

LỜI TỰA

Mục đích của Sức bền vật liệu là nhằm trang bị cho kỹ sư và sinh viên những kiến thức cần thiết để giải quyết các bài toán kỹ thuật liên quan tới các khâu từ thi công, thẩm định đến thiết kế. Chính vì thế mà đặc trưng cuối cùng trong quá trình nghiên cứu của khoa học này là việc áp dụng các kết quả nghiên cứu vào thực tiễn và chỉ có thông qua việc ứng dụng vào thực tiễn khoa học này mới có thể đứng vững và phát triển.

Sức bền vật liệu có một vị trí đặc biệt trong cơ học, bởi nó đóng vai trò của một chiếc cầu nối giữa các môn khoa học cơ bản với các môn cơ học chuyên ngành. Hơn nữa, nó lại là viên gạch đầu tiên đặt nền móng cho lĩnh vực cơ học vật rắn biến dạng - Một lĩnh vực chuyên nghiên cứu các quy luật tổng quát về sự hình thành và phát triển các tác dụng cơ học sinh ra trong lòng các vật rắn thực do tác dụng ngoài bất kỳ gây ra.

Kinh nghiệm làm việc với sinh viên trong nước cũng như nước ngoài cho thấy, họ gặp rất nhiều khó khăn khi vận dụng lý thuyết vốn rất trừu tượng và phức tạp của môn học này vào giải các bài tập dưới dạng mô hình dù đã cho sẵn và càng khó khăn hơn khi áp dụng vào các bài toán của thực tế kỹ thuật. Mặt khác, phần lớn trong số những sinh viên say mê nghiên cứu môn khoa học này thường không thoả mãn với các bài tập giải mẫu theo một khuôn mẫu cứng nhắc như vẫn thường làm trong các sách lý thuyết và bài tập hiện nay, mà họ thường muốn có được những hiểu biết đột phá và sâu sắc hơn vượt ra ngoài khuôn khổ các bài giảng đang có của môn học này ở nước ta. Sách được biên soạn thành nhiều tập nhằm phục vụ cho công tác dạy và học trong các trường đại học kỹ thuật, cho nhu cầu ôn thi cuối khóa, ôn thi tuyển vào các hệ cao học, nghiên cứu sinh và phục vụ cho nhu cầu tham khảo nâng cao của cán bộ giảng dạy trẻ, kỹ sư đang trực tiếp thi công, thẩm định và thiết kế trong các lĩnh vực công nghiệp. Với mục đích đó, một mặt ngoài những

bài toán ở mức độ dễ và trung bình với nhiều phương án giải khác nhau phục vụ cho đông đảo sinh viên các chuyên ngành: cơ khí chế tạo máy, cơ khí ô tô, cơ khí đóng tàu, kỹ thuật hàng không, cơ khí hóa chất, cơ khí giao thông vận tải, xây dựng, cầu đường, thủy lợi, cảng v.v... Mặt khác nhận thấy rằng ngày nay máy tính đã là một phương tiện làm việc không thể thiếu trong hầu hết các lĩnh vực của đời sống với hầu hết các cán bộ khoa học và sinh viên, tác giả đã đưa vào trong sách này nhiều bài toán được giải trên máy tính bằng chương trình BK45 của tác giả thay cho việc giải bằng tay vốn tốn rất nhiều thời gian và công sức. Ngoài ra sách còn giới thiệu nhiều bài toán khó về ý nghĩa vật lý kỹ thuật vượt ra ngoài khuôn khổ thông thường của sức bền vật liệu, về tính phức tạp cũng như cách đặt bài toán, nhằm giúp các sinh viên giỏi rèn luyện, tích lũy năng lực hiểu biết để có thể làm chủ được các phương pháp tính toán, tự tin trước những vấn đề mới gặp phải và gợi mở cho họ những phương pháp tư duy mới khác nhau trên cùng một vấn đề mặc dù có thể đã rất cũ, giúp họ tìm hiểu mối liên hệ không thể tách rời giữa những kiến thức hàn lâm và thực tiễn kỹ thuật.

Với lòng mong mỏi nâng cao trí tuệ khoa học cho thế hệ trẻ, chúng tôi thấy cần giới thiệu cuốn **Tuyển tập các bài toán giải sẵn môn sức bền vật liệu** cùng các bạn. Vẫn biết, giới thiệu là cần thiết nhưng cái chính là hữu xạ tự nhiên hương. Mặc dù cuốn sách được biên soạn nghiêm túc, công phu, chặt chẽ với sự cập nhật chọn lọc các thông tin mới nhất, nhưng chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót. Tác giả rất mong và cảm ơn sự đóng góp, trao đổi ý kiến của các chuyên gia, các thầy, cô giáo trực tiếp giảng dạy Sức bền vật liệu, tất cả các bạn sử dụng và đọc cuốn sách này để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong các lần xuất bản sau.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, các bạn đồng nghiệp đã khích lệ và giúp đỡ tác giả hoàn thành cuốn sách.

Hà Nội, ngày 15 tháng 2 năm 2006

Tác giả

ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG SỬ DỤNG

Hệ đơn vị đo lường quốc tế: SI

Ký hiệu	Đơn vị đo	Đại lượng đo
kg	Kilogram	Khối lượng
s	Giây	Thời gian
m	Mét	Chiều dài
cm	Centimét	Chiều dài (1 m = 100 cm)
mm	Millimét	Chiều dài (1 m = 1000 mm)
N	Niuton	Lực (1 N = 0,102 kg)
kN	Kiloniuton	Lực (1 kN = 10 ³ N; 1 MN = 10 ⁶ N)
MN	Meganiuton	Lực (1 daN = 10 N ≈ 1,02 kg)
daN	Décaniuton	Lực (1 daN = 10 ⁻⁵ MN = 10 ⁻³ kN)
N/m ²		Ứng suất, áp lực (1 N/m ² ≈ 1,02.10 ⁻⁵ kg/cm ²)
MN/m ²		Ứng suất, áp lực (1 MN/m ² = 10 ⁶ N/m ² = 10 daN/cm ² ≈ 10,2 kg/cm ²)
$\frac{daN}{cm^2}$		Ứng suất, áp lực (1 daN/cm ² = 10 ⁵ N/m ² = 1 bar ≈ 1,02 kg/cm ²)
$\frac{daN}{mm^2}$		$\left(1 \frac{daN}{mm^2} = 10^7 \frac{N}{m^2} \approx 102 \text{ kg/cm}^2 \approx 1,02 \text{ kg/mm}^2 \right)$
J	Jun	Năng lượng (1 J ≈ 0,102 kgm)
W	Oát	Công suất (1 W ≈ 102 kg.m/s = 1,36 CV)
kW	Kilôoát	Công suất (1 kW = 10 ³ W)

Hệ đơn vị kỹ thuật (MKS)

Ký hiệu	Đơn vị đo	Đại lượng đo
kG	Kilôgam lực	Lực (1 kG = 9,81 N = 0,981 daN)
s	Giây	Thời gian
m	Mét	Chiều dài
T	Tấn lực	Lực (1 T = 10^3 kG \approx 9,81.10 ³ N = 9,81 kN)
kG/cm ²		Ứng suất, áp lực (1 kG/cm ² \approx 9,81.104 $\frac{N}{m^2}$) \approx 0,0981 MN/m ² \approx 0,981 daN/cm ²)
bar		Áp lực (1 bar = $10^5 \frac{N}{cm^2}$ = 1 daN/cm ² \approx 1,02 kG/cm ²)
kG.m	Kilôgam mét	Công (1 kGm \approx 9,81 J)
CV	Mã lực	Công suất (1 CV = $75 \frac{kGm}{s}$ \approx 0,736 kW)

Chương 1

NỘI LỰC VÀ BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm về ngoại lực

Ngoại lực là lực tác dụng từ vật thể khác hoặc từ môi trường xung quanh lên vật thể mà ta xét, bao gồm tải trọng và phản lực.

Tải trọng là lực tác dụng lên vật thể đã biết trị số, phương, chiều và điểm đặt.

Phản lực là lực mà vật gây liên kết tác dụng lên vật khảo sát thông qua vùng tiếp xúc giữa vật khảo sát và vật gây liên kết, do tác dụng ngoài gây ra.

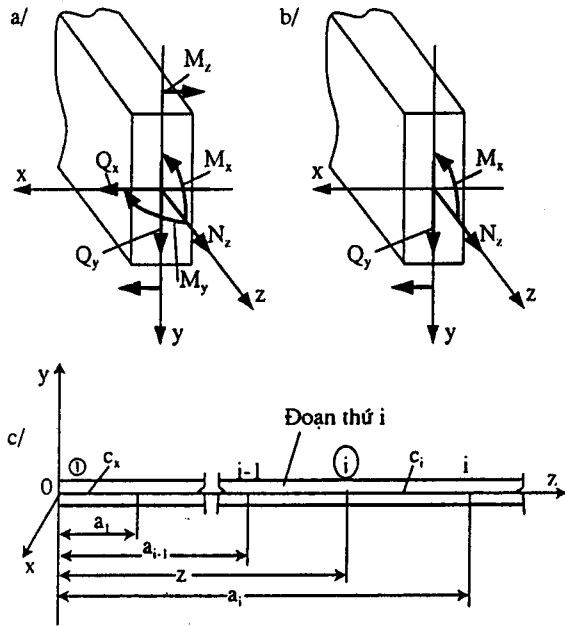
2. Khái niệm nội lực

Nội lực là độ biến thiên của lực liên kết giữa các phần tử của vật thể khi vật thể bị biến dạng do các tác dụng ngoài gây ra. Nội lực được xác định từ các điều kiện cân bằng tĩnh học nhờ tiên đề giải phóng liên kết.

Trong trường hợp tổng quát là hệ không gian, theo tiên đề giải phóng liên kết, trên mặt cắt ngang của thanh có 6 thành phần nội lực (hình 1.1a) là :

N_z - lực dọc ; Q_x, Q_y - lực cắt ; M_x, M_y - mômen uốn ; M_z - mômen xoắn.

Sáu thành phần nội lực trên mặt cắt được xác định bằng sáu phương trình cân bằng tĩnh học đối với một trong hai phần của hệ đã được tưởng tượng cắt ra :



Hình 1.1

$$N_z + \sum_i P_{iz} = 0; Q_x + \sum_i P_{ix} = 0; Q_y + \sum_i P_{iy} = 0 \quad (1.1)$$

$$M_x + \sum_i m_x(P_i) = 0; M_y + \sum_i m_y(P_i) = 0; M_z + \sum_i m_z(P_i) = 0 \quad (1.2)$$

trong đó :

P_{iz}, P_{ix}, P_{iy} - lần lượt là hình chiếu lên các trục z, x, y của ngoại lực thứ i tác dụng trên phần đang xét;

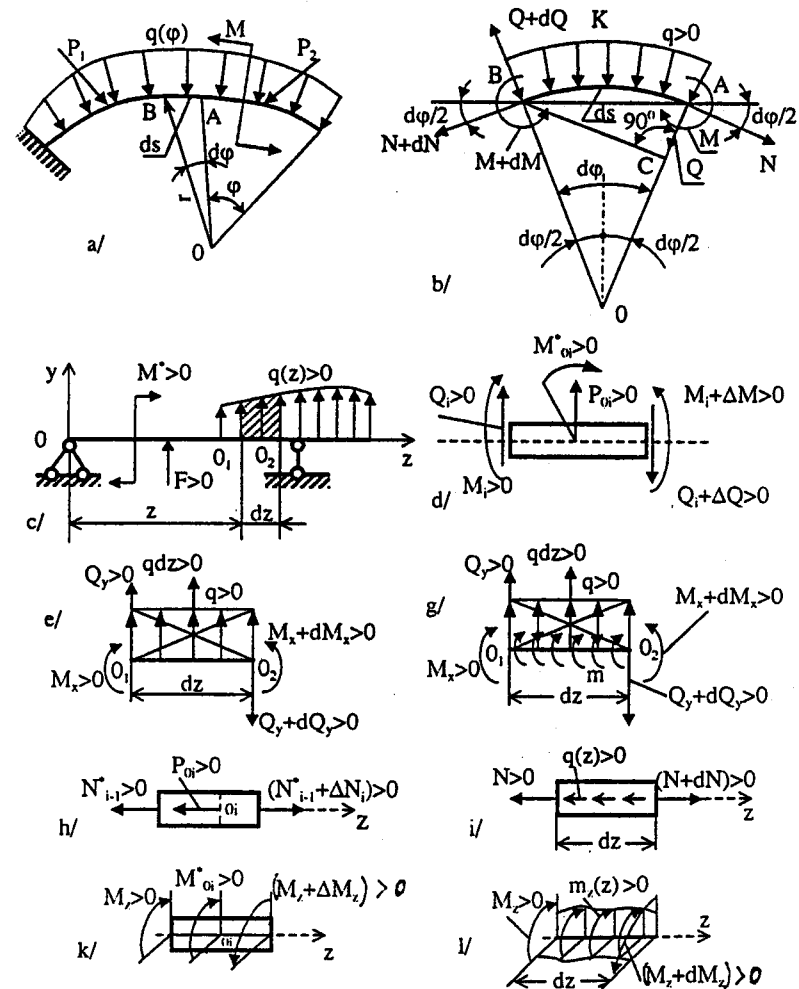
$m_x(P_i), m_y(P_i), m_z(P_i)$ - lần lượt là mômen đối với các trục tọa độ x, y, z của ngoại lực P_i .

3. Liên hệ vi phân giữa nội lực và ngoại lực

a) Trường hợp thanh cong

Khảo sát thanh cong chịu lực cân bằng như hình 1.2a và một phần tử thanh dS như hình 1.2b.

Khi khảo sát điều kiện cân bằng của phần tử dS với các nội lực và ngoại lực được quy ước là dương như hình 1.2b, ta đi đến :



Hình 1.2

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN}{d\varphi} &= -\frac{Q}{r} \\ \frac{dQ}{d\varphi} &= N + q r \\ \frac{dM}{d\varphi} &= Q \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (1.2a)$$

Do $r d\varphi = dS$ cho nên có thể viết (1.2a) dưới dạng :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN}{dS} &= -\frac{Q}{r} \\ \frac{dQ}{dS} &= q + \frac{N}{r} \\ \frac{dM}{dS} &= Q \end{aligned} \right\} \quad (1.2b)$$

b) Trường hợp thanh thẳng

Khi $r = \infty$ thì trục cong S trùng với trục Z của thanh thẳng (hình 1.2c) và các quan hệ (1.2b) trở thành :

• Uốn phẳng

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_i &= P_{oi} \\ \Delta M_i &= M_{oi}^* \\ \frac{dQ}{dz} &= q \\ \frac{dM}{dz} &= Q + m \\ \frac{d^2M}{dz^2} &= q + \frac{dm}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (1.2c)$$

Đối với thanh thẳng chịu uốn, kéo (nén) xoắn đầu của nội lực và ngoại lực được quy ước là dương như hình 1.2d,e,g,h,i,k,l.

• Thanh chịu kéo nén

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_i &= P_{oi} \\ \frac{dN}{dz} &= q(z) \\ \dots & \dots \\ \frac{d^n N}{dz^n} &= q^{(n-1)}(z) \end{aligned} \right\} \quad (1.2d)$$

• Thanh chịu xoắn

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{zi} &= M_{oi}^* \\ \frac{dM_z}{dz} &= m_z(z) \\ \dots & \dots \\ \frac{d^n M_z}{dz^n} &= m_z^{(n-1)}(z) \end{aligned} \right\} \quad (1.2e)$$

Các nội lực tại một mặt cắt có hoành độ z nào đó có thể được xác định bằng phương pháp mặt cắt, phương pháp vụn năng, phương pháp vẽ nhanh và phương pháp cộng tác dụng.

Dưới đây là các bước áp dụng các phương pháp này.

4. Cách xác định nội lực bằng phương pháp mặt cắt

Bước 1. Căn cứ vào quy luật đặt lực dọc theo trục thanh để chia thanh thành n đoạn sao cho trên mỗi đoạn biểu thức của nội lực cần tìm là liên tục.

Bước 2. Trên mỗi đoạn thực hiện một mặt cắt di động được xác định bởi hoành độ z với gốc tọa độ thích hợp và đặt vào mặt cắt đó các nội lực cần tìm theo chiều dương.

Bước 3. Viết các phương trình cân bằng dạng (1.1) và (1.2) của các ngoại lực, kể cả nội lực cần tìm tác dụng lên phần thanh khảo sát. Từ đó rút ra các biểu thức giải tích của nội lực. Cụ thể là: $N_z, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$.

Bước 4. Vẽ các biểu đồ nội lực dọc theo trục thanh trên từng đoạn.

5. Phương pháp vụn năng để xác định nội lực

Bước 1. Căn cứ vào quy luật đặt lực dọc theo thanh để lập sơ đồ tính. Cụ thể là, theo phương pháp này, gốc tọa độ đặt cố định ở đầu trái của thanh, các mặt cắt phân chia giữa các đoạn được đánh số là i ($i = 1, 2, 3, \dots$). Trục Oz (hình 1.1c) trùng với trục thanh và có chiều dương hướng sang phải.

Bước 2. Áp dụng các biểu thức nội lực đã được thiết lập sẵn dưới dạng tổng quát cho mỗi đoạn thứ k đối với mọi bài toán cần giải. Cụ thể là :

a) Bài toán kéo (nén)

$$N_k(z) = \sum_{i=1}^{k=\overline{1,n}} \left[P_{oi} + \Delta q_{oi}(z - a_{i-1}) + \Delta q'_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^2}{2!} + \Delta q''_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^3}{3!} + \dots \right] \quad (1.3)$$

Miền xác định của hàm $N_k(z)$ thuộc đoạn "k" là :

$$a_{i-1} \leq z \leq a_i, \text{ với } i = k.$$

b) Bài toán xoắn

$$M_k(z) = \sum_{i=1}^{k=\overline{1,n}} \left[M_{oi}^* + \Delta m_{oi}(z - a_{i-1}) + \Delta m'_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^2}{2!} + \Delta m''_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^3}{3!} + \dots \right] \quad (1.4)$$

Miền xác định của $M_k(z)$ thuộc đoạn thứ "k" là :

$$a_{i-1} \leq z \leq a_i, \text{ với } i = k.$$

c) Bài toán uốn

$$Q_k(z) = \sum_{i=1}^{k=\overline{1,n}} \left[P_{oi} + \Delta q_{oi}(z - a_{i-1}) + \Delta q'_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^2}{2!} + \Delta q''_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^3}{3!} + \dots \right] \quad (1.5)$$

$$M_k(z) = \sum_{i=1}^{k=\overline{1,n}} \left[M_{oi}^* + P_{oi}(z - a_{i-1}) + \Delta q_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^2}{2!} + \Delta q'_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^3}{3!} + \Delta q''_{oi} \frac{(z - a_{i-1})^4}{4!} + \dots \right] \quad (1.6)$$

Miền xác định của $Q_k(z)$, $M_k(z)$ thuộc đoạn thứ "k" là :

$$a_{i-1} \leq z \leq a_i, \text{ với } i = k$$

Trong (1.3), (1.4), (1.5) và (1.6) tương ứng với từng bài toán M_{oi}^* , P_{oi} lần lượt là các mômen uốn hoặc xoắn ngoại lực tập trung và lực tập trung theo các trục tọa độ ở đầu trái đoạn thứ i. Δq_{oi} , $\Delta q'_{oi}$, $\Delta q''_{oi}$... là bước nhảy của tải trọng phân bố theo các trục tọa độ và bước nhảy của các đạo hàm

các cấp của nó tại đầu trái đoạn thứ i. Tương tự như vậy, đối với các ngoại lực phân bố là mômen xoắn $m_z(z)$: Δm_{oi} , $\Delta m'_{oi}$, $\Delta m''_{oi}$ v.v...

6. Phương pháp vẽ nhanh

• Phương pháp vẽ nhanh chủ yếu dựa vào các nhận xét sau đây :

Dựa trên các biểu thức liên hệ giữa ngoại lực và nội lực

- Tại mặt cắt có đặt lực tập trung, biểu đồ lực cắt và lực dọc tương ứng có bước nhảy, trị số và chiều của bước nhảy bằng trị số và chiều của lực tập trung đó.

- Tại mặt cắt có đặt mômen ngoại lực tập trung, biểu đồ mômen uốn và xoắn tương ứng có bước nhảy, chiều và trị số bước nhảy bằng chiều và trị số của vectơ mômen tập trung đó.

- Nếu trên đoạn trục nào đó chịu mômen xoắn ngoại lực phân bố có dạng một đa thức bậc n thì trên đoạn đó biểu đồ mômen xoắn nội lực $M_x(z)$ là một đường cong bậc (n+1).

- Tương tự như vậy, nếu trên đoạn thanh mà $q(z)$ là một đa thức bậc n thì biểu đồ N_z và biểu đồ Q_y là một đường bậc (n+1) và biểu đồ mômen uốn M_x là đường bậc (n+2).

- Nếu trên đoạn thanh có $q > 0$ (hướng lên) thì Q_y đồng biến; nếu trên đoạn có $q < 0$ (hướng xuống) thì Q_y nghịch biến.

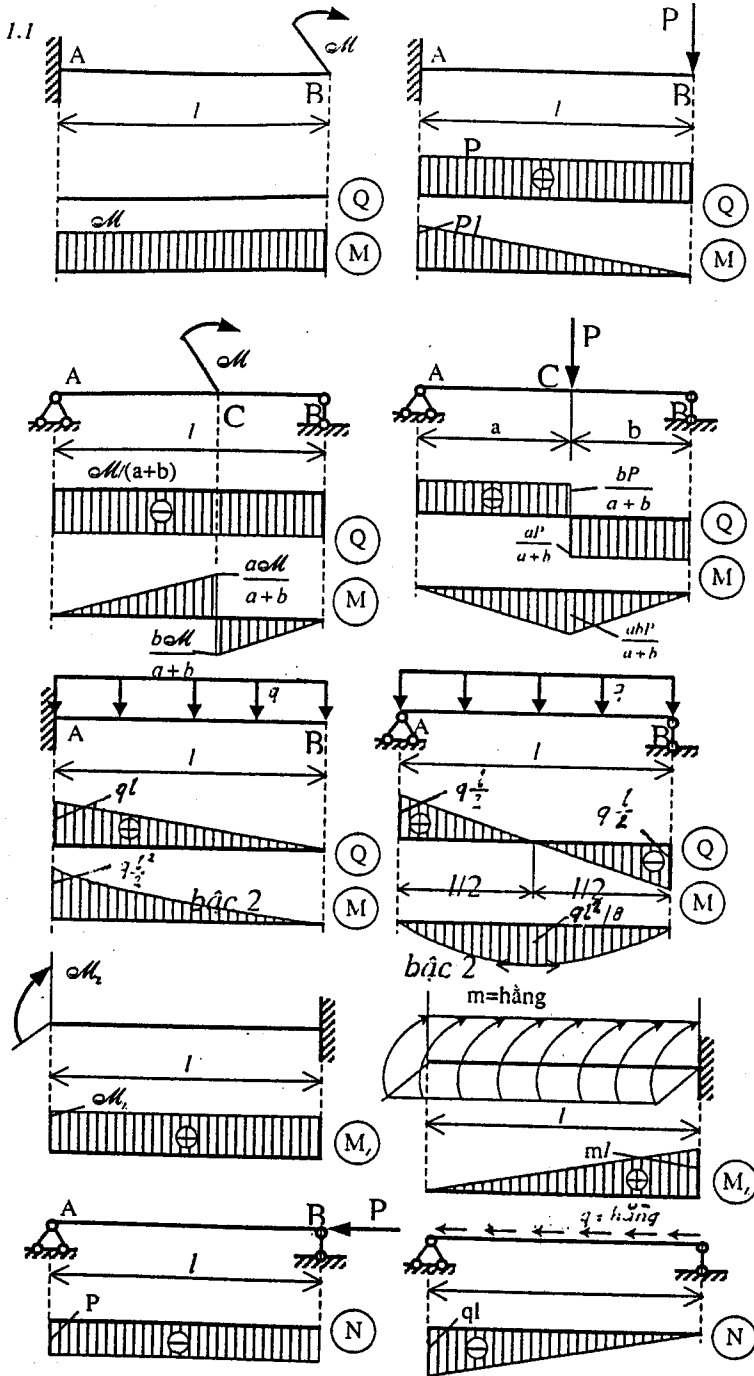
- Nếu trên đoạn thanh có $Q_y > 0$, M_x đồng biến, trên đoạn thanh có $Q_y < 0$, M_x nghịch biến. Tại mặt cắt có $Q_y = 0$ thì M_x đạt cực trị. Nếu $q < 0$ thì biểu đồ M_x là đường cong lõm, còn nếu $q > 0$ thì biểu đồ M_x là đường cong lồi.

• Những nhận xét nêu trên dùng để vẽ nhanh các biểu đồ nội lực nhưng cũng đồng thời là những tiêu chí để kiểm tra tính đúng đắn của các biểu đồ nội lực được vẽ bằng bất kỳ phương pháp nào.

7. Phương pháp cộng tác dụng

Nội dung chủ yếu của phương pháp này là dựa vào nguyên lý độc lập tác dụng để biến bài toán phức tạp thành nhiều bài toán đơn giản. Vẽ biểu đồ nội lực cho từng bài toán đơn giản rồi cộng lại theo nguyên tắc cộng đồ thị. Biểu đồ nội lực trong các bài toán đơn giản thường được vẽ rất nhanh hoặc được cho trước dưới dạng bảng 1.1 như sau :

Bảng 1.1



Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của các thành phần nội lực dọc theo trục thanh. Khi vẽ biểu đồ nội lực cần tuân theo một số quy ước sau đây :

- Lực dọc N_z được xem là dương khi vectơ của nó trùng với vectơ pháp tuyến ngoài của mặt cắt xác định nó (hình 1.2h).
- Lực cắt Q_y được xem là dương khi nó có xu hướng làm quay phần thanh đang xét thuận chiều kim đồng hồ (hình 1.2d,e,g).
- Mômen uốn M_x được xem là dương khi làm căng thớ dưới của thanh tại mặt cắt đang xét (hình 1.2e,g). Các tung độ của biểu đồ mômen uốn được vẽ về các thớ bị căng.
- Mômen xoắn nội lực M_z được xem là dương khi người khảo sát nhìn thẳng vào mặt cắt chứa nó dọc theo pháp tuyến ngoài thấy M_z quay ngược chiều kim đồng hồ (hình 1.2k,l).

II. CÁC BÀI TOÁN GIẢI SẴN

BÀI 1

Một cột chịu các lực tập trung $P_1 = P$, $P_2 = 3P$, $P_3 = 2P$ và lực phân bố bậc nhất trong đoạn 2 - 4 từ $q = 0$ đến $q = P/a$ (hình 1.3a).

Hãy viết các biểu thức lực dọc $N(z)$ trong cột bằng phương pháp mặt cắt, vận năng và vẽ biểu đồ ($N(z)$).

GIẢI

1. Phương pháp mặt cắt

Trên mỗi đoạn thứ i cần phải thực hiện các mặt cắt di động, đặt lực dọc $N_i(z)$ vào mặt cắt đó và khảo sát điều kiện cân bằng của một trong hai phần đã cắt ra.

Phương trình cân bằng cho ta hàm $N_i(z)$ trong đoạn i . Cụ thể là :

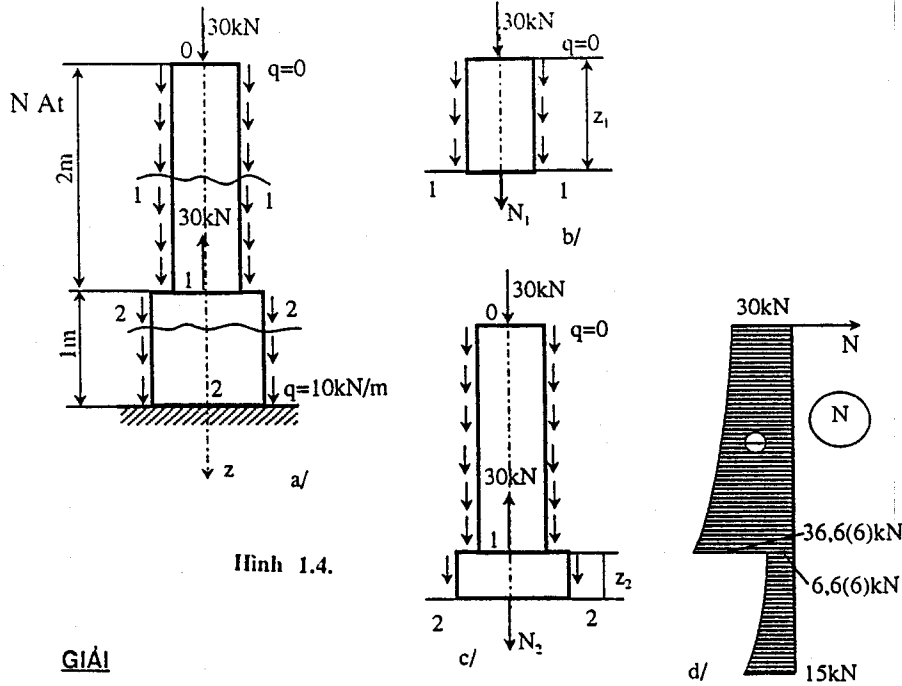
Đoạn 0-1 (hình 1.3b) gốc tọa độ chọn ở "0".

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_1 + P_1 = 0, N_1 = -P_1 = -P, 0 \leq z_1 \leq a$$

Đoạn 1-2 (hình 1.3c) gốc tọa độ chọn ở "0".

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_2 + P_1 - P_2 = 0 \Rightarrow$$

$$N_2 = -P_1 + P_2 = -P + 3P = 2P, a \leq z_2 \leq 1,5a.$$



Hình 1.4.

GIẢI

1) Phương pháp mặt cắt

Khảo sát cân bằng phần trên của mặt cắt 1-1 (hình 1.4b)

$$\sum Z = N_1 + q \frac{z_1}{3} \cdot \frac{z_1}{2} + 30 = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = -\frac{qz_1^2}{6} - 30, \quad 0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$$

Khảo sát cân bằng phần trên mặt cắt 2-2 (hình 1.4c)

$$\sum Z = N_2 + (qz_2 + 2q) \frac{1}{3} (2 + z_2) \frac{1}{2} - 30 + 30 = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = -\left(\frac{qz_2^2}{6} + \frac{2qz_2}{3} + \frac{2q}{3} \right), \quad 0 \leq z_2 \leq 1 \text{ m}$$

Từ các hàm $N_1(z_1)$ và $N_2(z_2)$ ta có biểu đồ lực dọc như trên hình 1.4d).

2) Phương pháp vạn năng

Áp dụng công thức tổng quát (1.3) của $N(z)$ vào bài toán này ta có biểu thức của lực dọc trên các đoạn $i = 1$ và $i = 2$.

$$N(z) = -30 - \frac{10}{3} \cdot \frac{z^2}{2!} \Big|_{i=1} + 30 \Big|_{i=2}$$

Về sau để đơn giản cách viết, ta bỏ chỉ số i . Cụ thể là :

$$N(z) = -30 - \frac{10z^2}{2!} \Big|_1 + 30 \Big|_2$$

Theo hàm $N(z)$ ta dựng biểu đồ như hình 1.4d.

BÀI 3

Một dàn chịu lực như hình 1.5a. Hãy xác định lực dọc trong các thanh 2-3, 2-9, 8-9 và 9-4 ?

GIẢI

Thực hiện mặt cắt 1-1 và xét cân bằng phần trái mặt cắt này (hình 1.5b).

$$\sum m_9 = N_{2-3} \cdot d + \frac{P}{2} a_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_{2-3} = -\frac{P}{2} \frac{a_1}{d}$$

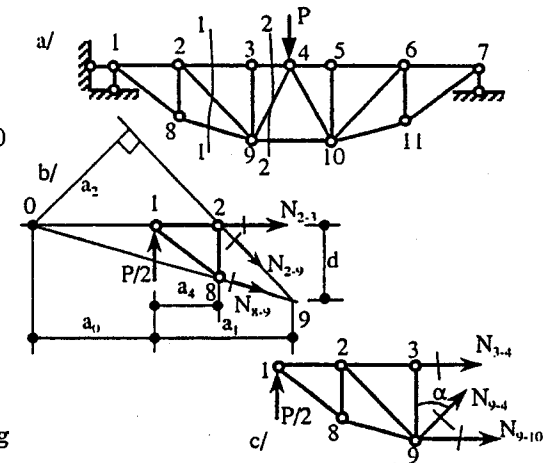
$$\sum m_0 = N_{2-9} \cdot a_2 - \frac{P}{2} a_0 = 0$$

$$\Rightarrow N_{2-9} = \frac{P}{2} \frac{a_0}{a_2}$$

$$\sum m_2 = N_{8-9} \cdot a_3 - \frac{P}{2} \cdot a_4 = 0$$

$$\Rightarrow N_{8-9} = \frac{P}{2} \frac{a_4}{a_3}$$

Trong đó a_3 là khoảng cách từ điểm nút 2 đến đường tác dụng của lực N_{8-9} .



Hình 1.5.

Để xác định lực dọc trong thanh 9-4, ta xét cân bằng phần trái của mặt cắt 2-2 (hình 1.5c). Cụ thể là chiếu tất cả các lực tác dụng trên phần này lên phương thẳng đứng, ta có:

$$N_{9-4} \cdot \cos\alpha + P/2 = 0 \Rightarrow N_{9-4} = -\frac{P}{2\cos\alpha}$$

BÀI 4

Một dàn chịu lực như hình 1.6a. Hãy xác định lực dọc trong thanh 2-4.

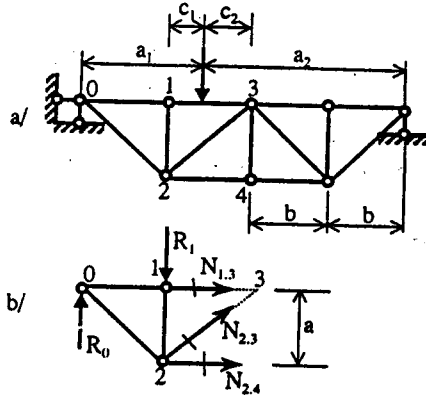
GIẢI

Phản lực tại gối "O" là

$$R_0 = \frac{Pa_2}{a_1 + a_2}$$

Gọi R_1 và R_3 là lực mà thanh 1-3 đặt vào các nút 1 và 3 của dàn (hình 1.6b) với

$$R_1 = \frac{Pc_2}{c_1 + c_2}; R_3 = \frac{Pc_1}{c_1 + c_2}$$



Hình 1.6.

$$\sum m_3 = R_0 \cdot 2b - R_1b - N_{2-4} \cdot a = 0 \text{ Suy ra } N_{2-4} = \left(2R_0 - R_1\right) \frac{b}{a}$$

Bằng các phương pháp đã chỉ ra trong các bài 3 và 4 bạn đọc có thể dễ dàng tìm được lực dọc ở tất cả các thanh dàn.

BÀI 5

Cho một dàn chịu lực như hình 1.7a. Hãy xác định lực dọc trong các thanh 2-3, 4-5, 1-4 và 1-2.

GIẢI

Để tìm các nội lực N_{2-3} , N_{4-5} ta xét cân bằng phần dàn bên trái mặt cắt 1-1 (hình 1.7b).

$$\sum m_5 = N_{2-3} \cdot h - R_1 \cdot 2a = 0 \Rightarrow N_{2-3} = \frac{R_1 2a}{h} = \frac{6Pa}{h}$$

$$\sum m_2 = N_{4-5} \cdot a_4 - R_1 \cdot a = 0$$

$$\Rightarrow N_{4-5} = \frac{R_1 a}{a_4} = \frac{3Pa}{a_4}$$

a_4 là khoảng cách từ nút 2 đến đường tác dụng của N_{4-5}

Để xác định lực dọc trong các thanh 1-2, 1-4, ta xét điều kiện cân bằng nút 1, chịu tác dụng của hệ lực đồng quy phẳng. Cụ thể là (hình 1.7c).

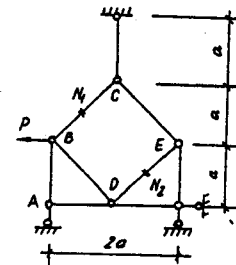
$$\sum Y = N_{1-4} \sin\alpha + R_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_{1-4} = -\frac{R_1}{\sin\alpha} = \frac{-3P}{2\sin\alpha}$$

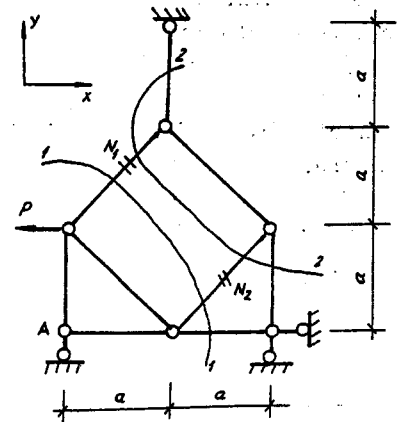
$$\sum X = N_{1-2} + N_{1-4} \cos\alpha = 0 \Rightarrow N_{1-2} = -N_{1-4} \cos\alpha = 1,5 P \cot\alpha$$

BÀI 6

Một hệ khớp chịu lực P được cho trên hình 1.8a. Hãy tính lực dọc N_1 , N_2 trong các thanh BC và DE được chỉ định trên hình 1.8a.



a)



b)

Hình 1.8.

GIẢI

Để xác định N_1 và N_2 ta thực hiện các mặt cắt 1-2 và 2-2 như hình 1.8b và đặt vào các mặt cắt này các lực dọc dương.

Xét cân bằng phần trái của mặt cắt 1-1 và phần phải của mặt cắt 2-2.

Cụ thể là :

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{Atr}(\vec{P}) = 0 &= -N_1 \frac{a\sqrt{2}}{2} + N_2 \frac{a\sqrt{2}}{2} + Pa = 0 \\ \sum X_{ph} = 0 &= -N_1 \frac{a\sqrt{2}}{2} - N_2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = 0 \end{aligned} \right\} (a)$$

Giải hệ (a) ta được

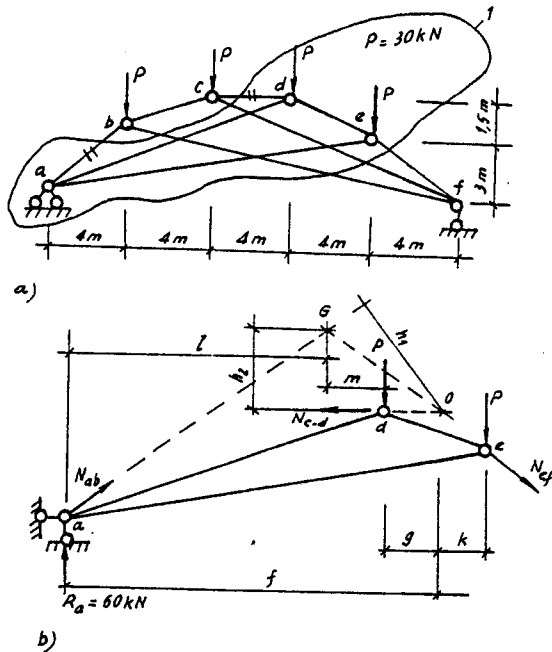
$$N_1 = -N_2 = \frac{P\sqrt{2}}{2}$$

BÀI 7

Một hệ khớp chịu lực như hình 1.9a. Hãy xác định lực dọc trong các thanh a-b và c-d đánh dấu trên hình 1.9a.

GIẢI

Để xác định N_{ab} và N_{cd} ta sẽ sử dụng phương pháp mặt cắt với mặt cắt kín 1 qua các thanh cần tìm N và các thanh ef, cf, bf. Trong đó các thanh cf, bf bị cắt hai lần. Hệ cân bằng nên mỗi phần được tưởng tượng cắt ra cũng phải cân bằng. Ta xét điều kiện cân bằng của phần bị cắt nằm trong đường cong 1. Cụ thể là (hình 1.9b).



Hình 1.9.

$$\sum M_0(\vec{P}) = 0 = R_a \cdot f + N_{ab} \cdot h_1 - P \cdot g + P \cdot k = 0 \Rightarrow N_{ab} = -175 \text{ kN}$$

Trong đó : $h_1 = 4,8 \text{ m}$, $f = 14 \text{ m}$, $g = 2 \text{ m}$, $k = 2 \text{ m}$, $R_a = 60 \text{ kN}$.

$$\sum M_G(\vec{P}) = 0 = R_a \cdot l + N_{cd} \cdot h_2 + P \cdot m + P \cdot (m + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$N_{cd} = -280 \text{ kN} .$$

Trong đó : $l = 10 \text{ m}$, $h_2 = 3 \text{ m}$, $m = 2 \text{ m}$.

BÀI 8

Một dàn cầu thép đơn giản chịu lực như hình 1.10a. Hãy xác định lực dọc N trong các thanh của dàn.

GIẢI

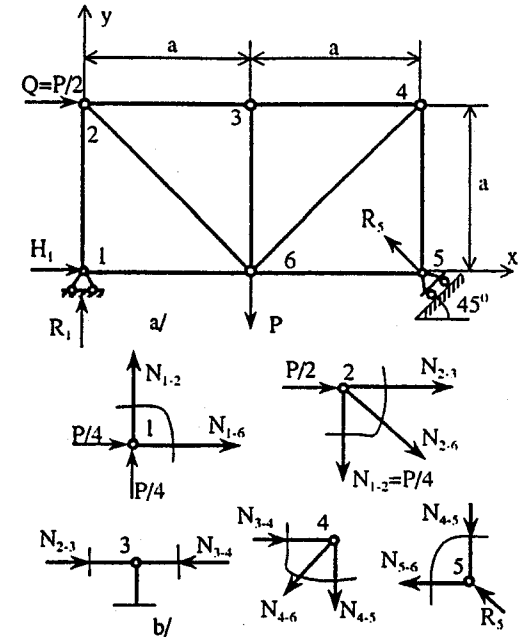
Trước hết phải xác định phân lực tại các gối đỡ "1" và "5".

$$\sum M_5 = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{P}{4}$$

$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow R_5 = \frac{3P}{2\sqrt{2}}$$

$$\sum M_3 = 0 \Rightarrow H_1 = P/4$$

Lực dọc N trong các thanh được xác định bằng phương pháp cân bằng nút, bắt đầu từ nút "1", rồi nút "2", "3", "4", "5". Cụ thể là xét điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy đối với mỗi nút.



Hình 1.10

Đối với nút "1" (hình 1.10b), điều kiện cân bằng cho ta :

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_{1-6} = -P/4 ;$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_{1-2} = -P/4.$$

Tương tự đối với nút "2" (hình 1.10b), cụ thể là :

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_{2-3} + P/2 + N_{2-6} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_{2-6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - P/4 = 0$$

Suy ra :

$$N_{2-6} = P/2\sqrt{2} ; N_{2-3} = -\frac{(\sqrt{2}+1)}{2\sqrt{2}} P$$

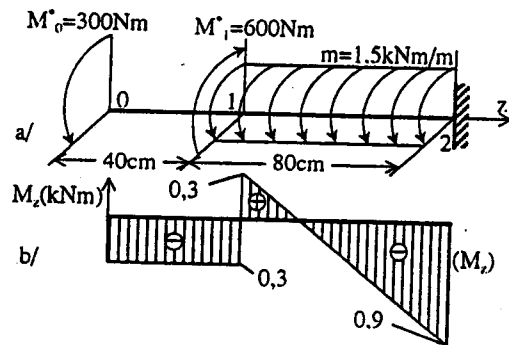
Với cách làm tương tự đối với các nút còn lại, ta có (hình 1.10b) :

$$N_{3-6} = 0, N_{3-4} = -\frac{(\sqrt{2}+1)}{2\sqrt{2}} P ; N_{4-6} = \frac{(\sqrt{2}+1)}{2} P ;$$

$$N_{4-5} = -\frac{(\sqrt{2}+1)}{2\sqrt{2}} P ; N_{5-6} = -\frac{3}{4} P.$$

BÀI 9

Một trục chịu xoắn như hình 1.11a. Hãy viết biểu thức mômen xoắn nội lực và vẽ biểu đồ này.



Hình 1.11.

GIẢI

Theo công thức vận năng (1.4) ta có :

$$M_z(z) = -M_0^* \Big|_{i=1} + M_1^* - 1,5(z-0,4) \Big|_{i=2} =$$

$$= 0,3 \Big|_{i=1} + 0,6 - 1,5(z-0,4) \Big|_{i=2}$$

Biểu đồ của hàm $M_z(z)$ được cho trên hình 1.11b.

BÀI 10

Một trục chịu xoắn như hình 1.12a. Hãy viết biểu thức của mômen xoắn nội lực trong trục và vẽ biểu đồ nội lực này.

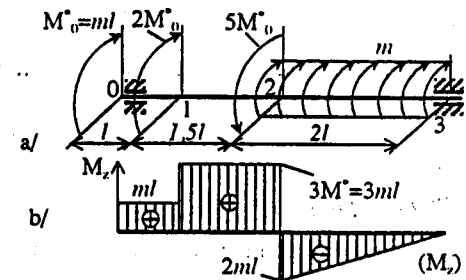
GIẢI

Áp dụng công thức vận năng (1.4) vào đây ta được :

$$M_z(z) = \frac{ml}{1} + \frac{2ml}{2}$$

$$- \frac{5ml + m(z-2,5l)}{3}$$

Theo hàm $M(z)$ đã vẽ được biểu đồ (M_z) như trên hình 1.12b.



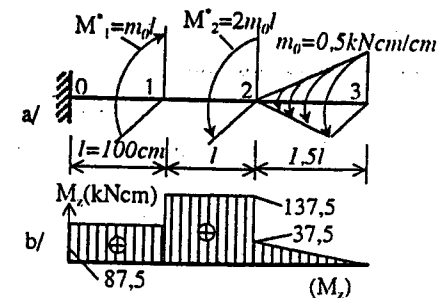
Hình 1.12.

BÀI 11

Một trục chịu xoắn như hình 1.13a. Hãy viết biểu thức mômen xoắn nội lực $M_z(z)$ và vẽ biểu đồ mômen nội lực này cho trục.

GIẢI

Đơn giản và tốn ít sức lao động nhất để tìm câu trả lời cho bài toán, ta sẽ dùng phương pháp vận năng với công thức (1.4). Cụ thể là :



Hình 1.13.

$$M_z(z) = M_0^* \left| \begin{array}{c} + m_0 l \\ 1 \end{array} \right| - 2m_0 l \left| \begin{array}{c} - \frac{m_0}{1,5l} \frac{(z-2l)^2}{2!} \\ 2 \end{array} \right| \quad (a)$$

Phản lực M_0^* được tìm từ điều kiện :

$$M_z(z = 3,5 l) = 0 \Rightarrow M_0^* = 1,75 m_0 l = 87,5 \text{ kNcm.}$$

Dưới dạng tường minh phương trình (a) là :

$$M_z(z) = 87,5 \left| \begin{array}{c} + 50 \\ 1 \end{array} \right| - 100 \left| \begin{array}{c} - \frac{1}{300} \frac{(z-200)^2}{2} \\ 2 \end{array} \right| \quad (b)$$

Biểu đồ của (b) được cho trên hình 1.13b.

BÀI 12

Viết biểu thức giải tích và vẽ biểu đồ mômen xoắn M_z đối với chi tiết chịu lực như hình 1.14a.

GIẢI

1) Phương pháp vận năng

Theo công thức tổng quát (1.4) trong trường hợp này ta có :

$$M_z(z) = + \frac{M}{2a} \cdot z \left| \begin{array}{c} - \frac{M}{2a} (z-a) \\ i=1 \end{array} \right| - M \left| \begin{array}{c} + \frac{M}{2a^2} \frac{(z-2,5a)^2}{2!} \\ i=2 \end{array} \right| - M \left| \begin{array}{c} \\ i=3 \end{array} \right| + \frac{M}{2a^2} \frac{(z-2,5a)^2}{2!} \left| \begin{array}{c} \\ i=4 \end{array} \right|$$

Biểu đồ M_z được cho trên hình 1.14g.

2) Phương pháp mặt cắt

Trục được chia làm 4 đoạn: 0-1, 1-2, 2-3 và 3-4.

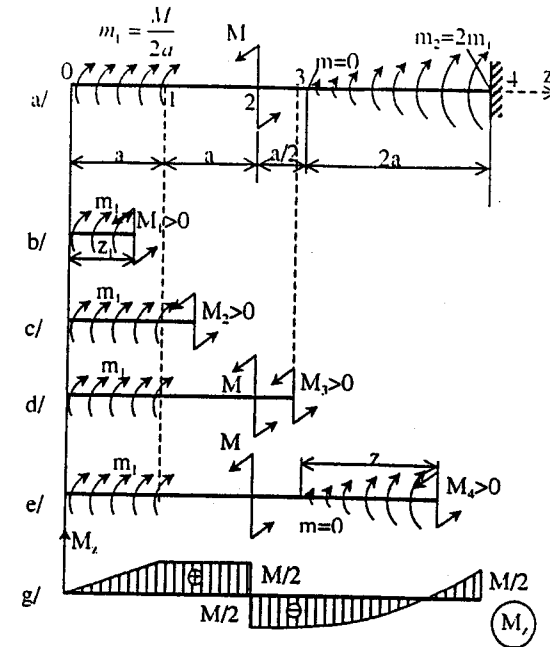
Đoạn 0-1 : Xét điều kiện cân bằng đoạn thanh (hình 1.14b) :

$$-m_1 z + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = +m_1 \cdot z = + \frac{M}{2a} \cdot z ; \quad 0 \leq z \leq a$$

(gốc ở 0).

Điều kiện cân bằng mômen đối với trục z của đoạn thanh chịu lực (hình 1.14c) :

$$-m_1 a + M_2 = 0 \Rightarrow M_2 = + \frac{M}{2} ; \quad 0 \leq z \leq a \text{ (gốc ở 1).}$$



Hình 1.14.

Tương tự như vậy khi khảo sát điều kiện cân bằng của các đoạn thanh chịu lực trên các hình 1.14d,e ta có :

$$-m_1 a + M + M_3 = 0 \Rightarrow M_3 = -M/2, \quad 0 \leq z \leq a/2 \text{ (gốc ở 2)}$$

$$-m_1 a + M - \int_0^z \frac{2m_1}{2a} z dz + M_4 = 0$$

$$\Rightarrow M_4 = -\frac{M}{2} + \frac{Mz^2}{4a^2}, \quad 0 \leq z \leq 2a \text{ (gốc ở 3)}$$

Từ các hàm M_1, M_2, M_3 và M_4 ta vẽ được biểu đồ mômen xoắn nội lực như trên hình 1.14g.

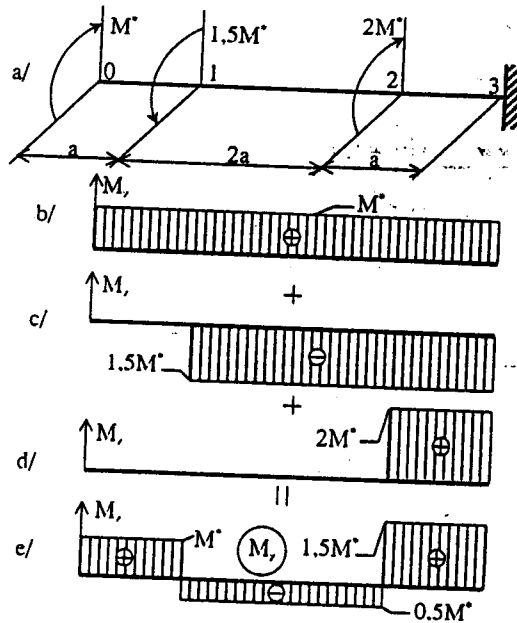
BÀI 13

Một trục chịu xoắn như hình 1.15a. Hãy vẽ biểu đồ mômen xoắn M_z bằng phương pháp cộng tác dụng.

GIẢI

Theo phương pháp cộng tác dụng, ta lần lượt vẽ ba biểu đồ M_z do riêng M^* (hình 1.15b), $1,5M^*$ (hình 1.15c) và $2M^*$ (hình 1.15d) gây ra, rồi cộng các biểu đồ này lại.

Theo cách đồ biểu đồ M_z cuối cùng được cho trên hình 1.15e.



Hình 1.15.

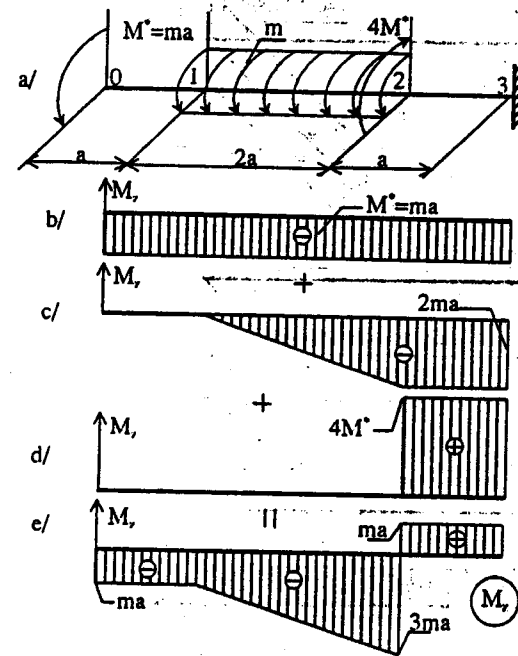
BÀI 14

Bằng phương pháp cộng tác dụng, hãy vẽ biểu đồ (M_z) đối với trục cho trên hình 1.16a.

GIẢI

Ta phải vẽ lần lượt các biểu đồ M_z do M^* (hình 1.16b), do m (hình 1.16c), do $4M^*$ (hình 1.16d) gây ra.

Biểu đồ mômen xoắn cuối cùng (M_z) (hình 1.16e) là tổng ba biểu đồ thành phần trên các hình 1.16b,c,d.



Hình 1.16.

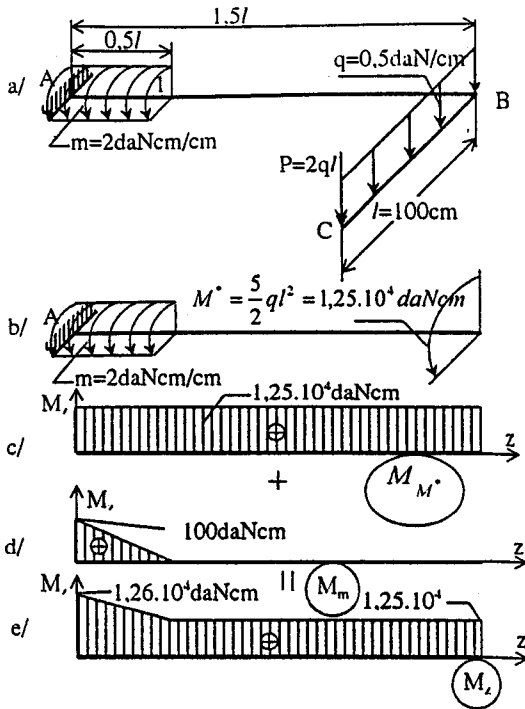
BÀI 15

Một khung phẳng chịu lực không gian như hình 1.17a. Hãy vẽ biểu đồ mômen xoắn trong khung đã cho

GIẢI

Trên khung đã cho chỉ có đoạn AB của khung là chịu xoắn. Để vẽ (M_z) cho đoạn khung này, ta rời lực tác dụng trên đoạn CB về B (hình 1.17b). Khi áp dụng nguyên lý cộng tác dụng ta vẽ các biểu đồ mômen xoắn thành phần (hình 1.17c,d) và biểu đồ mômen xoắn cuối cùng như hình 1.17e, nhận được bằng cách cộng biểu đồ:

$$(M_z) = (M_{M^*}) + (M_m)$$



Hình 1.17.

BÀI 16

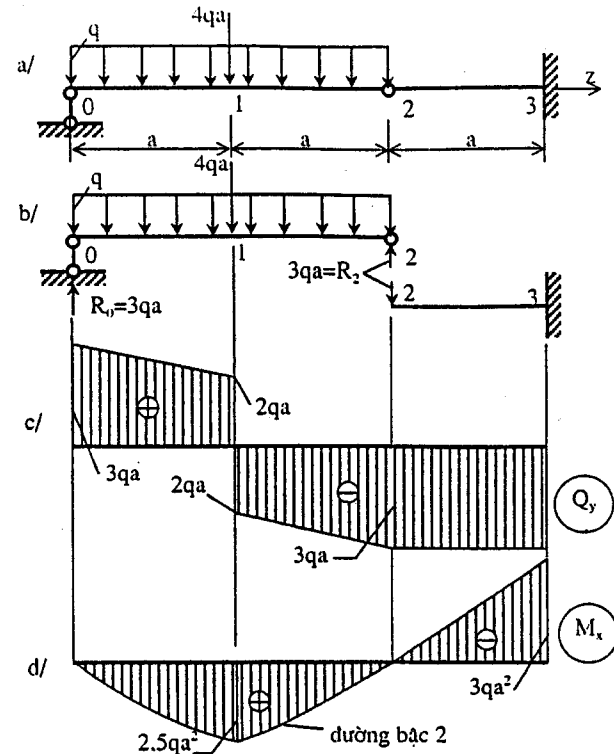
Hãy vẽ biểu đồ mômen uốn và lực cắt cho dầm chịu lực như trên hình 1.18a.

GIẢI

1. Phương pháp mặt cắt

Nếu tháo khớp 2 trong dầm tĩnh định nhiều nhịp 0-3 thì dầm 2-3 vẫn cân bằng và không biến hình được gọi là dầm chính, còn dầm 0-2 sẽ bị biến hình, dầm này chỉ bất biến hình khi tựa trên dầm chính, được gọi là dầm phụ. Trước hết phải tính phản lực trên dầm phụ và đặt phản lực của dầm phụ lên dầm chính như trên hình 1.18b.

Trên dầm phụ, phản lực tại các gối tựa là



Hình 1.18.

$$R_0 = 3qa = R_2$$

Phản lực R_2 tại dầm phụ và dầm chính có chiều ngược nhau.

Dùng phương pháp mặt cắt để tính nội lực trong các đoạn 0-1, 1-2, 2-3 như trên đã làm. Biểu đồ nội lực được vẽ trên hình 1.18c,d.

2. Phương pháp vạn năng

Áp dụng công thức vạn năng (1.6) và (1.5) ta có :

$$M_x = R_0 z - q \frac{z^2}{2} \Big|_1 - \frac{-4qa(z-a)}{2} \Big|_2 + \frac{q(z-2a)^2}{2} \Big|_3$$

$$R_3 = qa \uparrow$$

$$R_1 = 4qa \uparrow$$

Dầm được chia làm $n = 3$ đoạn.

Viết $Q_1(z)$, $M_1(z)$ cho đoạn 0-1, gốc ở 0 (hình 1.20b) :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$

$$Q_1 + q \cdot z_1 + P = 0$$

$$\sum m_{O_1} = 0 \Rightarrow$$

$$M_1 + \frac{qz_1^2}{2} + Pz_1 = 0$$

Do đó :

$$\left. \begin{aligned} Q_1(z_1) &= -qz_1 - qa \\ M_1(z) &= -\frac{qz_1^2}{2} - qaz_1 \end{aligned} \right\} 0 \leq z_1 \leq a$$

Đoạn 2 : (1-2) gốc ở 0 (hình 1.20c) :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$

$$Q_2 + qz_2 + qa - 4qa = 0$$

$$\sum m_{O_2} = 0 \Rightarrow$$

$$M_2 + \frac{qz_2^2}{2} +$$

$$+ qa \cdot z_2 - 4qa(z_2 - a) = 0$$

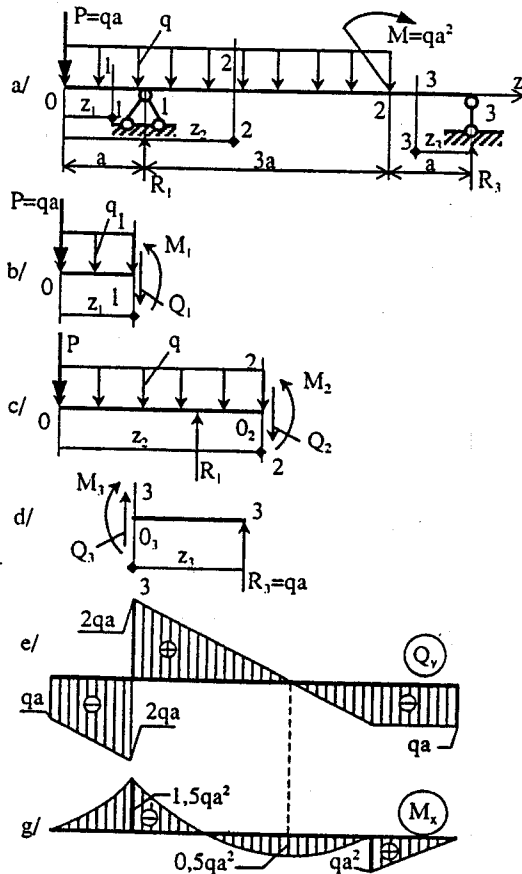
Do đó :

$$Q_2(z) = 4qa - qa - qz_2$$

$$M_2(z) = 4qa(z_2 - a) - qaz_2 - \frac{qz_2^2}{2}$$

$$a \leq z_2 \leq 4a$$

Đoạn 3 (3-2) gốc ở 3 (hình 1.20d) :



Hình 1.20.

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Q_3 + R_3 = 0$$

$$\sum m_{O_3} = 0 \Rightarrow M_3 - R_3 \cdot z_3 = 0$$

Do đó :

$$\left. \begin{aligned} Q_3 &= -qa \\ M_3 &= qaz_3 \end{aligned} \right\} 0 \leq z_3 \leq a$$

2. Phương pháp vụn năng

Từ công thức (1.5) và (1.6) ta có :

$$Q(z) = \frac{-qa - qz}{i=1} + \frac{+R_1}{i=2} + \frac{q(z-4a)}{i=3}$$

$$M(z) = \frac{-qaz - \frac{qz^2}{2}}{i=1} + \frac{+R_1(z-a)}{i=2} + \frac{qa^2 + q \frac{(z-4a)^2}{2}}{i=3}$$

Theo các hàm $Q(z)$, $M(z)$ ta vẽ biểu đồ cho từng đoạn $i = 1, i = 2, i = 3$ với các miền xác định tương ứng $a_{i-1} \leq z \leq a_i$.

Biểu đồ (Q) và (M) như trên hình 1.20e.g.

Chú ý phương pháp này chỉ cần xác định phản lực R_1 tại gối 1 bằng chính phương trình vụn năng $M_3(z = 5a) = 0$, mà không cần thiết phải xác định R_1, R_3 như phương pháp mặt cắt ở trên.

BÀI 19

Một dầm chịu lực như hình 1.21a. Hãy viết biểu thức nội lực M và Q dọc theo chiều dài dầm bằng phương pháp mặt cắt và vụn năng. Vẽ các biểu đồ này.

GIẢI

1. Phương pháp mặt cắt

Trên mỗi một đoạn phải thực hiện một mặt cắt, trên đó các nội lực đặt theo chiều dương. Khảo sát cân bằng của một trong hai phần dầm đã tương