τ (hình 7.40b). Nếu ống chỉ chịu kéo bởi lực P thì ứng suất pháp lớn nhất xuất hiện ở điểm B (hình 7.40c) và bằng 3σ. Vậy, dưới tác dụng đồng thời của P và M_z^* thì σ_{max} bằng bao nhiêu? và ứng suất này phát sinh ở điểm nào? Khi chỉ kể đến tác dụng của ứng suất cục bộ.

GIẢI

Theo đề bài thì các số liệu cho biết về ứng suất pháp σ_{max} là ứng suất cục bộ do M_z^* và P độc lập gây ra. Để giải bài toán này không thể tổ hợp các kết quả trên được, mà cần phải tiến hành như sau.

Bước 1: Khảo sát trạng thái ứng suất tác dụng trên phân tố abcd ở điểm xa lỗ (hình 7.40d). Tại đây, $\tau = \dfrac{2M}{\pi d^2.h}$; $\sigma = \dfrac{P}{\pi dh}$. Ứng suất chính σ_1 và σ_3 được tìm theo công thức quen biết:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Mặt cắt trên đó σ_1 tác dụng nghiêng với mặt cắt ngang (vòng tròn có pháp tuyến z) góc α và được xác định theo công thức $tg2\alpha = \dfrac{2\tau}{\sigma} = \dfrac{4M}{P.d}$.

Bước 2: Tách ra một phân tố chính efgh quanh lỗ nơi có ứng suất cục bộ (hình 7.40e).

Trong trường hợp tác dụng đồng thời này của M_z^* và P thì ứng suất cục bộ lớn nhất như đã biết $\sigma_{max} = 3\sigma' - \sigma''$ (xem "Tĩnh học vỏ mỏng đàn hồi của Luriê – XBKH&KT Liên Xô – 1949).

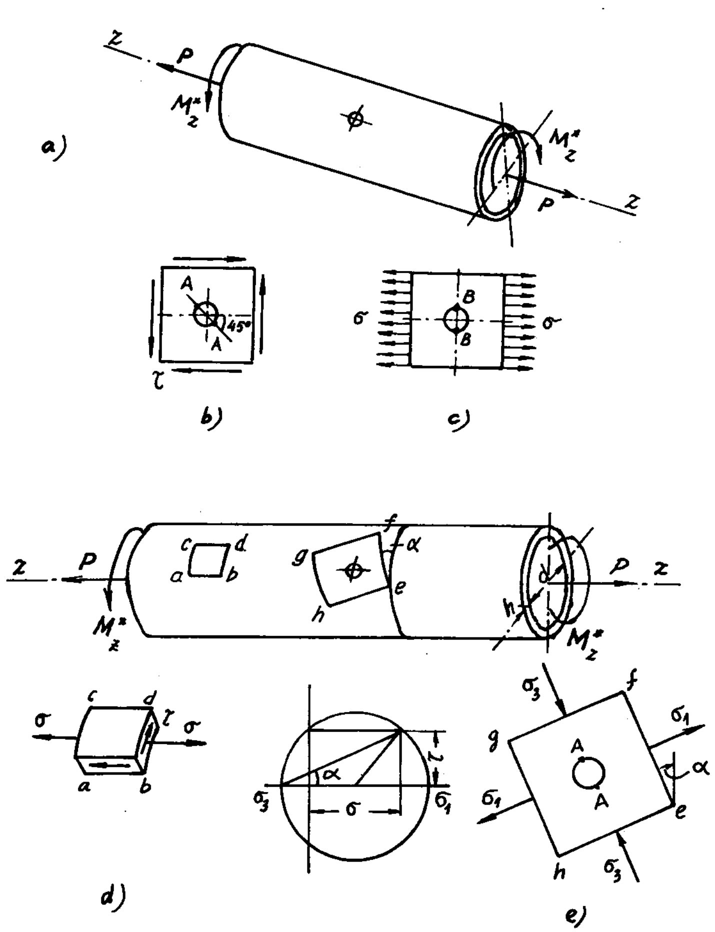
Ở đây σ' là ứng suất lớn nhất và σ" là ứng suất nhỏ nhất trong số các ứng suất đã được xác định ở trên(*). Cụ thể là:

$$\sigma' = \sigma_1\,, \qquad \sigma'' = \sigma_3.$$

Do đó:

$$\sigma_{max} = \sigma + 2\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Ứng suất này phát sinh ở điểm A (hình 7.40e) của mép lỗ trên phương đường kính song song với phương σ_3.



Hình 7.40.

BÀI 41

Một thanh cong nửa đường tròn, mặt cắt ngang hình thang không đổi dọc theo trục thanh chịu lực và liên kết như hình 7.41a.

Hãy tính ứng suất pháp lớn nhất trong thanh cong này. Biết: $b_1 = 4cm$, $b_2 = 1$ cm, $h = 9$ cm, $R_1 = 3$ cm, $R_2 = 12$ cm, $q = 0,5$ kN/cm.

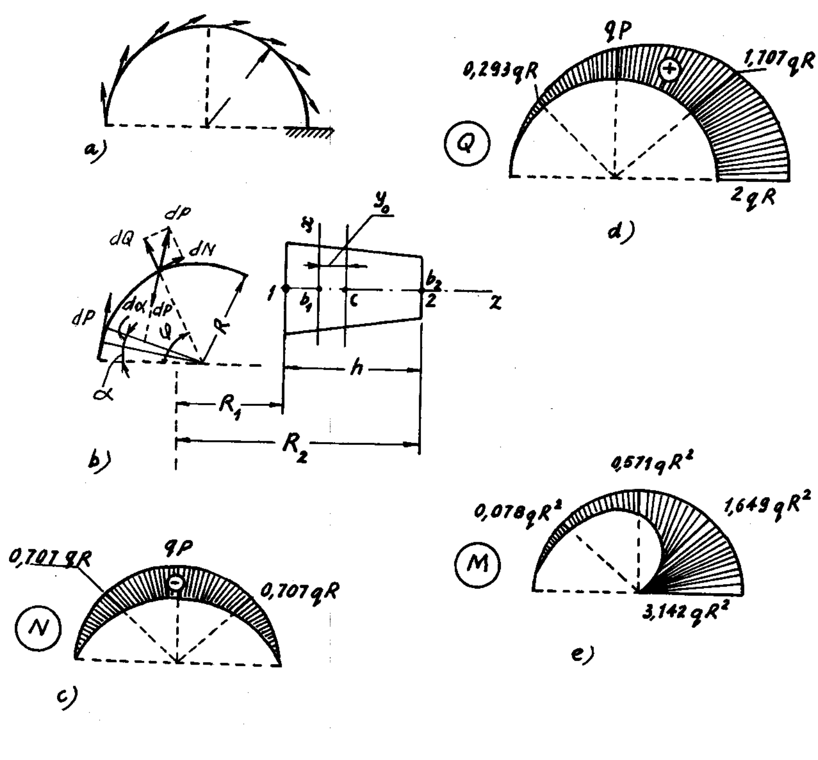
GIẢI

Bằng phương pháp mặt cắt các biểu đồ (N), (Q), (M) được cho trên hình 7.41.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm A, tại đây có:

$$N = 0,\ M_A = 3,142qR^2$$

Khoảng cách từ tâm cong đến trọng tâm C của mặt cắt là:



Hình 7.41.

$$R = R_1 + \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2}.\frac{1}{3} = 9{,}6 \text{ cm}$$

Bán kính cong của lớp trung hoà

$$r = \frac{(b_1 + b_2)h^2}{2\left[(b_1R_2 - b_2R_1)\ln\frac{R_2}{R_1} - (b_1 - b_2)h\right]} =$$

$$= \frac{(4+1).9^2}{2\left[(4.12 - 1.3)\ln\frac{12}{3} - (4-1)\,9\right]} = 5{,}72 \text{ cm}$$

$$y_o = R - r = 0{,}88 \text{ cm}$$

Mômen tĩnh:

$$S_x = F.y_o = \frac{b_1 + b_2}{2}.h.y_o = 22{,}5.0{,}88 = 19{,}8 \text{ cm}^3.$$

Ứng suất lớn nhất ở các thớ biên 1 và 2 trên mặt cắt nguy hiểm A là:

Tại 1:

$$y_1 = R_1 - r = 3 - 5{,}72 = -2{,}72 \text{ cm}$$

$$\rho_1 = 3 \text{ cm}$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{M}{S_x}.\frac{y_1}{\rho_1} = 0 + \frac{3{,}142\,qR^2}{19{,}8}.\frac{2{,}72}{3} \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = \frac{3{,}142.0{,}5.9{,}6^2}{19{,}8}.\frac{2{,}72}{3} = 6{,}63 \text{ kN/cm}.$$

Tại 2:

$$y_2 = R_2 - r = 12 - 5{,}72 = 6{,}28 \text{ cm};$$

$$\rho_2 = R_2 = 12 \text{ cm}$$

$$\sigma_2 = 0 - \frac{M}{S_x}.\frac{y_2}{\rho_2} = -\frac{3{,}142.0{,}5.9{,}6^2}{19{,}8}.\frac{6{,}28}{12} = -3{,}83 \text{ kN/cm}^2.$$

BÀI 42

Một thanh một phần tư đường tròn mặt cắt ngang hình thang chịu lực phân bố đều thẳng đứng, ngàm tại A. Bán kính cung tròn ρ (hình 7.42a). Hãy kiểm tra bền cho thanh chịu lực phức tạp này.

Biết: $b_1 = 4$ cm, $b_2 = 1$ cm, $h = 9$ cm, $R_1 = 3$ cm, $R_2 = 12$ cm, $q = 0{,}5\dfrac{kN}{cm}$, $[\sigma_K] = 1$ kN/cm², $[\sigma_n] = 4$ kN/cm².

GIẢI

Bằng phương pháp mặt cắt (xem chương I) các biểu đồ nội lực: (N), (Q), (M) được mô tả trên hình 7.42. Từ các biểu đồ này ta thấy mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt ở ngàm A. Tại đây có:

$N_A = -1{,}571\ q\rho = -1{,}571.0{,}5\rho$

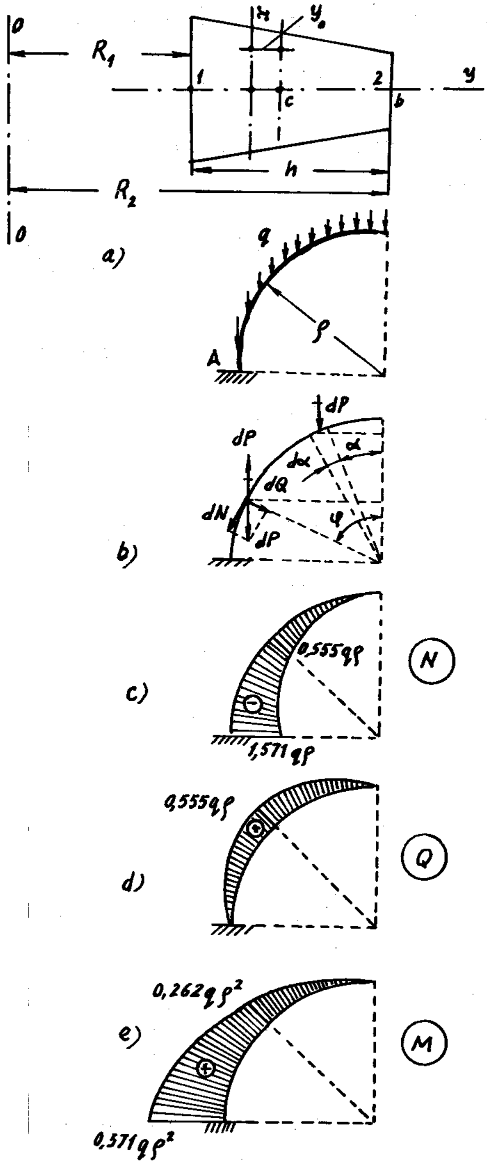
$M_A = 0{,}571\ q\rho^2 = 0{,}571.,0{,}5.\rho^2$

$Q_A = 0.$

Bán kính tâm cong của trục thanh là:

$$\rho = R_1 + \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2}.\frac{1}{3} =$$

$$= 3 + \frac{4 + 2.1}{4 + 1}.\frac{1}{3} = 9{,}6\ \text{cm}$$



Hình 7.42.

Bán kính cong của lớp trung hoà r:

$$r = \frac{(4+1).9^2}{2\left[(4-1.3)\ln\frac{12}{3} - 9(4-1)\right]} = 5,72 \text{ cm}$$

Vị trí trục trung hoà được xác định bởi y_o:

$$y_o = R - r = 6,6 - 5,72 = 0,88 \text{ cm}$$

Diện tích mặt cắt ngang F và mômen tĩnh của F đối với trục trung hoà S_x là:

$$F = \frac{b_1 + b_2}{2}.h = 22,5 \text{ cm}^2;$$

$$S_x = F.y_o = 22,5.0,88 = 19,8 \text{ cm}^3.$$

Tọa độ các điểm biên trên mặt cắt:

$$y_1 = R_1 - r = 3 - 5,72 = -2,72 \text{ cm}$$

$$y_2 = R_2 - r = 12 - 5,72 = 6,28 \text{ cm}$$

$$\rho_1 = R_1 = 3 \text{ cm} ; \rho_2 = R_2 = 12 \text{ cm}.$$

Mômen uốn và lực dọc tại A:

$$M_A = 0,571.q\rho^2 = 0,571.0,5.9,6^2 = 26,312 \text{ kNcm}$$

$$N_A = -1,571\, q\rho = -1,571.0,5.9,6 = -7,54 \text{ kN}.$$

Ứng suất trên các điểm biên của mặt cắt ngàm:

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{M}{S_x}.\frac{y_1}{\rho_1} = -\frac{7,54}{22,5} + \frac{26,312}{19,8}.\frac{2,72}{3} = -0,87\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_2 = -\frac{7,54}{22,5} - \frac{26,313}{19,8}.\frac{2,72}{3} = -0,335 - 1,21 = -1,54\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Mặt cắt tại ngàm A chỉ chịu ứng suất nén (một dấu) $\sigma < 0$, các ứng suất nén này đều nhỏ hơn $[\sigma]_n$. Vậy thanh hoàn toàn an toàn về bền.

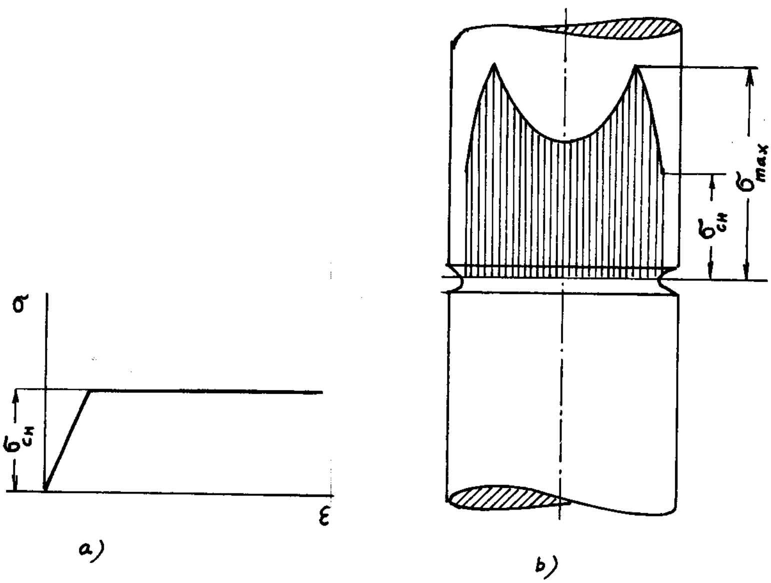
BÀI 43

Một chi tiết hình trụ tròn có rãnh quanh chu vi được làm bằng vật liệu có biểu đồ kéo đàn – dẻo lý tưởng như hình 7.43a. Một kết quả nghiên cứu lý thuyết(*) đã khẳng định rằng biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt có rãnh trên hình 7.43b. Tuy nhiên từ biểu đồ kéo đàn – dẻo hình 7.43a rõ ràng là σ_{max} không thể vượt quá giới hạn chảy σ_{CH} được. Vì thế, biểu đồ ứng suất nhận được từ nghiên cứu lý thuyết (hình 7.43b) rất đáng nghi ngờ về tính đúng đắn của các tính toán và bức tranh thực của ứng suất ở mặt cắt có giảm yếu này.

Hãy bình luận về nhận xét trên.

GIẢI

Những nhận xét đã đưa ra ở phần đề bài không thể là cơ sở để phủ nhận tính đúng đắn của kết quả lý thuyết đã mô tả trên hình 7.43b. Vì, rất đơn giản là biểu đồ kéo (hình 7.43a) là kết quả của thí nghiệm kéo ở trạng thái ứng suất đơn. Trong khi đó, ở gần vùng mặt cắt bị làm rãnh trạng thái ứng suất là trạng thái ứng suất khối, có ứng suất hướng kính σ_r và ứng suất vòng σ_θ là các ứng suất kéo. Vì thế ứng suất dọc trục σ_z đạt được ở đây phải lớn hơn giới hạn chảy σ_{CH}.



Hình 7.43.

(*) ИЗВЕСТИЯ АНСССР, Отделение технических наук, №10, 1948.

MỤC LỤC

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN MÔN SỨC BỀN VẬT LIỆU

TẬP 2

TÁC GIẢ : PGS. TS.GVCC. ĐẶNG VIỆT CƯƠNG

Chịu trách nhiệm xuất bản: PGS. TS TÔ ĐĂNG HẢI

Biên tập: ThS. NGUYỄN HUY TIẾN

QUANG NGỌC

Trình bày bìa: HƯƠNG LAN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

70 TRẦN HƯNG ĐẠO – HÀ NỘI

In 500 cuốn, khổ 16 × 24 cm, tại Xí nghiệp In Thương Mại (Bộ Công Thương)

Quyết định xuất bản số: 75–2007/CXB/44.2–02/KHKT–09/8/2007.

In xong và nộp lưu chiểu Quý I năm 2008.